

(続紙 1)

京都大学	博士（経済学）	氏名	尾立 唯生
論文題目	An Excursion-Theoretic Approach to Optimal Stopping Problems （最適停止問題への変位理論的接近）		
（論文内容の要旨）			
本論文は、ある確率過程とその最大値に関連する最適停止問題を、変位理論 (excursion theory) 的観点から解くことを目的とする。変位理論とは、マルコフ過程がその状態空間上のある集合から乖離し、再びその集合に回帰するまでの期間における経路に関する確率的性質を明らかにする理論である。本論文で対象とする問題は本質的には二次元最適停止問題であるが、この研究においては特定の確率過程、特定の報酬関数を設定することなく、一般的な枠組みを提唱する。用いる主な手法として、ある確率過程の最大値からの乖離に関する変位理論を利用することにより、二次元の問題を無限個の一次元最適停止問題に分割し、それぞれについて解法を行うことが可能となった。 第1章では、本論文における研究の目的意識・関連する先行研究・問題解法にあたり用いる基本的な数学的概念について概説している。 第2章では、変位理論を用いることにより、銀行再編に関する実際の社会的課題、特に金融規制当局による銀行の早期是正措置 (PCA) について研究した。多くの国において、早期是正措置は銀行の自己資本比率を基準とし、それが一定比率を下回った時点で発動され、金融規制当局による銀行運営の介入が為される。本章では、早期是正措置の期待効果及び期待費用を算出した。基準とされている自己資本比率より現実の比率が悪化する場合に変位が発生するという設定を行うことにより、より現実に近いモデルを構築することができた。 第3章は、状態過程とその最大値過程に関連する最適停止問題にあてられている。本章においては、状態過程として上方ジャンプを持たないレヴィー過程 (spectrally negative Lévy Process) を採用した。上方ジャンプを持たないレヴィー過程の最適停止問題は既に研究されているものの、一般的な特徴付けや解法を欠き、ある特定の問題に対する解法を提唱するものが多く、問題の解 (value function) は一般には知られていない。最適停止戦略は通常、境界戦略 (threshold strategy) によって得られる。境界戦略とは即ち、状態過程とその最大値過程が、状態空間上のある集合に含まれた時点で停止する戦略である。本章における解法によると、変位理論を用いることにより問題を体系的に扱い、定性的な分析によらず、一般的な設定下で境界戦略における最適解を得ることが可能となった。 第4章では、状態過程として拡散過程を仮定した上で、同様の二次元最適停止問題について研究した。解法に当たって用いる基本的な手法は第3章までと同様に、二次元最適停止問題を無限個の一次元最適停止問題に分割する方法をとるが、拡散過程は一般に独立増分の性質を持たないため、レヴィー過程の変位に関する理論の全てを適用することはできない。そのため、本章では測度変換により、一般の拡散過程を独立増分性を持つ拡散過程であるブラウン運動に変換した。これにより、レヴィー過程に関して得られた結果を適用することができた。加えてここで得られる明示解が真の最適解であることも示すことができた。			

(論文審査の結果の要旨)

本論文は、確率過程のある時点での値と、その時点までの最大値を状態変数とする最適停止問題の解法を扱っている。

第1章での導入のあと、第2章において、銀行救済に伴って発生する社会的費用を最小にすることを目的とすると仮定し、金融規制当局が早期是正措置を発効する最適なタイミングとその際の社会的費用を求める問題を取り扱っている。問題を設定する際に、変位理論を利用してレバレッジ比率を明示的にモデルに取り込んでいる点が興味深い。この設定により一定のレバレッジ比率を維持して業容拡大をしている限り、銀行の規模に関わらず、いつでも経営破綻に陥るリスクが存在するという現実を表現することに成功している。さらに実際のデータを用いることにより、社会的費用の計算を行っていることも論文の質を高めている。

第3章、第4章は、状態過程とその最大値過程という2つの確率過程が取る値を引数とする報酬関数を持つ最適停止問題の一般解法に関する研究である。第3章では下方ジャンプ付のレヴィー過程、第4章では連続的に推移する拡散過程を扱っている。二次元の最適停止問題については、一般的な問題の解 (value function) を明示的に導出することは難しい課題とされており、従来は特殊な報酬関数や特殊な確率過程を前提にしたケースが解かれているに過ぎない。この問題に対して、変位理論からのアプローチにより一般的な問題の解法に成功している点は非常に高く評価できる。第3章では不連続なパスを考慮にいれなければならない点、また第4章では、拡散過程は変位理論を用いる際に有用な性質である「独立増分性」を（一般的には）持っていないという点、をそれぞれ克服している。特に第4章で取り扱っている問題の一般性、得られた解の一般性を考慮すれば、今後この論文で提示されている方法を用いることにより、経済学的に有益な最適停止問題が飛躍的に数多く解かれることが予想される。

以上のように、本論文は高い理論的、実証的価値を持つ研究であるが、問題が皆無であるというわけではない。例えば、第2章における銀行の行動は株主利益を最大化するという目的を前提として描写されているが、現実には預金者、経営者など多くの関係者からの影響を無視できない。今後はこれらの要件をモデルに取り入れて精緻化を図ることが必要となろう。また第4章において提示されている戦略がすべての戦略の中で最適であることは証明されているものの、第3章においては「境界戦略」が最適である場合のvalue functionの一般解を求めているが、レヴィー過程をはじめとして、状態過程がジャンプをもつモデルにおいては、準変分不等式 (quasi-variational inequality) を満たしていることを示すことで最適性を証明する必要がある。よって、ここで得られた解がどのような条件下で準変分不等式を満たしているかという研究が必要である。

しかし以上の諸問題は、著者が今後の研究において取り組むべき課題であり、本論文の価値をいささかも損なうものではない。特に第3章で扱っているレヴィー過程を用いた一般的な最適停止問題の最適戦略の導出は、制御問題の専門家の中でも難関な課題とされており、むしろ本論文はその目標へ大きく貢献していると考えられるべきであろう。よって本論文は博士（経済学）の学位論文として十分価値あるものと認定する。また平成29年2月6日に論文内容とそれに関連した口頭試問を行った結果合格と認めた。