

Locally-A functions

東京電機大 鶴見 和之

§ 1. 序

単位元を持つ commutative Banach algebra A の spectrum $\text{Spec}(A)$ 上で定義された locally-A function が globally-A であるための条件を求めることがここでの目的である。

一般に, locally-A function が globally-A ではない (E. Kallin の例)。まず combinatorially semiregular なる条件を与え, 最後に, Cartan の定理 B に基づく $\text{Spec}(A)$ の cohomology groups $H^q(\text{Spec}(A))$, $H^q(\text{Spec}(A)) = 0$ ($q \geq 1$) を示し, これより locally-A が globally-A である条件を示す。

§ 2. Combinatorially semiregularity.

A を単位元を持つ commutative Banach algebra とし, $\text{Spec}(A)$ を A の spectrum とする。 $\forall a \in A$, $\xi \in \text{Spec}(A)$ に対して, $\hat{a}$ を

$\hat{a}(\xi) := \xi(a)$ により定義する, $\forall a \in A$ に対して, $S(a) :=$

$\{\xi \in \text{Spec}(A) \mid \hat{a}(\xi) \neq 0\}$ と定義する,

$\forall E \subset \text{Spec}(A)$ に対して, hull-kernel topology の closure を regular closure とする. $E: \text{regular closed} \iff E = E$ の regular closure. A が regular $\iff \forall$ closed set in $\text{Spec}(A)$ が regular closed.

Banach algebra B が almost regular

$\iff$ (1) B : commutative で単位元を持つ,

(2) $\forall a \in B$ に対して, closed set $S(a)$ が regular closed.

明らかに, $A: \text{regular} \Rightarrow A: \text{almost regular}$.

$\text{Spec}(A)$ 上の複素数値関数 f が locally-A

$\iff \forall \xi \in \text{Spec}(A)$ に対して, 次の様な $a \in A$ が存在する, 即ち

$\hat{a} = f$ in nbd of ξ .

A : sectionally complete

$\iff \forall$ locally-A function が globally-A である.

locally-A function は連続関数で Rossi の maximum modulus principle により Šilov 境界上で最大値をとる.

sectionally complete で $\bar{A}$ commutative Banach algebra が存在する (E. Kallin の例).

$$Z = (z_1, z_2, z_3, z_4) \in \mathbb{C}^4.$$

$$X_1 := \{Z \in \mathbb{C}^4 \mid z_1 z_2 = 2, 1 \leq |z_1| \leq 2, z_3 = z_4 = 0\}$$

$$X_2 := \{z \in \mathbb{C}^4 \mid z_1 z_2 = 2, |z_1| = 1, |z_3| \leq 1, z_4 = 0\},$$

$$X_3 := \{z \in \mathbb{C}^4 \mid z_1 z_2 = 2, |z_1| = 2, |z_3| \leq 1, z_4 = z_3^2\}.$$

$X := X_1 \cup X_2 \cup X_3$ とし, A を X 上で多項式により生成された uniform algebra とする。 $z_1 = t, z_2 = 2/t, z_3 = w, z_4 = \begin{cases} 0 & : X_1 \cup X_2 \\ w^2 & : X_3 \end{cases}$ と書くとき, A は $t, 1/t, w, \begin{cases} 0 \\ w^2 \end{cases}$ によって生成された algebra と考えることが出来る。

X は polynomially convex であり, 更に

$$g := \begin{cases} 0 & : X_1 \cup X_2 \\ w & : X_3 \end{cases}$$

とおくと g は locally- A であるが $g \notin A$. よって A は sectionally complete ではない。

Banach algebra B が combinatorially semiregular

$\iff$ (1) B : 単位元 $\neq 0$ を持つ commutative Banach algebra

(2) $a_1, \dots, a_n \in A, f: \text{locally-}A \text{ function}$ が与えられ

$\{f = \hat{a}_i\}$ の内点 $\hat{a}_i$ が $\text{Spec}(A)$ を cover するならば, 次の様な

$\text{Spec}(A)$ を cover する regular closed sets $F_1, \dots, F_n$ と

regular open sets $W_1, \dots, W_n$ が存在する, 即ち

$$F_i \subset W_i \subset \{f = \hat{a}_i\},$$

但し, $\{f = \hat{a}_i\} := \{z \in \text{Spec}(A) \mid f(z) = \hat{a}_i(z)\}.$

明らかに, regular algebra は combinatorially semiregular.

定理 1.

A : combinatorially semiregular $\Rightarrow A$: sectionally complete.

証明. $f: \text{Spec}(A)$ 上で定義された locally- A function とする.

