

エサキダイオードを用いた自励振動回路 における同期化現象

林 千博・上田 皖亮

多 山 洋 文

(京 都 大 学)

1972年12月9日

(於 関 西)

社団法人 電 子 通 信 学 会

エサキダイオードを用いた自励振動回路における同期化現象

Entrainment of Frequency in a Negative-Resistance Oscillator Using Esaki Diodes

林 千博 上田 暁亮 多山 洋文
Chihiro HAYASHI Yoshisuke UEDA Hirofumi TAYAMA
京都大学工学部
Kyoto University

1. 緒言

自励振動系に正弦波外力を加えると、或る範囲内の振幅および周波数を持つ外力に対しては、自励振動周波数が外力周波数あるいはその有理数倍に同期して、系には基本調波振動、高調波または分数調波振動が発生する。また外力がこの様な範囲外の値を取るとき、系には同期の外れた非周期振動が発生する。⁽¹⁾

本論文はエサキダイオードの負性抵抗を利用した自励振動回路に正弦波電圧を加えた場合に観察される振動現象に関する実験結果の報告である。

2. 振動系を記述する微分方程式の誘導

実験回路をFig. 1に示す。図に示した記号を用いれば次の回路方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} L \frac{di}{dt} + Ri + v &= E \cos \omega t \\ i &= i_c + i_D \\ i_c &= C \frac{dv}{dt} \end{aligned} \right\} (1)$$

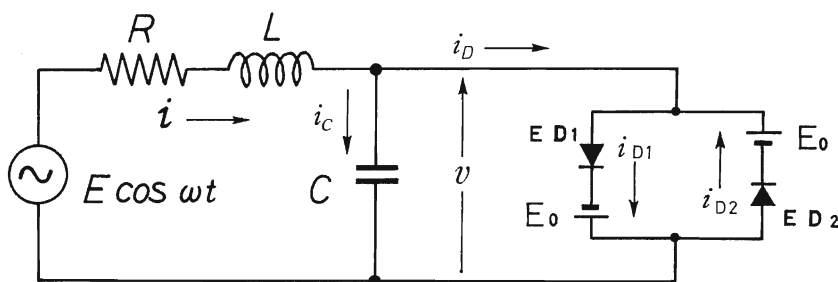


Fig. 1 周期的外力を加えた自励振動回路

エサキダイオード $E D_1$ および $E D_2$ に直流バイアス電圧 E_0 を加えたものを逆並列に接続して作った負性抵抗素子の電圧電流特性は三次曲線

$$i_D = -a_1 v + a_3 v^3 \quad a_1 > 0, a_3 > 0 \quad (2)$$

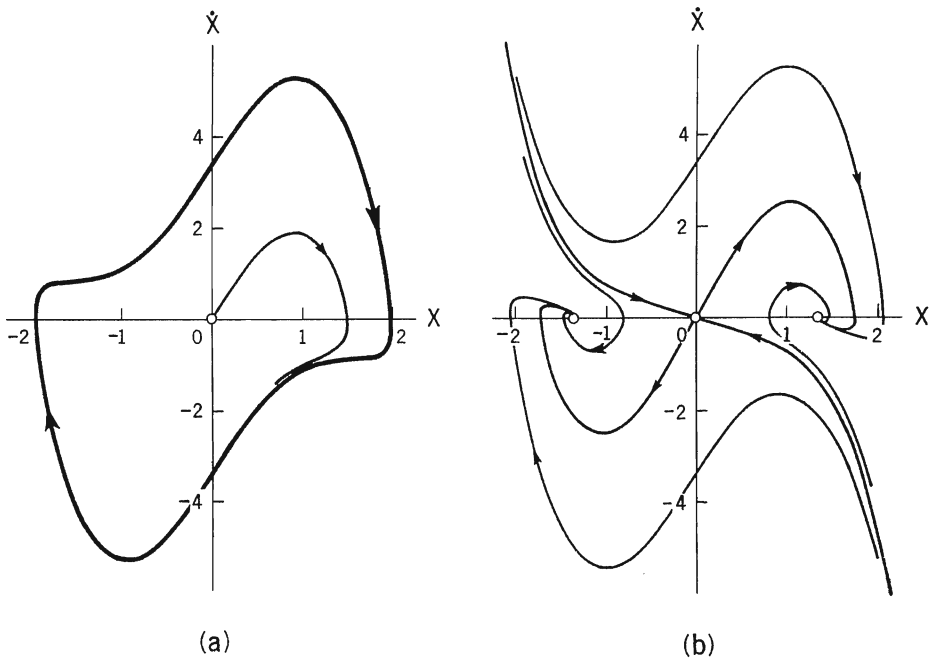
で表わされるとし、(1),(2)式から i , i_c , i_D を消去すれば次式を得る。

$$LC \frac{d^2 v}{dt^2} - (a_1 L - RC) \frac{dv}{dt} + 3a_3 L v^2 \frac{dv}{dt} + (1 - a_1 R)v + a_3 R v^3 = E \cos \omega t \quad (3)$$

