

氏 名	は 羽 原 よし のぶ 修
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 2600 号
学位授与の日付	平 成 15 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研 究 科 ・ 専 攻	理 学 研 究 科 物 理 学 ・ 宇 宙 物 理 学 専 攻
学 位 論 文 題 目	非可換空間上の場の理論と IIB Matrix Model

(主 査)
論文調査委員 教 授 二 宮 正 夫 教 授 川 合 光 教 授 国 友 浩

論 文 内 容 の 要 旨

非可換空間とは、空間の座標同士が掛け算について可換 $x^\mu x^\nu = x^\nu x^\mu$ であった従来の幾何学を拡張して、各 x^μ を演算子 (あるいは行列) $\hat{x}^\mu$ と見なし、交換子 $[\hat{x}^\mu, \hat{x}^\nu]$ などを使って適当な構造を与えたものである。これは、可換な座標 x^μ を単位行列の定数倍だと思えば、自然な拡張になっている。さらに、第 1 量子化が位相空間の座標 x^μ , p_μ を演算子に格上げして $[\hat{x}^\mu, \hat{p}_\nu] = i\hbar\delta^\mu_\nu$ なる交換関係を課す手続きであったことを考えると、それに加えて $\hat{x}^\mu$ 同士の間にも非自明な交換関係などを課す (例えば $[\hat{x}^\mu, \hat{x}^\nu] = i\Theta^{\mu\nu}(\hat{x})$, 一般に $\Theta^{\mu\nu}$ は $\hat{x}^\mu$ の関数とする) 非可換空間は、やはり自然な拡張になっていると考えることが出来る。

第 1 量子化においては、 $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$ なる交換関係が Heisenberg の不確定性関係 $\Delta x \Delta p \geq \hbar$ を導き、位置と運動量がどちらも同時に微小となる領域を取り除く効果を持っていた。この事実から類推、そして期待されることは、もし $\hat{x}$ 同士の間にも非自明な交換関係を設定すれば、空間の微小な領域、すなわち紫外領域から来る発散を取り除けるのではないかと、いうことである。この期待は特に、紫外発散が強過ぎて繰り込み可能性が失われている量子重力にとって非常に有効なものとなると思われる。

私は、『空間を非可換化することは第 1 量子化そのものである』という独自の主張に基づいて、非可換空間上で様々な場の理論を構成した。

まず最初にこの主張を明確にするために、非可換空間の代数を第 1 量子化として与え、Einstein のエネルギー・運動量の関係式から scalar 場の理論を作った。すると非可換空間の代数として、森田同値と呼ばれるある種の同値関係で関連付けられた 2 つの非可換空間が必要であることが特徴的である。そしてこの scalar 場の理論を量子化すると、本質的には調和振動子系となっていることが分かったので、離散的な spectrum を有するという結果が得られた。これは、非可換空間を導入することで紫外発散の一部が除去されてたのだと考えられる。

次に scalar 場と同じ立場に立って、gauge 場内の粒子のエネルギー・運動量の関係式から非可換空間上の gauge 場を導入した。このときにも、お互いに森田同値な 2 つの非可換空間が必要であった。また、その gauge 場から定義した Yang-Mills 理論は、超弦理論の構成的定式化とされる IIB 行列模型の boson 項と同じ形になっていることが分かった。

そこで、非可換空間上の Yang-Mills 理論の fermion 項がどうなっているかを調べるために、超対称性代数を非可換空間上で見出し、非可換空間上の超対称 Yang-Mills 理論を構成した。この超対称代数を構成する際にも、2 つの森田同値な非可換空間が必要である。するとこの Yang-Mills 理論が IIB 行列模型と非常に近い関係を持ち、特に次元を 10 にとり非可換空間の表現として $SU(N)$ 行列を採用すれば、IIB 行列模型そのものとなることを示した。さらに、時空の非可換性の大きさの程度が、超弦理論の弦の長さと同程度であることも明らかになった。この結果は、量子重力が支配的となる Planck 長程度の微小領域で空間の非可換性が顕れるのではないかと広く信じられている予想を支持するものである。

最後に、非可換空間上の Yang-Mills 理論が本質的に IIB 行列模型の形の作用を持つことが明らかになったので、第 2 量

子化を行うために IIB 行列模型の行列積分を厳密に実行する試みについて議論した。原理的には、格子 gauge 理論で良く知られている Creutz の積分によって unitary 行列分の積分を行うことが可能であるが、熱拡散方程式の解の一意性を用いた Itzykson-Zuber 積分と同じ偏微分方程式を、IIB 行列模型の形の作用が満たすことから、同様の議論が可能なのではないかと考えられる。また、この行列積分によって、インフレーションなどの時空の相転移現象が解析できる可能性についても言及する。