$\text{Spec}(A)$ は compact であるから, 次の様な $a_1, \dots, a_n \in A$ が存在する, 即ち $\{f = \hat{a}_i\}$ の内点 $\hat{a}_i$ が $\text{Spec}(A)$ を cover する. 又 A が combinatorially semiregular であるから, 定義の条件を満たす $F_1, \dots, F_n$ 及び $W_1, \dots, W_n$ が存在する. 今 $E_i := C(W_i)$ (W_i の complement) とすると E_i, F_i は regularly closed である.

$J: \hat{a} = 0$ on $E_i \cup F_i$ なる a の closed ideal ($= = \cap$

$$E_i \cap F_i = \emptyset)$$

$Q := A/J$: Banach algebra で, $E_i \cup F_i$ に応ずる

$\text{Spec}(Q)$ が存在する.

Šilov の定理により, 次の様な $g \in Q$ が存在する, 即ち

$\hat{g} = 1$ on F_i , $\hat{g} = 0$ on E_i . $\hat{g}$ を A にもとめて, 次の様な

$u_i \in A$ がとれる, 即ち $\hat{u}_i = 1$ on F_i , $\hat{u}_i = 0$ on E_i . $\therefore$

と $v_i := 1 - u_i$ とおくと

$$1 = u_1 + v_1 = u_1 + v_1(u_2 + v_2) = u_1 + v_1 u_2 + v_1 v_2 = \dots$$

$$= u_1 + v_1 u_2 + \dots + v_1 \dots v_{n-1} u_n + v_1 v_2 \dots v_n.$$

$\therefore \widehat{v_1 \dots v_n} = 0$ on $\text{Spec}(A)$ である. 今

$$a := u_1 a_1 + v_1 u_2 a_2 + \dots + v_1 \dots v_{n-1} u_n a_n \quad \text{とおくと,}$$

$$\hat{a} = f \quad \text{である.}$$

次に almost regular については次の $\bar{f}$ が成り立つ.

定理 2.

A : almost regular, $a_1, a_2 \in A$, f は次の様なものとする, 即ち $\{f = \hat{a}_1\}, \{f = \hat{a}_2\}$ の内方が $\text{Spec}(A)$ を cover する.

$\Rightarrow$ 或る $a \in A$ に対して, $f = \hat{a}$.

証明. $d := a_1 - a_2$ とする. $S(d)$ は regularly closed である. 前定理と同様に, $J \in \mathcal{I}$ として, $Q = A/J$ に対して $\text{Spec}(Q)$ をとる. $\mathcal{I} = \mathcal{I}_3$ で $S(d) = S(f - a_1) \cup S(f - a_2)$ である. $S(f - a_1), S(f - a_2)$ は各々 compact で交わらない, 故に次の様な $g \in Q$ をみつけることが出来る, 即ち $\hat{g} = 1$ on $S(f - a_1)$, $\hat{g} = 0$ on $S(f - a_2)$. $\mathcal{I}_4$ を A にもとめて次の様な $u \in A$ を見つけることが出来る, 即ち $\hat{u} = 1$ on $S(f - a_1)$, $\hat{u} = 0$ on $S(f - a_2)$. $\mathcal{I}_5 = \mathcal{I}_4$. $a := (1 - u)a_1 + ua_2$ とおけば $\hat{a} = f$.

$\text{loc } A$: algebra of locally- A functions on $\text{Spec}(A)$. $\mathcal{I}_6$ を A の pull という

$\text{loc } A$ が regular ならば, A は combinatorially semiregular である. よって次の事が成り立つ:

A の pull が regular function algebra on $\text{Spec}(A)$ ならば, A と A の pull とは一致する.

次に, 定理 1 は A の ideal に対しても成り立つ.

J : A の ideal

$\text{Spec}(A)$ 上の函数 f が $\forall x \in \text{Spec}(A)$ で 局所的に J に属する

$\Leftrightarrow$ 次の様な $b \in J$ が存在する, 即ち, $f = \hat{b}$ in nbd of x .

f が $\text{Spec}(A)$ 上で局所的に J に属する $\Leftrightarrow f$ が各 $x \in$

$\text{Spec}(A)$ で局所的に J に属する.

定理 3.

A : combinatorially semiregular, $\text{Spec}(A)$ 上の函数 f が局所的に J に属する

$\Rightarrow$ 或る $a \in J$ に対して, $f = \hat{a}$.

証明は定理 1 と同様

§ 3. A sheaf of germs of holomorphic functions on a linear topological space.

E : topological linear space.

$\phi: E \longrightarrow \mathbb{C}^n$: linear continuous mapping.

$\tilde{f}: \mathbb{C}^n$ の或る open set 上で正則な函数.

$\tilde{f} \circ \phi$ を E 上で正則な函数 とし, これらの函数の族を $H(E)$ と書く.