上式の減衰項より判るように実験回路に自励振動が発生するためには回路定数の間に $a_1 L - RC > 0$ の関係が成立しなければならない。ここではこの条件が満たされている場合を考えると、(3)式に変数変換を施して次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 x}{d\tau^2} - \mu(1-x^2) \frac{dx}{d\tau} + \alpha x + x^3 &= B \cos \nu \tau \\ \text{ここに} \quad x &= \sqrt{\frac{3a_3 L}{a_1 L - RC}} v & \tau &= \sqrt{\frac{R(a_1 L - RC)}{3L^2 C}} t \\ \mu &= \sqrt{\frac{3}{RC}} (a_1 L - RC) & \alpha &= \frac{3L}{R} \frac{1 - a_1 R}{a_1 L - RC} \\ B &= \frac{3EL}{R} \sqrt{\frac{3a_3 L}{(a_1 L - RC)^3}} & \nu &= \sqrt{\frac{3L^2 C}{R(a_1 L - RC)}} \omega \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(4)式は van der Pol 形の減衰項および非線形復元項 $\alpha x + x^3$ をもつ 2 階の微分方程式に正弦波外力項を付加した形をしている。復元項に含まれるパラメタ α の形から、回路の抵抗 R を増せば α の値に負の値を与えることが可能となる。この様な



→ 2 図 $B=0$ とした式(4)の位相面図
(a) $\mu=3.0, \alpha=0$ (b) $\mu=3.0, \alpha=-1.8$

場合の振動系。すなわち復元項が $\alpha=0$ において負の傾斜をもつ様な系においては、その性質に帰因する特異な振動現象が観察される。たとえば先にその一例を報告した様に、 α を零から負の値に減少して行けば $B=0$ とした(4)式の x - $\dot{x}$ 相平面上のリミットサイクルは α のある値において消滅し、(4)式で表わされる振動系には自励振動が存在しなくなる。この間の模様を説明するために $B=0$ とした(4)式においてパラメータを (a) $\mu=3.0$, $\alpha=0$ および (b) $\mu=3.0$, $\alpha=-1.8$ とした場合の位相面図を Fig. 2 に示す。(a)図のリミットサイクルの周期は 4.63 であり、(b)図ではリミットサイクルは存在せず、(4)式の復元項 $\alpha x + x^3$ が零となる3つの点に相当した特異点のうち2つの安定点で表わされる静的な平衡状態が存在する。この系には自励振動は存在しない。比較的振幅の小さな外力に対しては、この平衡状態が外力に同期した周期運動を行なうが、系の減衰項が負の値を取る範囲にまで系の動作を及ぼさせる様な外力に対しては、自励振動が励起される。次節では Fig. 2(a), (b)に対応する系に正弦波外力を加えた場合を実験的に考察する。

3. 実験回路

実験回路を Fig. 3 に示す。図において破線で囲んだ部分がエサキダイオード ED1, ED2 を用いて作った負性抵抗素子である。この素子の電圧電流特性は3次曲線で近似される。エサキダイオードは負性抵抗を有する素子であるため、回路の浮遊容量や寄生的なインダクタンスと結合して寄生振動を起こしやすい。従ってこの部分の製作に際してエサキダイオードの支持金具を極力小型化し、寄生的なインダクタンスを避けた部分の配線には、約 3cm 巾の銅板を用いた。また直流バイアスはダイオードに直列に接続した 10Ω の抵抗に直流安定化電源から直流を供給することにより与え、抵抗によるインピーダンスを低くするため $20,000\mu F$ のコンデンサを並列に接続した。このようにして作った負性抵抗素子の電圧電流特性

