

沿岸波浪の非線形数値解析

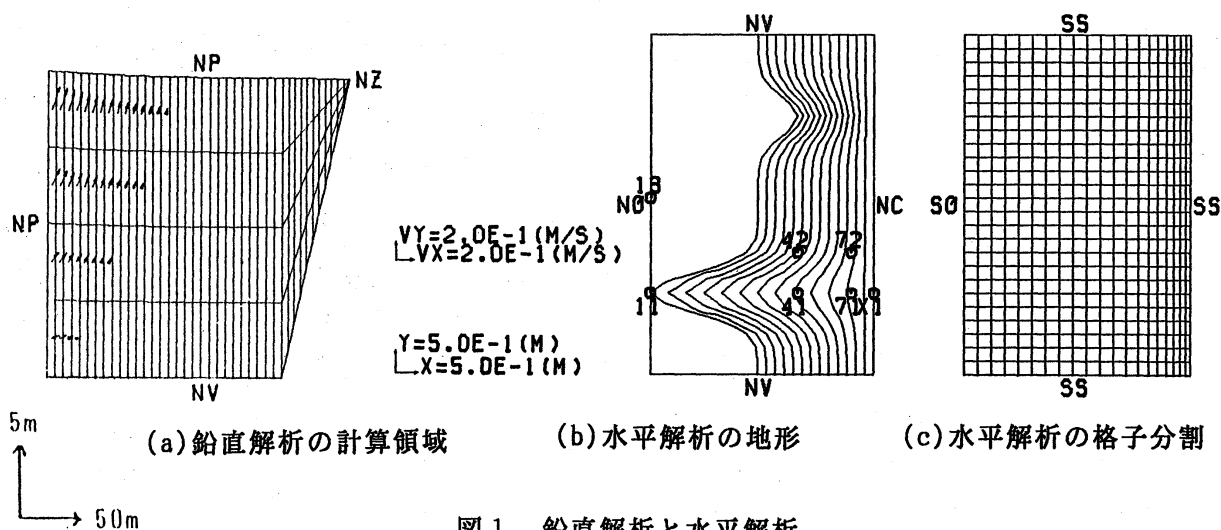
北大工 水田 洋 (Yo Mizuta)

北大工 大谷守正 (Morimasa Ohtani)

北大工 高橋 將 (Susumu Takahashi)

1. はじめに

非線形性・分散性・地形効果を蓄積しながら斜面上を伝播して変形・反射・砕波する表面波は極めてありふれた現象でありながら，その理論的・数値的な取扱には未だ改良すべき点が残されている．水底地形が 2 次元的に変化していたり斜め入射波では，現象は屈折なども含んで 3 次元的になるが，これまでの研究では図 1 のように，(A) 沿岸方向には変化しない表面波と水底地形で自由表面形状と鉛直面内の流速・圧力の分布を調べるか，(B) 水位と鉛直方向に一様化された水平流速の水平面内 2 次元分布を調べる場合がほとんどである．本稿では，解析面が重力の方向を含む (A) を鉛直解析，解析面が重力の方向と垂直な (B) を水平解析と呼ぶことにする．



反射までも含む斜面上の表面波の理論には、分散性は無視するがhodograph変換で表面波の直接解を求める方法[1-3]や、斜面領域が小さいと見なせる場合に最低次の分散性を取り込みながら非斜面領域と斜面領域を逐次的に解く方法[4,5]などが知られている。特に後者は、最近斜め入射波のような3次元的な問題にも適用された[6]。理論的な取扱には適用限界があるので、単方向進行波の場合で行われた、非線形性・分散性・地形効果の相対的な大きさが変わる毎に有効となる方程式を考察することも必要になる[7]。

数値的な研究は、理論的な研究より制約が少なく、実在流体により近いものを扱うことができる。斜面上の表面波の数値解析法を特徴づけるのは、理論と同様の(a)非線形性、(b)分散性、(c)地形効果のほか、(d)境界形状、(e)境界移動の扱い方である。計算領域の形が単純でなかったり変形するため、特に(d)、(e)が問題になることが多い。波高や水深に較べて波長が極めて長い津波の水平解析のような場合は、(a)線形化、(b)長波近似(分散性無視)、(c)水底地形の高階微分の無視などで方程式系を簡単化し、不規則な海岸線は(d)連続した矩形格子の辺、(e)固定された鉛直壁で置き換えても充分である。しかし、もっと波長の短い波の水平解析や鉛直解析を海岸線近くで行う場合は、(a)、(c)はもちろん、(b)浅水波近似(Boussinesq近似)などで分散性を取り込む必要が出てくる。また、非長方形でしかも自由表面と共に変形する鉛直解析の計算領域や、不規則な境界と移動する汀線で囲まれている水平解析の計算領域を扱うには、(d)、(e)に工夫がいる。このため、曲線座標による適合格子法、Lagrange法、有限要素法、境界要素法が盛んに使われるようになってきた。特に境界要素法は、(b)を近似なしに扱える。

本稿では、有限体積法、Lagrange-Euler混合法を発展させた「変形可能セル法」[8,9]による、斜面上の表面波の数値解析を紹介する。変形可能セル法では、(1)計算領域の形にしたがってセルへの分割を行い、また境界の移動と共にセルを任意の方法で変形する、(2)セル毎に流体厚を変える、(3)数