$\forall f \in H(E)$ は次の様に考へることが出来る

$E = E_0 + E_1$ と直和で表す, 此處 E_1 は E の有限次元部分空間. 或る E_1 の或る open set W 上で正則な函数 f_0 をとり

$$f(x_0 + x_1) = f_0(x_1), \quad x_0 \in E_0, \quad x_1 \in W.$$

函数論に於ては次の事が成り立つ: $E = \mathbb{C}^n$, $f, g \in H(E)$
 $f = g$ on some open set, ならば, f と g とは共通の extension
 $h \in H(E)$ を持つ. この事により次の事が成り立つ

命題 4.

$f, g \in H(E)$, U, V : open subsets of E , $U \cap V \neq \emptyset$.

$$f|_{U \cap V} = g|_{U \cap V}$$

$$\Rightarrow \exists h \in H(E), \text{ but } h|_U = f|_U, \quad h|_V = g|_V.$$

$f, g \in H(E)$, $x \in E$ が 2 つの函数の定義域に属するとす
 $f \equiv g \iff f - g = 0$ in nbd of x と定義すると, $\equiv$ は $x \in E$
 を含む定義域を持つ $H(E)$ の間の同値関係になる. f を含む類を
 $[f]_x$ と書き, $\mathcal{H}(x) := \cup [f]_x$ とおく, $\mathcal{H}(x)$ は algebra であ
 る. $\mathcal{H}(E) := \bigcup_{x \in E} \mathcal{H}(x)$ とおく. $\forall f \in H(E)$, $x \in E$ に対して
 $[f]_x$ は x の近傍 U で定義された函数 $f \in H(E)$ により定義さ
 れる, $\bigcup_{y \in U} [f]_y$ を $[f]_x$ の近傍と定義すると $\mathcal{H}(E)$ は位相空間に
 なる. $\forall f \in H(E)$, $V \subset E$ に対して $[f]_V$ を次の様に定義す
 る

$$[f]_V: V \cap \text{domain}(f) \longrightarrow \mathcal{H}(E).$$

これは x を $[f]_x$ に写す.

mapping $\pi: \mathcal{H}(E) \longrightarrow E$ を $\pi([f]_x) = x$ と定義すると π
 は local homeomorphism である. よって $\mathcal{H}(E)$ は sheaf

of algebras π is projection. $[f]_V$ is V section
である.

compact set 上の sections に対して次の事が成り立つ.

定理 5.

K を E の compact set とし, $\sigma: K \rightarrow H(E)$ を 次の 連続写像 と
する (K 上の section) 即ち, $\pi(\sigma(x)) = x$, for $x \in K$.

$\Rightarrow$ 次の様な $h \in H(E)$ と nbd W of K とが存在する, 即ち
 σ は $[h]_W$ と一致する.

証明. $x \in K$ とすると, 次の様な $f_x \in H(E)$ が存在する, 即ち
 σ が $[f_x]_{V \cap K}$ for nbd V_x of x in E とする. K は compact であ
るから, 有限個の $x_1, \dots, x_n$ がとれ ($f_i := f_{x_i}$, $V_i := V_{x_i}$ とおく)
 $V_1, \dots, V_n$ が K を cover する. 今 $x \in \overline{V_i} \cap \overline{V_j} \cap K$ とすると,
 $\sigma(x) = [f_i]_x = [f_j]_x$. これは f_i と f_j とが x の 或る 近傍 W_i で一
致する事である. 次の様な closed set T_{ij} が存在する, 即ち
 $\{y \in E \mid [f_i]_y \neq [f_j]_y\} \subset T_{ij}$, $T_{ij} \cap K = \emptyset$. 今
 $T := \cup T_{ij}$, $W_i = V_i - T_{ij}$ とおくと $\cup W_i \supset K$. 更に
 $f_i|_{W_i \cap W_j} = f_j|_{W_i \cap W_j}$, よって前命題 4 により, 次の様な
 $h \in H(E)$ が得られる, 即ち $h|_{W_i} = f_i|_{W_i}$, 故に
 $W := W_1 \cup \dots \cup W_n$ とすれば, この h , W とすればよい.

§ 4. Cohomology groups and locally-A functions

B : Banach space, B' : dual space of B (weak topology を入れておく). 前節の E の役割を B' が演ずる. $f \in H(B')$ は次のものである,

$$f(x) = \tilde{f}(x(a_1), \dots, x(a_n)) \quad x \in B,$$

ここで $\tilde{f}$ は $\mathbb{C}^n$ の 或る open set 上で正則な函数, $a_i \in B$.

commutative Banach algebra with unit A に対して, $\text{Spec}(A)$ は A' の compact subset であり, $\mathcal{H}(\text{Spec}(A))$ を sheaf induced on $\text{Spec}(A)$ by $\mathcal{H}(A')$ とする. この sheaf の元は同値類 $[f]_x$ $x \in \text{Spec}(A)$ である. 先ず次の定理を示す.