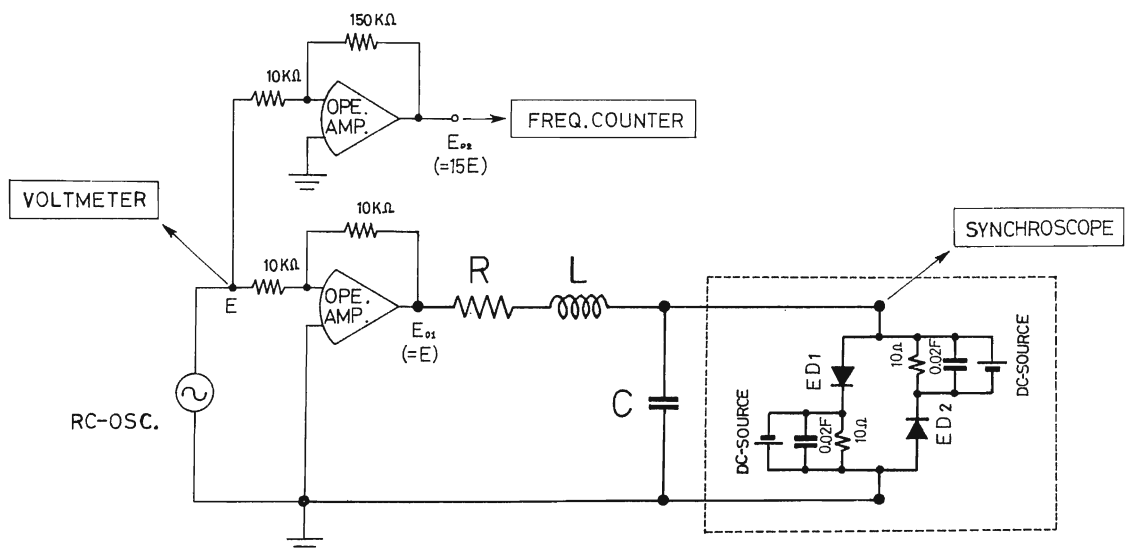


Fig. 3 実験回路

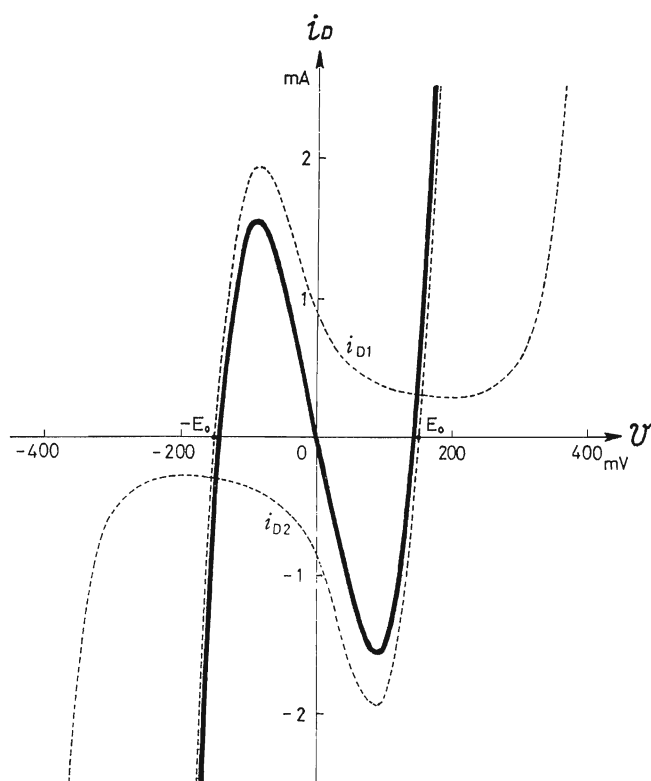


図4 負性抵抗素子の電圧電流特性

を図4に示す。図において点線 i_{D1} 、 i_{D2} は直流バイアス $E_0 (= 155 \text{ mV})$ を加えた1サキダイオードを流れる電流を実測したものであり、太線はこれらを合成した負性抵抗素子の特性である。その電圧電流特性は近似的に

$$i = -0.028 v + 1.364 v^3 \quad (5)$$

(i : Amp v : Volt)

で表わされる。さらに外部から加える正弦波電圧をインピーダンスの極めて低い信号源とするため、フィードバックのかかった演算増幅器を通して発振器出力を実験回路に加えた。図3において周波数計の入力側の演算増幅器は微小な信号電圧の周波数を確実に測定するために持入したものである。

4. 実験結果

4.1 自励振動が存在する場合

カ2節の終りに述べた様に、カ3図における回路定数を、カ2図(a)のパラメタ $\mu=3.0$, $\alpha=0$ に対応する値に設定する*。すなわち

$$R=35.7\Omega, L=47.1\text{mH}, C=9.20\mu\text{F}$$