値解析式は積分型の保存則から導き，特に対流流束項（非線形項）は，ステップ毎に隣あうセルと実質的にやり取りされる流体領域に含まれる保存量の大きさ，で評価する，（4）境界条件は統一的に扱う．この方法で斜面上の表面波の鉛直解析，水平解析を行う場合，既に述べた（a）-（e）のうち非線形性は（3）のように，それ以外は次のように考慮される．

鉛直解析：表面波と水底地形は沿岸方向に一様とする．水平および傾斜した水底，自由表面，汀線，沖合い境界で囲まれた計算領域の水平部・斜面部毎に水平方向・鉛直方向に等分割し，格子点移動速度は自由表面と汀線の移動速度の内挿から決める．分散性は，体積保存則が満たされるように圧力を決めることで，自動的に取り込まれる．

水平解析：浅水波近似（静水圧分布，鉛直方向に一様な水平流速）を用い，Boussinesq方程式と同等の分散性をPeregrineの方法[10]で取り込む．計算領域は，沿岸方向には等分割，岸沖方向には汀線に近づくほど細くなるように分割し，格子点移動速度は汀線移動速度を内挿して決める．地形効果は，セル毎の流体厚の変化で取り込む．

以下では，鉛直解析と水平解析の方法の共通点と相違点について述べた後，鉛直解析については孤立波の，水平解析については周期波の変形，汀線移動，反射，屈折，共鳴などを調べる．

2. 鉛直解析と水平解析の方法

図2は，変形可能セル法で用いる変形可能セルと体積保存則小領域の構造を示したものである．（a）のように解析面と垂直に見れば，鉛直解析でも水平解析でも用いるセル（実線， $c=A, B, \dots$ ）と小領域（格子点を囲む破線， $v=1, 2, \dots$ ）は同じである．セルの重心には流量 $q_c=(bv)$ 。（ b ：流体厚， v ：流速）を，格子点には圧力 p_v を，境界や隅には法線流量 $q_n, (q_n)_{(1), (2)}$ を記入してあるが，その他の基本量として，セルには保存量である体積 V_c ・質量 M_c ・運動量 $(Mv)_c$ を，格子点には体積 H_v （ V との違いは後述）・解析面内座標

r_v を配置して、密度や流速を
 $\rho_c = M_c/V_c$, $v_c = (Mv)_c/M_c$ と求
 める。格子点移動速度 u_v は v_c
 の内挿である v_v などから決め
 るが、 v_v と異なっているがよい。
 なお、ここでは圧力 p に代
 えて、重力を含む修正された
 圧力 $p^* = p - \rho G \cdot R$ (G : 下向き重
 力加速度ベクトル, R : 3次元
 位置座標) を用いる。一方 (b)

, (c) のように解析面の真横か

ら見れば、鉛直解析と水平解析とでセル・小領域の構造に違いがある。鉛直
 解析ではセル・小領域の上面と下面（右面と左面）は壁面で、側面を出入り
 する流量の和次第で壁面が移動することはない。しかし水平解析では上面は
 自由表面なので、流量和の正負により上面が上下する。このとき、ある基準
 面と底面との間の体積 ΔH を流体の体積 V に加えた H を考え、水位と流体厚を
 $\eta = H/S$, $b = \eta - h$ (S : セル・小領域の解析面内射影面積, h : 底面高) のように
 求める。

$n+1$ ステップにおけるセル内の流体の質量と運動量、格子点の解析面内座標
 は、時間刻み Δt だけ前の量から次のように陽的に求める。

$$M^{n+1} = M^n + \left[\oint dS \cdot (u-v) \rho \right]^n \Delta t + (\text{拡散項})^n \Delta t, \quad (1)$$

$$(Mv)^{(n)} = (Mv)^n + \left[\oint dS \cdot (u-v) \rho v \right]^n \Delta t + (\text{重力項} + \text{粘性項})^n \Delta t, \quad (2)$$

$$(Mv)^{n+1} = (Mv)^{(n)} - \left(\oint dS p^* \right)^{n+1} \Delta t, \quad (3)$$

$$r^{n+1} = r^n + u^n \Delta t. \quad (4)$$

$u-v$ を含む対流流束項では、全表面積分 $\oint dS$ は周回線積分 $\oint b dr \times z$ (dr : 解析
 面内微小ベクトル, z : 解析面に垂直な単位ベクトル) に書き換えられる。式

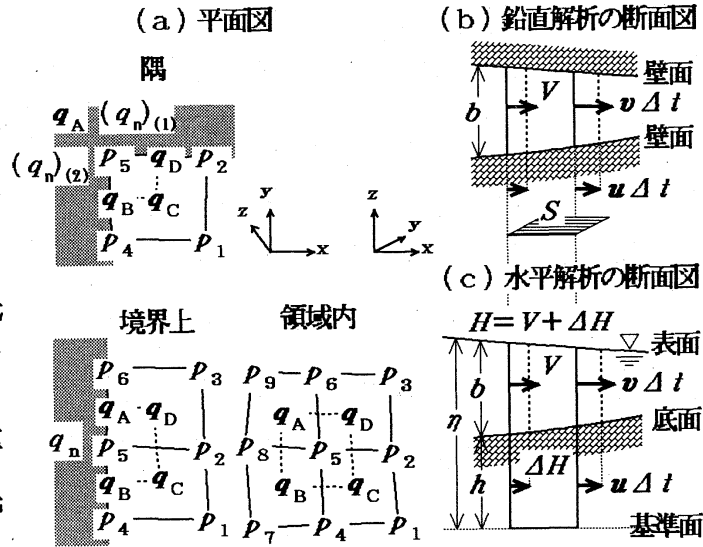


図2. 変形可能セルと体積保存則小領域

(1)-(4)は, Euler法, Lagrange法, これらの中間の場合, および鉛直解析と水平解析で共通に用いられ, 汎用性が高い. なお水平解析の場合, 粘性項には摩擦項 $-\rho r^2 |v| v S$ (r^2 : 摩擦係数) も含めておく.