論文審査の結果の要旨

申請者は最近の超弦理論の発展の中で発見法的に見出された非可換空間が背後に存在することに注目し、逆に非可換空間の幾何学から出発してこの空間上で場の理論を構成することを試み、スカラー場とゲージ場に関し構成に成功した。さらにゲージ場の場合、ある条件の下では Type IIB の超弦理論の IKKT (石橋・川合・北沢・土屋) 模型に帰着することを示した。

非可換空間とは、空間の座標同士が掛け算について可換 $x^\mu x^\nu = x^\nu x^\mu$ であった従来の幾何学を拡張して、各 x^μ を演算子(あるいは行列) $\hat{x}^\mu$ と見なし、交換子 $[\hat{x}^\mu, \hat{x}^\nu]$ などを使って適当な構造を与えたものである。これは、可換な座標 x^μ を単位行列の定数倍だと思えば、自然な拡張になっている。さらに、第 1 量子化が位相空間の座標 x^μ , p_μ を演算子に格上げして $[\hat{x}^\mu, \hat{p}_\nu] = i\hbar\delta^\mu_\nu$ なる交換関係を課す手続きであったことを考えると、それに加えて $\hat{x}^\mu$ 同士の間にも非自明な交換関係などを課す(例えば $[\hat{x}^\mu, \hat{x}^\nu] = i\Theta^{\mu\nu}(x)$, 一般に $\Theta^{\mu\nu}$ は $\hat{x}^\mu$ の関数とする) 非可換空間は、やはり自然な拡張になっていると考えることが出来る。

第 1 量子化においては、 $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$ なる交換関係が Heisenberg の不確定性関係 $\Delta x \Delta p \geq \hbar$ を導き、位置と運動量がどちらも同時に微小となる領域を取り除く効果を持っていた。この事実から類推、そして期待されることは、もし x 同士の間にも非自明な交換関係を設定すれば、空間の微小な領域、すなわち紫外領域から来る発散を取り除けるのではないかと、ということである。この期待は特に、紫外発散が強過ぎて繰り込み可能性が失われている量子重力にとって非常に有効なものとなると思われる。

羽原君は、「空間を非可換化することは第 1 量子化そのものである」という独自の主張に基づいて、非可換空間上で様々な場の理論を構成した。

まず最初にこの主張を明確にするために、非可換空間の代数を第 1 量子化として与え、Einstein のエネルギー・運動量の関係式から scalar 場の理論を作った。すると非可換空間の代数として、森田同値と呼ばれるある種の同値関係に関連付けられた 2 つの非可換空間が必要であることが特徴的である。そしてこの scalar 場の理論を量子化すると、本質的には調和振動子系となっていることが分かったので、離散的な spectrum を有するという結果が得られた。これは、非可換空間を導入することで紫外発散の一部が除去されたのだと考えられる。

次に scalar 場と同じ立場に立って、gauge 場内の粒子のエネルギー・運動量の関係式から非可換空間上の gauge 場を導入した。このときにも、お互いに森田同値な 2 つの非可換空間が必要であった。また、その gauge 場から定義した Yang-Mills 理論は、超弦理論の構成的定式化とされる IIB 行列模型の boson 項と同じ形になっていることが分かった。

そこで、非可換空間上の Yang-Mills 理論の fermion 項がどうなっているかを調べるために、超対称性代数を非可換空間上で見出し、非可換空間上の超対称 Yang-Mills 理論を構成した。この超対称代数を構成する際にも、2 つの森田同値な非可換空間が必要である。するとこの Yang-Mills 理論が IIB 行列模型と非常に近い関係を持ち、特に次元を 10 にとり非可換空間の表現として $SU(N)$ 行列を採用すれば、IIB 行列模型そのものとなることを示した。さらに、時空の非可換性の大きさの程度が、超弦理論の弦の長さと同程度であることも明らかになった。この結果は、量子重力が支配的となる Planck 長程度の微小領域で空間の非可換性が顕れるのではないかとという広く信じられている予想を支持するものである。

最後に、非可換空間上の Yang-Mills 理論が本質的に IIB 行列模型の形の作用を持つことが明らかになったので、第 2 量子化を行うために IIB 行列模型の行列積分を厳密に実行する試みについて議論した。原理的には、格子 gauge 理論で良く知られている Creutz の積分によって unitary 行列分の積分を行うことが可能であるが、熱拡散方程式の解の一意性を用いた Itzykson-Zuber 積分と同じ偏微分方程式を、IIB 行列模型の形の作用が満たすことから、同様の議論が可能なのではな

いかと考えられる。また、この行列積分によって、インフレーションなどの時空の相転移現象が解析できる可能性についても言及する。

よって、本申請論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。

主論文および参考論文に報告されている研究業績を中心として、これに関連した研究分野について口頭試問した結果、合格と認めた。