この系の発振周波数は 171Hz であり自励振動の振巾はピーク・ピーク値 300mV であった。外力の振巾および周波数に種々の値を与え、系の振動が外力周波数あるいはその高調波や分数調波に同期するような外力の範囲、いわゆる周波数同期化領域を求めた結果をカ5図に示す。図において各領域内の数字は系に発生する振動に顕著に含まれる周波数成分の外力周波数に対する比を表わしており、斜線を拖した部分の外力に対しては同期の外れた非同期振動が発生する。図に見られる様に基本調波引込領域が最も広く、 $1/3$, $1/5$ 等の奇数次の分数調波引込領域がそれに続き、 $1/2$, $1/4$ 等偶数次の領域は奇数次に比してかなり狭くなっている。又系の発振周波数より低い外力周波数に対するカ2およびカ3高調波引込領域は狭く、これらの領域と基本調波引込領域間の境界は区別出来ない。さらに図には $2/3$, $3/5$ 等の分数調波的高調波振動の引込領域も記した。これらの各領域内に外力を決定した場合の振動波形 $v(t)$ を外力 $e(t)$ の波形と共にカ6図に示した。

4.2 自励振動が存在しない場合

カ2図(b)のパラメタ $\mu=3.0$, $\alpha=-1.8$ に対応する回路定数として

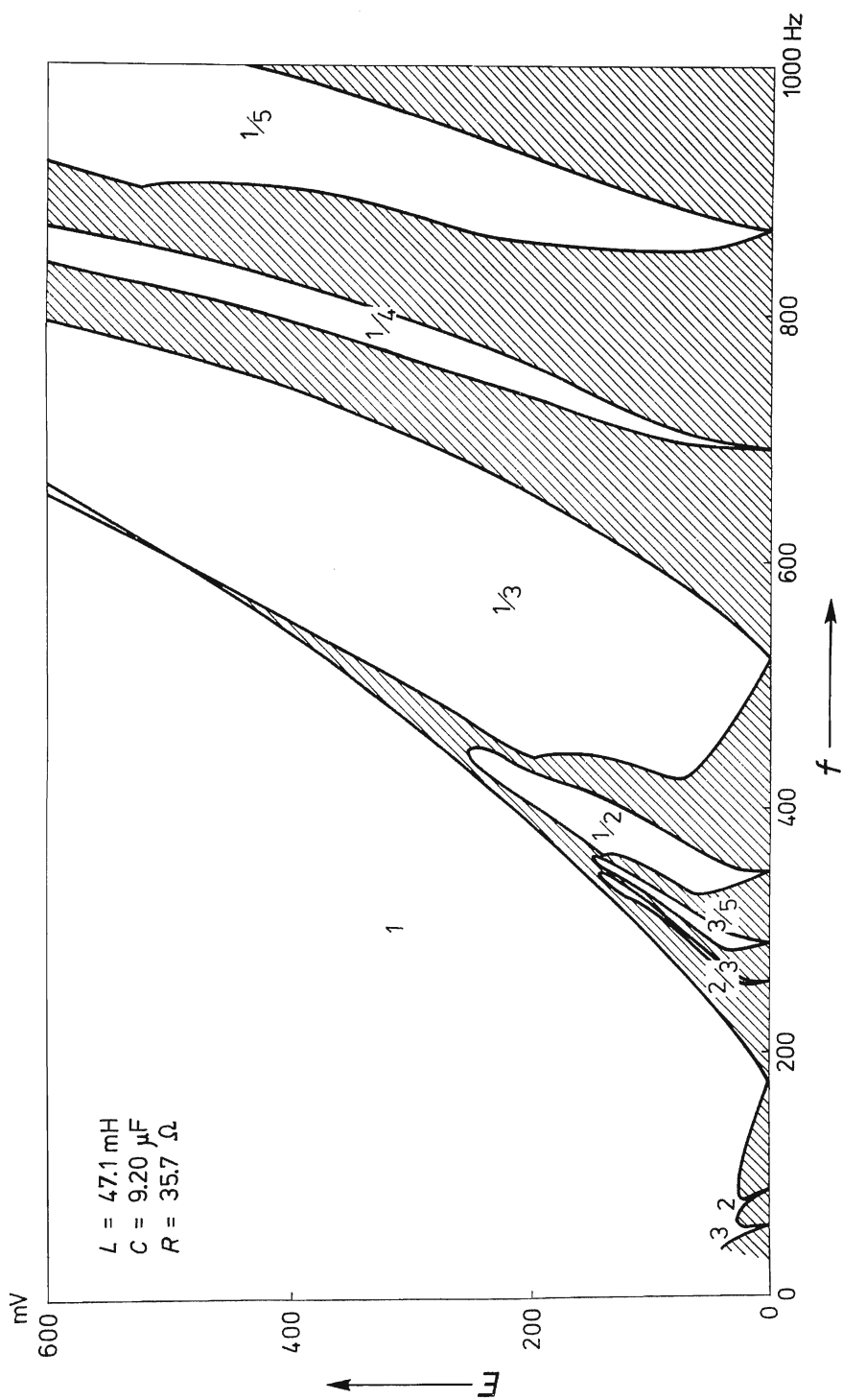
$$R=64.9\Omega, L=118\text{mH}, C=12.7\mu\text{F}$$