鉛直解析と水平解析の大きな違いは, 圧力の決定方法にある. 鉛直解析の場合, 式(3)と小領域の体積保存則を式(5), (6)のように流量で表現し, (5)を(6)に代入して9個の圧力を未知量として含む「圧力方程式」(7)を導く. 計算領域内の全ての圧力方程式を連立して解けば, 求まった圧力による圧力項 f^{n+1} を式(5)のように加えた後の流量 q^{n+1} は, 体積保存則を満たしている.

$$q^{n+1} = q^{(n)} - f^{n+1} \Delta t, \quad q^{(n)} \equiv (b/M)^{n+1} (Mv)^{(n)}, \quad f^{n+1} \equiv \left(\frac{b}{M} \oint dS p^* \right)^{n+1}, \quad (5)$$

$$0 = \left(\oint dS \cdot v \right)^{n+1} = \left(\oint q \times dr \right)^{n+1} \cdot z = \Delta V(\{q^{n+1}\}) \quad (6)$$

$$= \Delta V(\{q^{(n)}\}) - \Delta V(\{f^{n+1}\}) \Delta t, \quad (7)$$

$$\Delta V(\{q\}) \equiv \frac{1}{2} \left[\begin{array}{l} q_A \times r_{DB} + q_D \times r_{CA} \\ + q_B \times r_{AC} + q_C \times r_{BD} \end{array} \right] \cdot z, \quad \Delta V(\{f\}) = \frac{1}{2} \left[\begin{array}{l} A_9 p_9^* + A_6 p_6^* + A_3 p_3^* \\ + A_8 p_8^* + A_5 p_5^* + A_2 p_2^* \\ + A_7 p_7^* + A_4 p_4^* + A_1 p_1^* \end{array} \right].$$

一方水平解析では, 修正された圧力は静水圧分布により水位 $\eta = H/S$ から直接 $p^* = p_s + \rho g \eta$ (p_s : 大気圧, g : 重力加速度) と求められる. 体積 H は小領域の体積保存則(8)から決めればよいが, 実際には, 右辺の u を含む項(格子点移動による体積変化を表す項)において表面積分の下面を $\oint_{b+h} dS$ のように底面から基準面に変えた(9)を使う.

$$V^{n+1} = V^n + \left[\oint dS \cdot (u - v) \right]^n \Delta t, \quad (8)$$

$$H^{n+1} = H^n + \left[\oint_{b+h} dS \cdot u \right]^n \Delta t - \left[\oint dS \cdot (v + \Delta v) \right]^n \Delta t. \quad (9)$$

Δv は表面流速 v と鉛直平均流速 $\langle v \rangle$ の差で, これにより, 水平流速を鉛直方向に一樣とすることで落とされる分散性を補う. Peregrineは,

$$\Delta v \equiv \langle v \rangle - v = \frac{1}{2} b \nabla (\nabla \cdot b v) - \frac{1}{6} b^2 \nabla (\nabla \cdot v) \quad (10)$$

によって最低次の分散性が取り込まれることを示した [10] . この場合に式 (2), (3), (9) を微分型の方程式に直したときの従属変数は (η, v) である. ところで, Δv は運動量保存則 (2), (3) に取り込むこともできる. このときの微分型の方程式は, $(\eta, \langle v \rangle)$ を従属変数とし, 運動方程式に分散項のある Bousinesq 方程式である. しかし Δv を体積保存則に取り込むことで, 計算手続きにおいて鉛直解析と水平解析とで共用する部分を多くとることができる.

表 1 は, 1 ステップ内の計算手続きをその手続きで求められる物理量で示したもので, 基本量に対して誘導量を字下げし, " ; " の前の量から得られる内挿量を " ; " の後に置いた. 手続き 1 を 8 の後に回すと,

手続き	水平解析	鉛直解析
1	$q_c^n v_c^n \rho_c^n; q_v^n v_v^n \rho_v^n$	$q_c^n v_c^n \rho_c^n; q_v^n v_v^n \rho_v^n$
2	u_v^n	u_v^n
3	r_v^{n+1}	r_v^{n+1}
4	$r_c^{n+1} u_c^n S_c^{n+1} S_v^{n+1}$	$r_c^{n+1} u_c^n S_c^{n+1} S_v^{n+1}$
5		$b_v^{n+1}; b_c^{n+1}$
6	H_v^{n+1}	p_v^*
7	$h_v^{n+1} \eta_v^{n+1} b_v^{n+1}$; $h_c^{n+1} \eta_c^{n+1} b_c^{n+1}$	
8	$V_c^{n+1} M_c^{n+1} (Mv)_c^{n+1}$	$V_c^{n+1} M_c^{n+1} (Mv)_c^{n+1}$

表 1. 計算手続き

手続きは大きく 3 つのカテ

ゴリーにまとめられる. 鉛直解析で式 (7) を, 水平解析で式 (9) を用いる手続き 5 - 7 以外, 式 (1) - (3) を用いる 8, 1 と, 式 (4) を用いる 2 - 4 は鉛直解析と水平解析とで共用できることがわかるであろう.

3. いくつかの境界条件

計算領域の境界や隅では, 各境界に一つずつ与えられる法線境界条件と接線境界条件と共に, 体積保存則 (6) が満たされている必要がある. 境界上の流量を法線流量 q_n と接線流量 q_s で $q = q_n n + q_s s$ (n : 法線ベクトル, s : 接線ベクトル) のように, また隅の流量を相交わる 2 境界に関する 2 法線流量 $(q_n)_{(1), (2)}$ で $q = [(q_n)_{(2)} s_{(1)} - (q_n)_{(1)} s_{(2)}] / (s_{(1)} \times s_{(2)}) \cdot z$ のように表し, 大抵の接線境界条件で q_s が内側の q の線形関数として求まることを使えば, 境界に接する小領域の体積保存則 (6) から 6 圧力と 1 法線流量を, 隅では 4 圧力と

2 法線流量を含む「境界方程式」(11), (12)が導かれる。

$$0 = \Delta V(\{q^{n+1}\}) = A_0 - \frac{\Delta t}{2} \begin{bmatrix} A_6 p_6^* + A_3 p_3^* \\ + A_5 p_5^* + A_2 p_2^* \\ + A_4 p_4^* + A_1 p_1^* \end{bmatrix} + (q_n \Delta s)_5, \quad (11)$$

$$0 = \Delta V(\{q^{n+1}\}) = A_0 - \frac{\Delta t}{2} \begin{bmatrix} A_5 p_5^* + A_2 p_2^* \\ + A_4 p_4^* + A_1 p_1^* \end{bmatrix} + (q_n \Delta s)_{(1)} + (q_n \Delta s)_{(2)}, \quad (12)$$

ここで Δs は、小領域が境界と接する部分の長さである。

鉛直解析と水平解析で扱う法線境界条件を図1の境界に2英字で記した。接線境界条件で(SS)は滑面, (S0)は後述の「開いた境界」で接線流量を扱うことを示す。一方法線境界条件は、以下のようなものを考える。

(NV) 底面では法線流量は既知である(=0)。圧力方程式を解く際に境界方程式を方程式系に組み込み、境界上の圧力を求める。

(NP) 自由表面, 後述の沖合い境界では圧力は既知である。圧力方程式を解いた後に、境界方程式から法線流量を求める。

(NZ) 三角形などの物理領域を長方形の計算領域で扱うために導入した長さが0の境界。物理領域の汀線では同一の圧力が、計算領域では複数になる。このため、図3(a)計算領域に0から3で示すような小領域の境界方程式を全

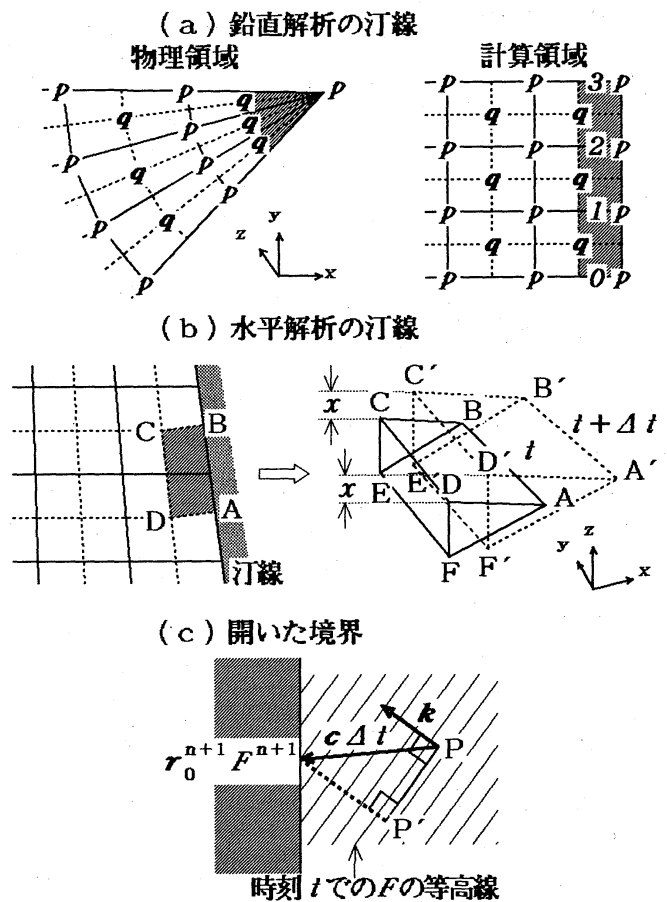


図3. いくつかの境界条件

て加え合わせて一つにした式を，圧力方程式を解く際に連立させる．

(NC) 水平解析の汀線では，流体厚を 0 として，内側の流速と体積保存則より汀線の法線流速と高さの変化を求める．このときは，境界方程式の代わりに体積保存則を直接使う（以下で n ステップの量の上付き添え字は落とす）．