を選んだ系に観察される周波数同期化領域をカ7図に示し、その代表的な振動波形をカ8図に示した。カ7図の右下の基本調波振動同期化領域においては、カ8図(ℓ), (ℓ)に示す振動波形が見られる。これは、カ2図(b)の平衡点外力の作用の下に周期運動を行なう現象に対応している。この領域外の外力に対しては、自励振動が励起されることが観察された。

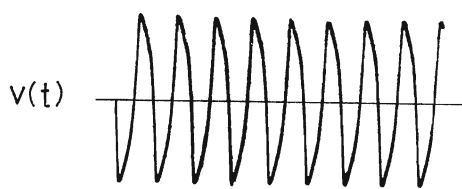
* (4)式中の μ と α を与える2式から、次の関係が導かれる。

$$a_1 R = \frac{q}{q + \frac{\alpha \mu^2}{1 + \frac{\mu^2}{3}}}, \quad a_1 L = RC \left(1 + \frac{\mu^2}{3}\right)$$

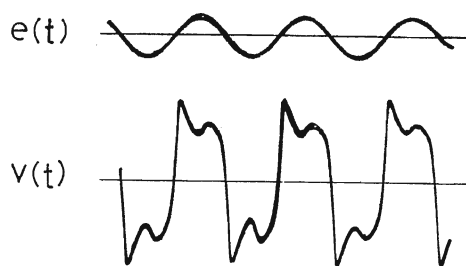
これらの関係を満たす様に R, L, C を選ぶ。



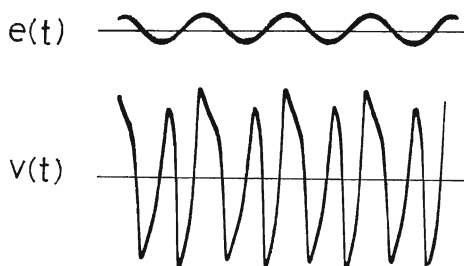
カ5図 周波数同期化領域



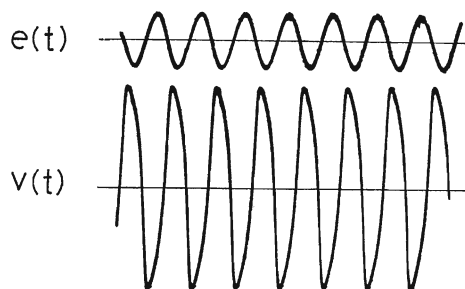
(a) Self-excited oscillation



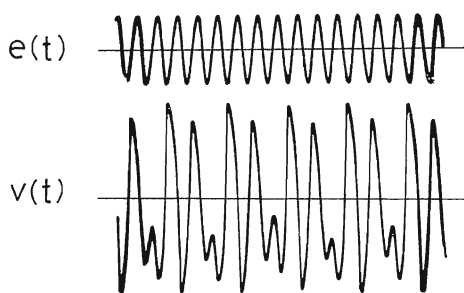
(b) 3rd harmonic oscillation



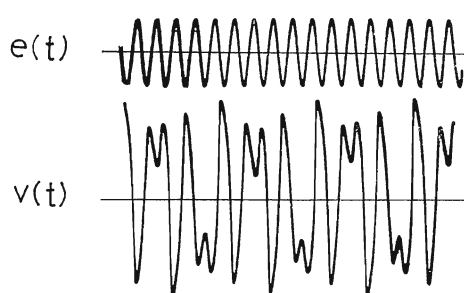
(c) 2nd harmonic oscillation



(d) Harmonic oscillation



(e) $2/3$ -harmonic oscillation



(f) $3/5$ -harmonic oscillation

表6図 代表的な振動波形

外力 $e(t)$ の周波数, 振幅は,

(a) 171 Hz, 300 mV*

(c) 78 Hz, 20 mV

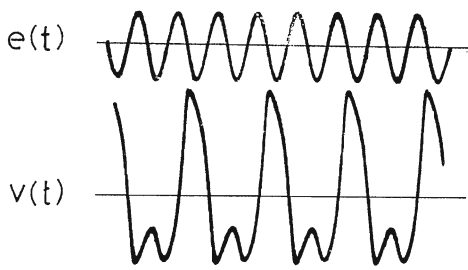
(e) 319 Hz, 100 mV

(b) 62 Hz, 30 mV

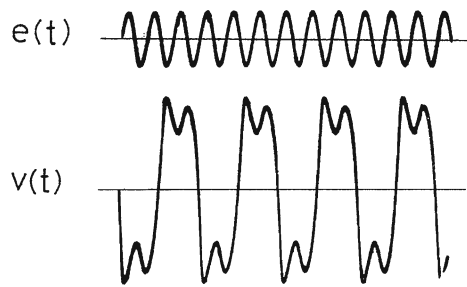
(d) 330 Hz, 200 mV

(f) 333 Hz, 100 mV

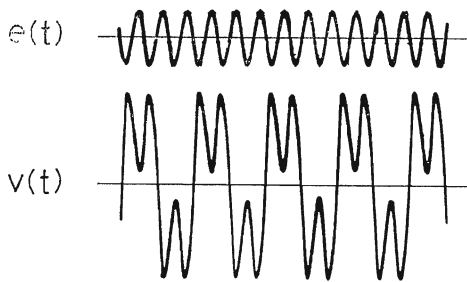