図 3 (b) に示すように，汀線に接する小領域がステップ間で移動するとき，面 ABCD, AB EF, ADF, BCE を平行に保ち，点 C, D は Lagrange 的に

($u_{C,D}=v_{C,D}$, $V_v^{n+1}=V_v$) 動くものとする．小領域の体積が $V_v=[(2b_C+b_D)S_C+(b_C+2b_D)S_D+(b_C+b_D)S_E]/6$ ($S_{C,D}=(r_{CD}\times r_{CB,DA})\cdot z/2$, $S_E=(r_{DA}\times r_{CB})\cdot z/2$) と表され，ステップ間で $b_{C,D}^{n+1}=b_{C,D}^*+x$, $r_{CB,DA}^{n+1}=(b_{C,D}^{n+1}/b_{C,D})r_{CB,DA}$

($b_{C,D}^*\equiv b_{C,D}+(\nabla b)\cdot u_{C,D}\Delta t$, ∇b : 流体厚勾配, x : 上面の鉛直方向移動距離) が成り立つことを使うと， x に対する 3 次方程式が導かれる．

$$\begin{aligned}
 0 &= 6V_v^{n+1} - 6V_v \\
 &= \left[\frac{3}{b_C} (\bar{b}_C^* b_C^* S_C^* - \bar{b}_C b_C S_C) + \frac{3}{b_D} (\bar{b}_D^* b_D^* S_D^* - \bar{b}_D b_D S_D) + \frac{2S_E}{b_C b_D} (\bar{b}_E^* b_C^* b_D^* - \bar{b}_E b_C b_D) \right] \\
 &+ x \left[\frac{3}{b_C} (\bar{b}_C^* + b_C^*) S_C^* + \frac{3}{b_D} (\bar{b}_D^* + b_D^*) S_D^* + \frac{2S_E}{b_C b_D} (\bar{b}_E^* b_C^* + \bar{b}_E^* b_D^* + b_C^* b_D^*) \right] \\
 &+ x^2 \left[\frac{3}{b_C} S_C^* + \frac{3}{b_D} S_D^* + \frac{2S_E}{b_C b_D} (\bar{b}_E^* + b_C^* + b_D^*) \right] + x^3 \frac{2S_E}{b_C b_D} \quad (13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{b}_{C,D} &\equiv (2b_{C,D} + b_{D,C})/3, & \bar{b}_E &\equiv (b_C + b_D)/2, \\
 \bar{b}_{C,D}^* &\equiv (2b_{C,D}^* + b_{D,C}^*)/3, & \bar{b}_E^* &\equiv (b_C^* + b_D^*)/2, \\
 S_{C,D}^* &\equiv (r_{CD}^{n+1} \times r_{CB,DA}) \cdot z/2.
 \end{aligned}$$

この方程式は，点 C, D が動かないとき， $x=0$ を保証している． x がわかると，法線流速と汀線の高さの変化は $v_n = x/(|\nabla b| \Delta t)$, $\Delta \eta = (n \cdot \nabla h) v_n \Delta t$ (n : 法線ベクトル, ∇h : 底面勾配) と求められる．

1 次元的な場合は，汀線の曲がり，厚みの汀線方向変化，接線流速の効果などが落ちて，法線流速は単に $v_n = n \cdot u_{C,D}$ となる．これは上面の平行移動，後面の Lagrange 的移動の仮定で，小領域が剛体的に移動することを示しているが，これらの仮定は法線流速を求めるときにだけ用い，流体厚勾配を常に

一定としたり，点C，Dの動きをLagrange的に限るわけではない．流体厚勾配は内部の格子点で各ステップ毎に決まる流体厚に依存するし，点C，Dの移動速度と流速とに差があれば，保存則の対流流束項で考慮される．

(N0)鉛直解析・平面解析の沖合い境界は，開いた境界として局所的平面波モデル[11]で扱う．このモデルでは，図3(c)のように，物理量 F の分布が形を変えることなく波速 c で外向きに境界を通過するとき，境界上の点 r_0^{n+1} における $n+1$ ステップでの F の値を決めるのに，波速の代わりに F の勾配ベクトル k に沿って遡り，同じ値を与える点を見いだそうとするものである．このことは

$$F^{n+1} \equiv F(k \cdot r_0^{n+1}, t + \Delta t) = F(k \cdot (r_0^{n+1} - c \Delta t), t) \quad (14)$$

のように表される．もし k が局所的にでも一様なら， $F(k \cdot r, t)$ は平面波を表すというのが名前の由来である．これによって，たとえ c が境界に垂直でなくても k 方向成分だけ知れば充分で，その方向は求めなくてよい． $F(\theta, t)$ の関数形と $X \equiv -k \cdot c \Delta t$ の値は，境界上と内部の点における $n, n-1$ ステップでの F の値から決める．内向きに入射する既知の成分 F_i があるときは，外向き・内向き成分の和を F として上の議論の F を $F - F_i$ で置き換える．ここでは F として鉛直解析・水平解析共修正された圧力を選んだ． $n+1$ ステップの p^* が決まれば，以後この境界は(NP)と同じに扱われる．