である。*自励振動の周波数, 振幅である。



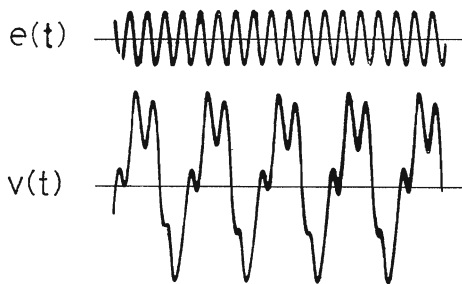
(g) $1/2$ -harmonic oscillation



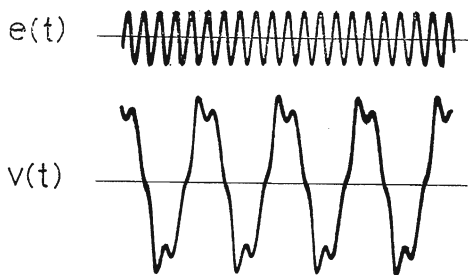
(h) $1/3$ -harmonic oscillation



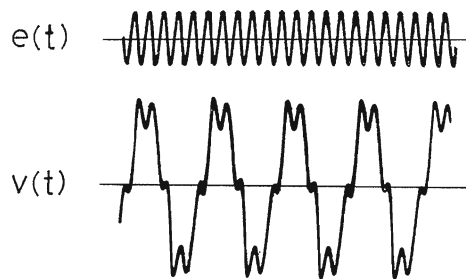
(i) $1/3$ -harmonic oscillation



(j) $1/4$ -harmonic oscillation



(k) $1/5$ -harmonic oscillation



(l) $1/5$ -harmonic oscillation

表6 代表的な振動波形

外力 $e(t)$ の周波数, 振幅は,

(g) 363 Hz, 100 mV

(i) 606 Hz, 400 mV

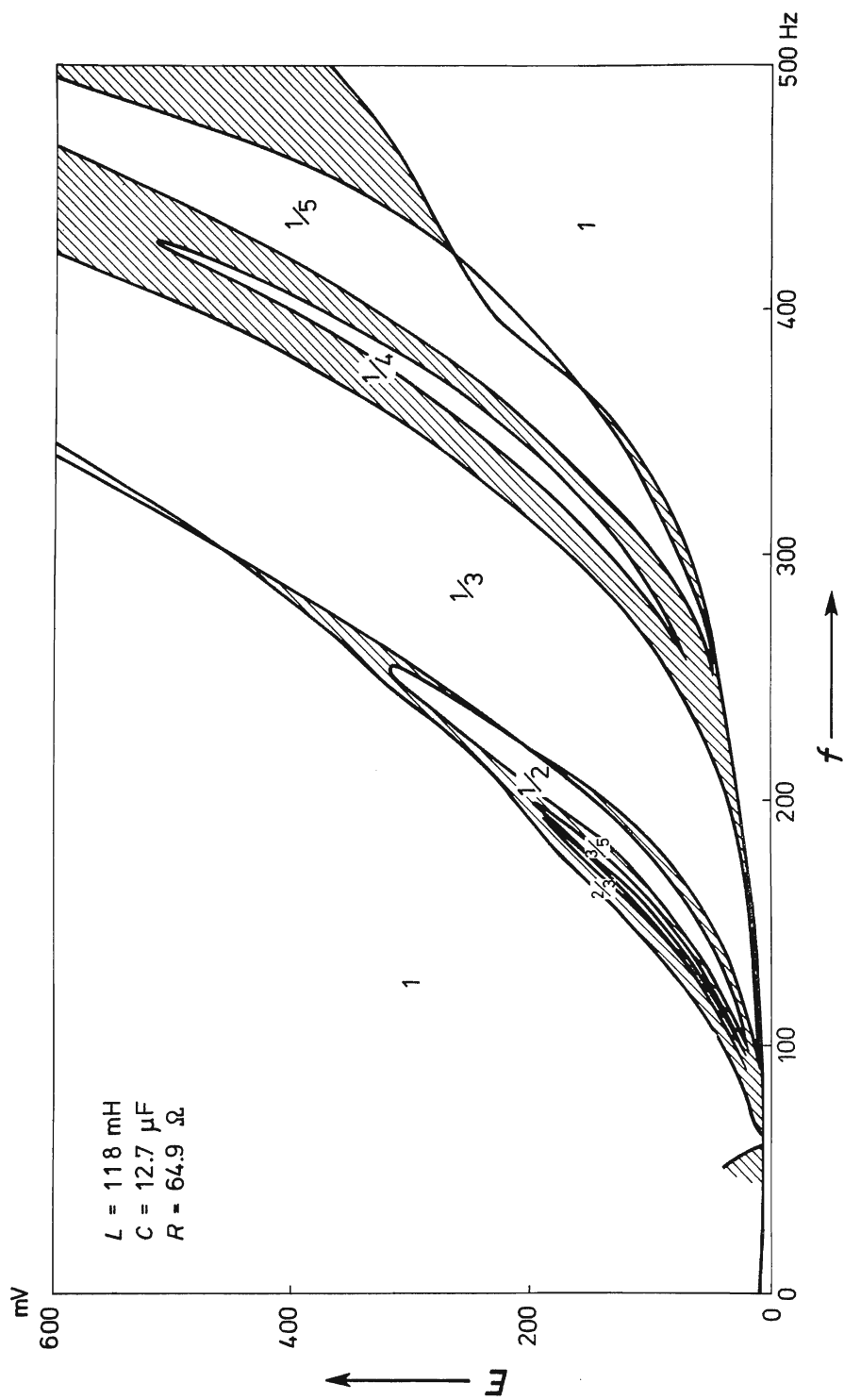
(k) 904 Hz, 200 mV

(h) 550 Hz, 200 mV

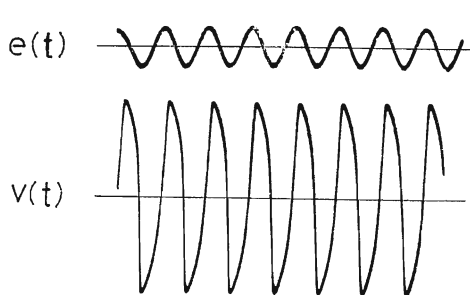
(j) 800 Hz, 400 mV

(l) 970 Hz, 400 mV

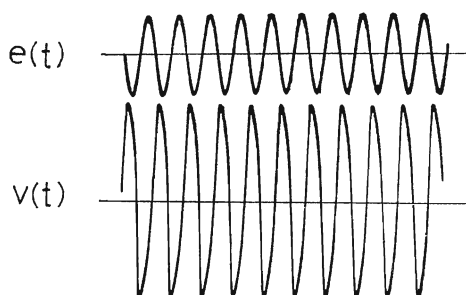
である。



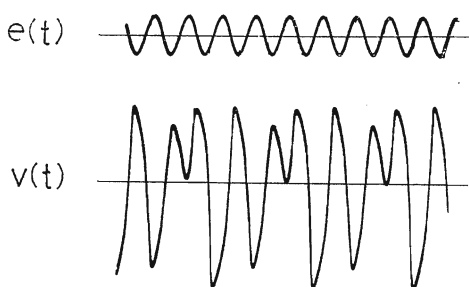
为7图 周波数同期化領域



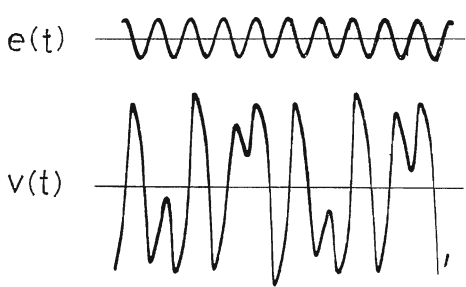
(a) Harmonic oscillation



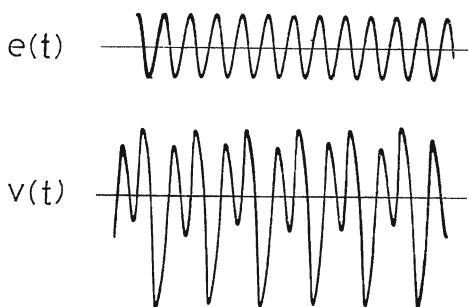
(b) Harmonic oscillation



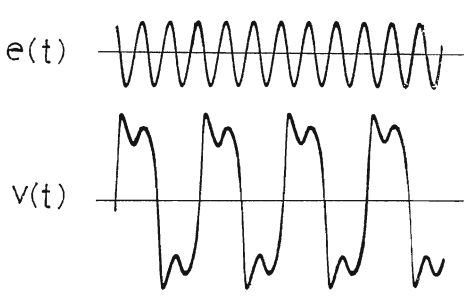
(c) $\frac{2}{3}$ -harmonic oscillation



(d) $\frac{3}{5}$ -harmonic oscillation



(e) $\frac{1}{2}$ -harmonic oscillation



(f) $\frac{1}{3}$ -harmonic oscillation

図8 代表的な振動波形

外力 $e(t)$ の周波数, 振幅は,

(a) 150 Hz, 150 mV

(c) 177 Hz, 150 mV

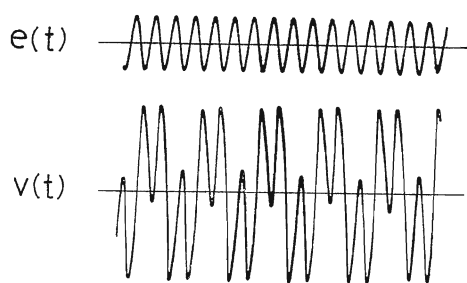
(e) 230 Hz, 250 mV

(b) 230 Hz, 300 mV

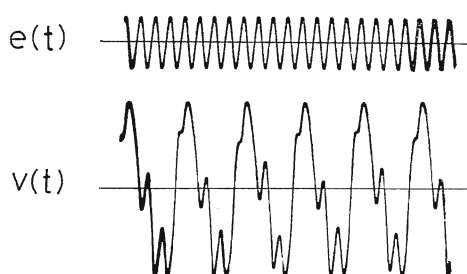
(d) 182 Hz, 150 mV

(f) 212 Hz, 100 mV

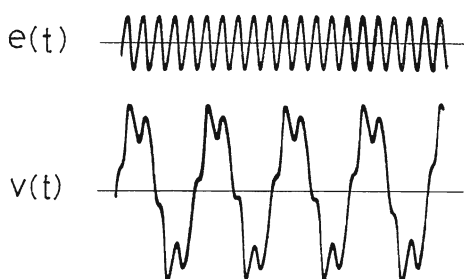
である。



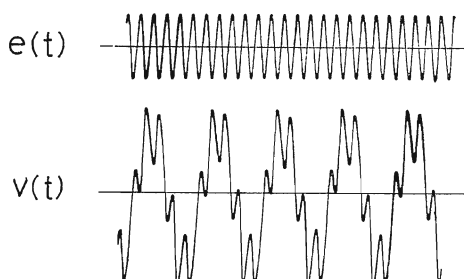
(g) $1/3$ -harmonic oscillation



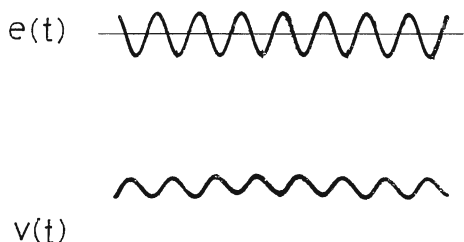
(h) $1/4$ -harmonic oscillation



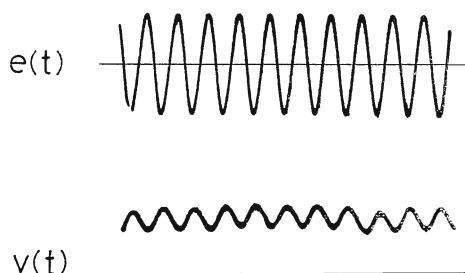
(i) $1/5$ -harmonic oscillation



(j) $1/5$ -harmonic oscillation



(k) Harmonic oscillation



(l) Harmonic oscillation

第8図 代表的な振動波形

外力 $e(t)$ の周波数, 振幅は

(g) 297 Hz, 400 mV

(i) 378 Hz, 200 mV

(k) 340 Hz, 66 mV

(h) 404 Hz, 400 mV

(j) 400 Hz, 500 mV

(l) 470 Hz, 150 mV

である。

謝辞

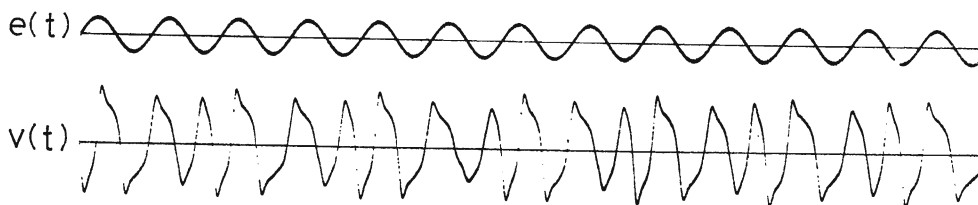
本実験を行なうに当り種々の助言を下された本学助手大嶋健司氏ならびに、実験、製図に協力された本学4回生山本博正君に深く感謝致します。

参考文献

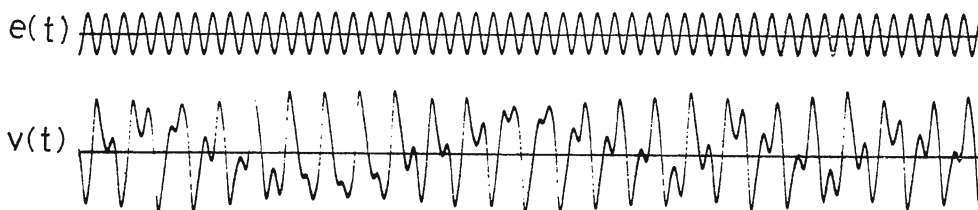
1. C. Hayashi: "Nonlinear Oscillations in Physical Systems," McGraw-Hill Book Co., New York, 1964
2. 林, 上田, 赤松, 栗本: 周期的外力を加えた自励振動系に発生する振動現象, 電子通信学会非線形問題研究会資料, 資料番号 NLP 70-12 (1970-11)