4. 孤立波の鉛直解析

ここではまず，斜面上の孤立波の鉛直解析例を見ることにする．図4は，傾斜角 20° の斜面を含む全長250m，沖合水深20mの領域の左方から波高1.0m，波長206mで入射してくる孤立波を，時間刻み0.1秒で追った場合である．孤立波は，270ステップ付近で最大遡上高2.5mに達し，その後反射されて沖合いから領域外へ去って行くが，分散性が自動的に取り込まれていることを反映して，遡上中の流速分布には鉛直方向の変化が見られる．また，反射後の孤立波の一部の成分は，斜面から水平床への切り替え部における負の反射の

ため再び汀線に向かい，一種の共鳴状態になる．

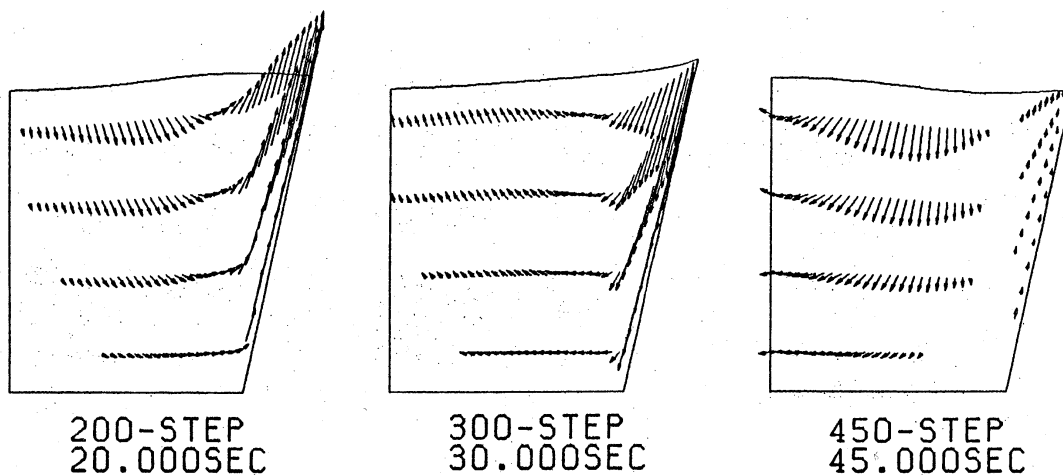


図4．孤立波の鉛直解析

同様の計算を水平解析でも行い，孤立波の沖合波高 A に対する最大遡上高 R の依存性を他の計算・実験・理論と比較したのが図5で，それぞれ沖合水深 h と A で規格化してある．示されているのは Δ ：鉛直解析， $\bullet$ ：分散ありの水平解析， $\circ$ ：分散なしの水平解析， $\square$ ：境界要素法， $+$ ：数値解析[12]， $\times$ ：水槽実験[13]，鎖線：長波理論[3]，点線：碎波限界[3]である．通常 R/A は2より大きいが，計算・理論で分散性の取り込みをより厳密にすれば，値が下がり，実験値に近づく傾向が $A/h=0.10$ 付近に現れている．

小さな A/h で理論値と実験値が小さいのはそれぞれ，適用限界を越えていること，摩擦力が圧力勾配力より優勢になることによるものと思われる．

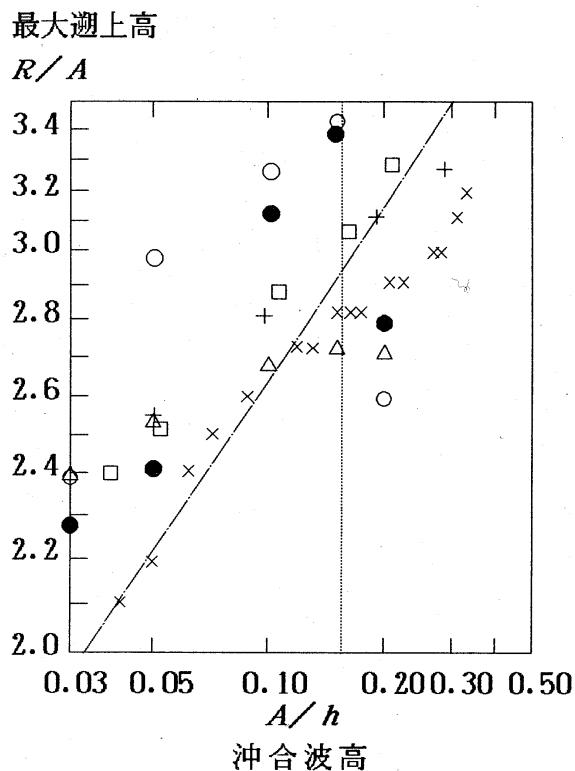


図5．傾斜角 20° の一様斜面における孤立波の最大遡上高

5. 周期波の水平解析

ここでは、図1(b)に2cm間隔の等高線で示すような、凸部と凹部のある斜面地形に左方から周期波が入射する場合を水平解析で調べ、水槽実験と比較する。領域の大きさは、岸沖方向5.0m、沿岸方向7.5mで、斜面の平均勾配は1/10、沖合水深を0.26mとしたとき最短斜面長は1.70m、最長斜面長は5.00mである。周期波の波高は約0.6cm、周期は1.45秒、波長2.12mなので、水深、波長に較べて波高は小さいが、波長に較べて斜面長は場所毎に大きくも小さくもなる。

時間方向に陽的な差分法では、セル長、時間刻み、波速を $\Delta x, \Delta t, c$ として、CFL条件 $c\Delta t < \Delta x$ に注意して格子分割を行い、安定性を確保する。波速は汀線に近づくほど小さくなるので、セルを小さくして解像度を上げることができる。ただし、最低次の分散性を取り込んだ場合は新たな条件 $b < \Delta x$ (b :流体厚)が必要になることが、分散性のある波動方程式 $\partial^2 q / \partial t^2 = c^2 \partial^2 q / \partial x^2 + (c^2 b^2 / 3) \partial^4 q / \partial x^4$ を差分化し安定性解析を行うことで示される。ここでは、長さ l の斜面を N 個のセルに分けると、沖合いから i 番目のセル長を $\Delta x_i = l(r^{i-1} - r^i) / (1 - r^N)$ のように等比級数的に定め、最短斜面長1.70mを l として、上の2つの条件を満たすよう $N=9, r=0.890$ と選んだ。これにより、セル長0.30mによる沖合いでの等分割よりは細かい分割ができたことになる(図1(c))。なお、時間刻みは0.02秒、摩擦係数は0.05とした。

図6は、図1(b)に2英数字で示した凸部各点における水位(S.E.)と汀線位置(C.P.)の時間変化を、計算(COM.)と実験(EXP.)とで比較したものである。ここで沖合2点(11,13)での実験水位はそのまま計算の境界条件に用いている。波高大小の全体的な傾向、初期波の到達時刻や周期などの時間的な性質は一致している。後の時刻における41,42での水位の不一致は、沖合いで測定された実験水位から入射波成分だけを分離できないことに原因があるろう。砕波点付近(71,72)では波の突っ立ちのため実験水位が急激に変動するが、この付近の格子点の移動速度を汀線移動速度の内挿から簡単に決める