附录：以下に非周期振動波形をあげる。

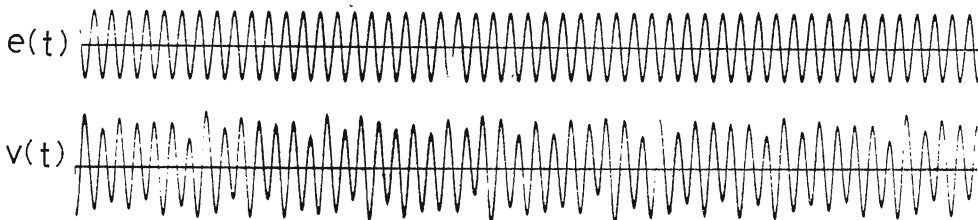
(a) 100 Hz
20 mV



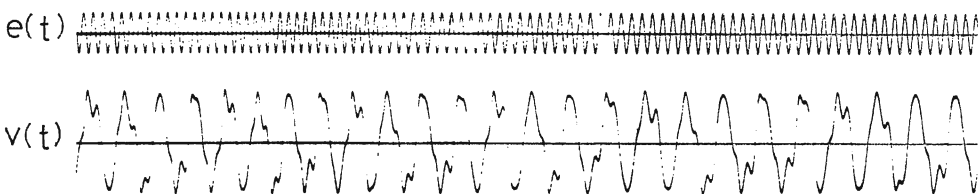
(b) 400 Hz
121 mV



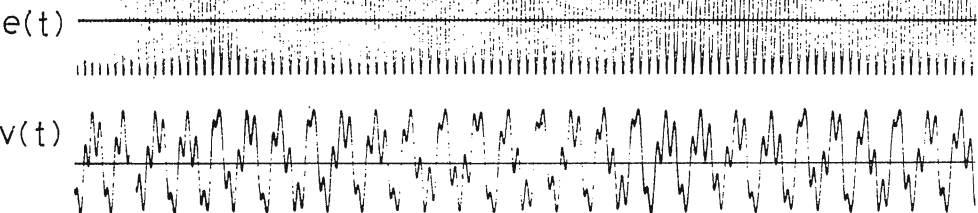
(c) 400 Hz
200 mV



(d) 700 Hz
150 mV

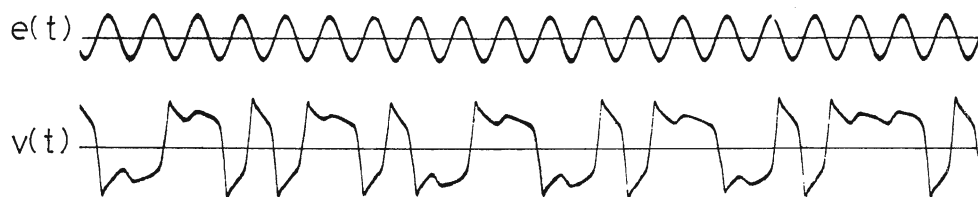


(e) 800 Hz
500 mV

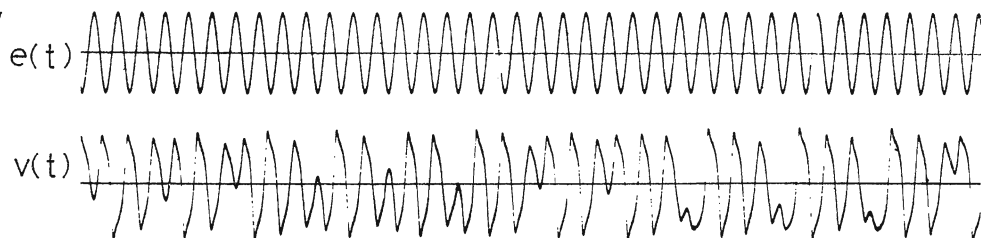


为A.1图 非周期振動波形
($R = 35.7 \Omega$, $L = 47.1 \text{ mH}$, $C = 9.20 \mu\text{F}$)

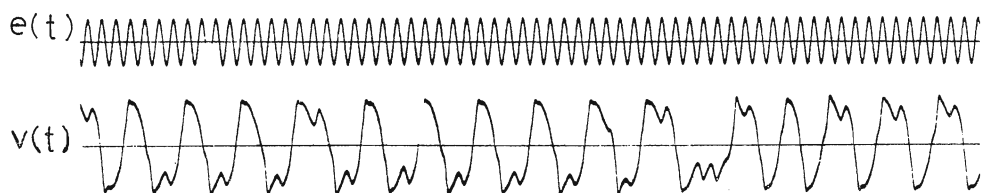
(a) 80 Hz
10mV



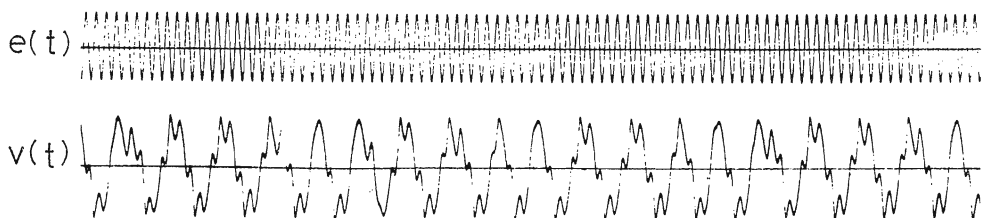
(b) 150 Hz
100mV



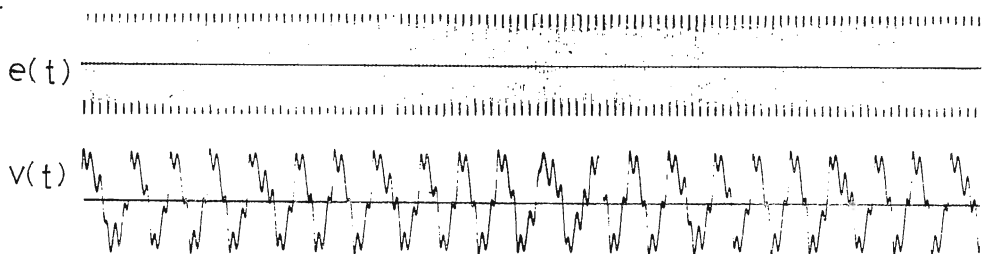
(c) 250 Hz
55mV



(d) 350 Hz
200mV



(e) 450 Hz
310mV



为A.2图 非周期振动波形
($R = 64.9 \Omega$, $L = 118 \text{ mH}$, $C = 12.7 \mu\text{F}$)

盛光印刷所