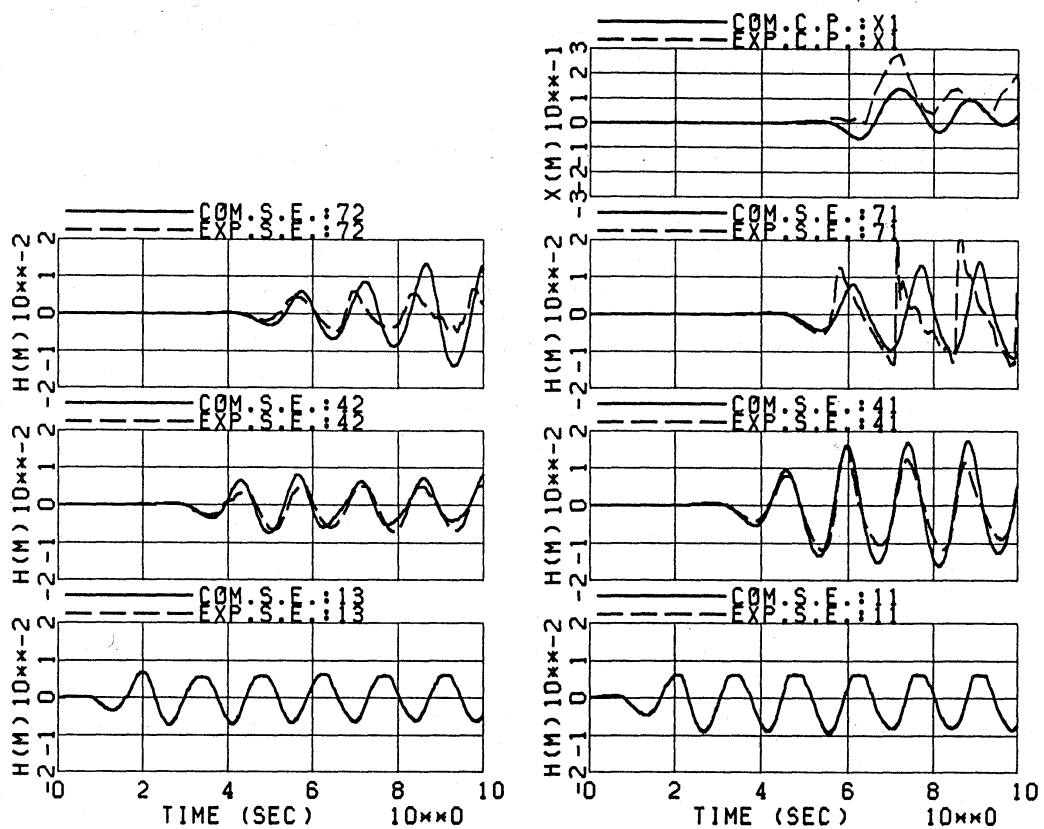


図6. 周期波の水平解析における水位と汀線位置の時間変化

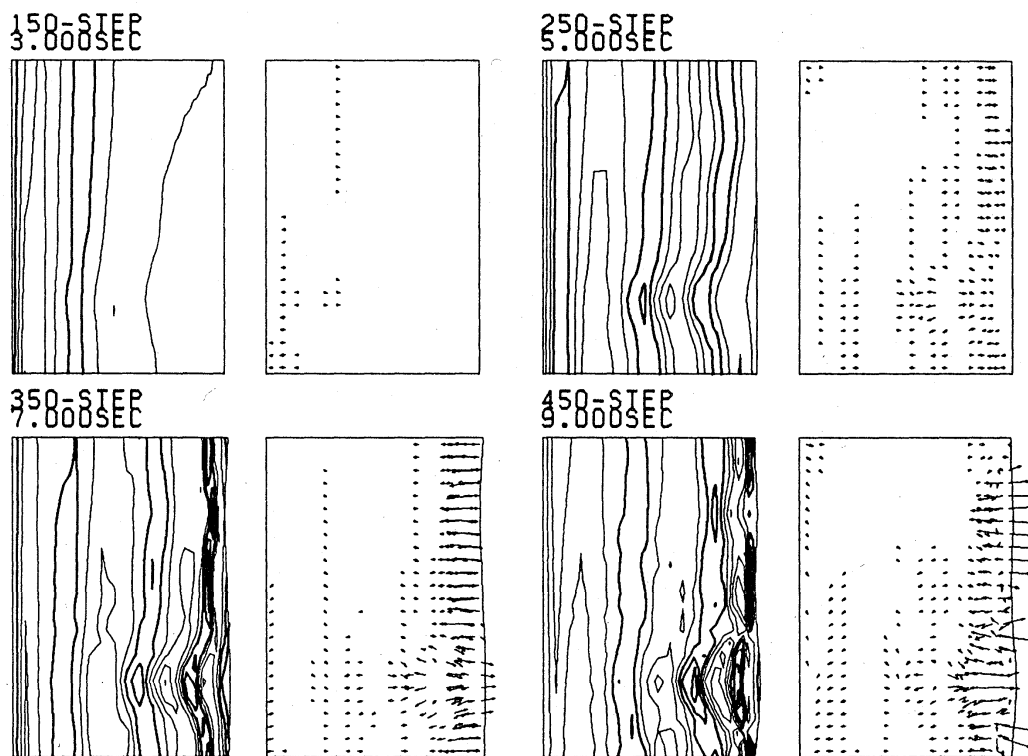


図7. 周期波の水平解析における水位分布(左)と流速分布(右)

代わりに，近くの水位や流速の状況になるべく追従させることで，計算結果を改良できる余地がある．

図7は，水位（左）と流速（右）の水平分布の時間変化で，太い等水位線は0cm，間隔は0.5cmである．水底地形の変化による屈折のため，表面波の等位相線は凸部で脇が，凹部で中央が先に汀線に達するように曲がる．このため，凸部には楕円型の，凹部には双曲線型の等水位線が現れる．このことは，水槽実験において光干渉縞で等水位線を可視化するモアレ法によっても確認された．

6. おわりに

境界移動に従って変形可能なセル，積分型の保存則，境界条件の統一的扱いなどを特長とする数値解析法を，斜面上の孤立波の鉛直解析，周期波の水平解析に適用し，分散性の効果を調べたり，水平解析で，斜面上の数値解析の解像度を増すための格子分割法を提案した．また，計算と実験の一致を周期波の水平解析で確認し，地形に特有な水位分布が現れることを指摘した．ここに示した方法は，非線形性が強く現れる現象のより現実に近い数値解析のための手段を物理的に考察する上で，有効であろう．最後に，計算・実験にご協力いただいた北海道大学工学部港湾工学講座と吉田静男，岡村敬二，養島正敏，濱田洋人，曾根宏靖他の方々に感謝致します．

参 考 文 献

- [1] G.F.Carrier and H.P.Greenspan: Water waves of finite amplitude on a sloping beach, J.Fluid Mech., 17, pp.97-110 (1958).
- [2] L.Q.Spielvogel: Single-wave run-up on sloping beaches, J.Fluid Mech., 74(4), pp.685-694 (1975).
- [3] C.E.Synolakis: The runup of solitary waves, J.Fluid Mech., 185, pp.523-545 (1987).

- [4] N.Sugimoto and T.Kakutani: Reflection of a shallow-water solition.
Part 1. Edge layer for shallow-water waves, J.Fluid Mech., 146, pp.369-382 (1984).
- [5] N.Sugimoto, Y.Kursaka and T.Kakutani: Reflection of a shallow-water solition. Part 2. Numerical evaluation, J.Fluid Mech., 178, pp.99-117 (1987).
- [6] A.Jeffrey and H.H.Dai: On the weak oblique reflection of solitary waves at a slope, Int.J.Non-Linear Mech., 24, pp.415-424 (1989).
- [7] N.Shuto: Shoaling and deformation of non-linear long waves, Coastal Eng. in Japan, 16, pp.1-12 (1973).
- [8] Y.Mizuta: Generalized boundary conditions on the basis of a deformable-cell method: free surfaces, density interfaces and open boundaries, Comput. & Fluids, 19(3/4), pp.377-385 (1991).
- [9] 水田 洋: 斜面上の密度界面孤立波の数値解析ー表面・界面を持つ流体の数値解析法ー, 京都大学数理解析研究所講究録 740, pp.339-350 (1991).
- [10] D.H.Peregrine: Long waves on a beach, J.Fluid Mech., 27, pp.815-827 (1967).
- [11] Y.Mizuta: Local plane wave model for open boundaries in numerical analysis of incompressible fluids, J.Comp.Fluid Dyn., 1, in print.
- [12] G.Pedersen and B.Gjevik: Run-up of solitary waves, J.Fluid Mech., 135, pp.283-299 (1983).
- [13] M.Langsholt: Experimental study of wave run-up, Cand.Real.Thesis, University of Oslo (1981).