定理 6.

cohomology groups $H^q(\text{Spec}(A), \mathcal{H}(\text{Spec}(A))) = 0$ for $q \geq 1$.

証明.

Cartan の定理 B に基づいてこれを示す.

$H^q(\text{Spec}(A), \mathcal{H}(\text{Spec}(A))) \neq 0$ とする, そうすると $\text{Spec}(A)$ の finite covering $\mathcal{U} = \{U_1, \dots, U_n\}$ がとれ, 次の homomorphism で 0 に写らない $H^q(\mathcal{U}, \mathcal{H}(\text{Spec}(A)))$ の non-trivial な元 σ が存在する, 即ち homomorphism

$$(1) \quad H^q(\mathcal{U}, \mathcal{H}(\text{Spec}(A))) \longrightarrow H^q(\mathcal{U}, \mathcal{H}(\text{Spec}(A))).$$

は $\mathcal{U}$ の細分 $\mathcal{V}$ により induce されたもので, この元 σ は $\mathcal{U}$ の $q+1$ 個の intersection $U_{i_0} \cap \dots \cap U_{i_q}$ 上の $\mathcal{H}(\text{Spec}(A))$ の section $\sigma_{\mathcal{U}}$.

$\mathcal{U}$ を covering $\mathcal{U} = \{U_1, \dots, U_n\}$, $\overline{U_i} \subset U_i$ により細分する.

さて, section $\sigma_{\mathcal{U}}$ の $\overline{U_{i_0}} \cap \dots \cap \overline{U_{i_g}}$ への制限は, 定理 5 により A' の open set $D_{i_0 \dots i_g}$ で正則な函数 $h_{i_0 \dots i_g}$ によって表わされる.

但し $D_{i_0 \dots i_g} \cap \text{Spec}(A) \subset U_{i_0} \cap \dots \cap U_{i_g}$.

$D_{i_1 \dots i_{g+1}} \cap D_{i_0 i_2 \dots i_{g+1}} \cap \dots \cap D_{i_0 \dots i_g} \cap \Delta$ 上で次の関係が成り立つ

$$(2) \quad h_{i_1 i_2 \dots i_{g+1}} - h_{i_0 i_2 \dots i_{g+1}} + \dots + (-1)^{g+1} h_{i_0 \dots i_g} = 0$$

集合 $D_{i_0 \dots i_g}$ は (2) の次の集合上で成り立つ様に見える, 即ち

$$D_{i_1 \dots i_{g+1}} \cap \dots \cap D_{i_0 \dots i_g}$$

次の $\exists$ が成り立つ

$$\overline{U_{i_0}} \cap \dots \cap \overline{U_{i_g}} \subset D_{i_0 \dots i_g}$$

次の様な A' における 0 の近傍 V がとれる

$$(\overline{U_{i_0}} + V) \cap \dots \cap (\overline{U_{i_g}} + V) \subset D_{i_0 \dots i_g}$$

集合 $(\overline{U_i} + V)$ は open in A' で, その union は $\text{Spec}(A)$ を含む.

次の形の集合を考える

$$(3) \quad \{x \mid |x(a_i) - \lambda| < \varepsilon, a_i \in A, i=1, \dots, r\}.$$

weak topology で, (3) の形の近傍基が存在して, $\text{Spec}(A)$ は

compact であるから, 次の性質を持つ open sets $W_1, \dots, W_u$ が

存在する.

(4) 各 W_i は (3) の形の集合の有限個の union

$$(5) \quad W_{i_0} \cap \dots \cap W_{i_g} \subset \text{domain}(h_{i_0 \dots i_g}) \quad \text{for } \forall (g+1)\text{-tuple } (i_0, \dots, i_g) \\ (1 \leq i_j \leq u)$$

(6) $W_{i_1, \dots, i_{g+1}} \cap \dots \cap W_{i_1, \dots, i_g}$ 上 (2) の関係式が成り立つ.

(7) $\text{Spec}(A) \subset W_1 \cup \dots \cup W_n$.

今次の様な linearly independent な元の組 $\{a_1, \dots, a_m\}$ をとり、
即ち、これらの元は (4) に含まれる全ての元を linearly に generate
する十分な数の元であり、 $h_{i_1, \dots, i_g}$ はこれらの元と有限次元の
空間の正則函数により表わされる.

$$\phi_m(x) := (x(a_1), \dots, x(a_m)) \quad \text{と置く, } x \text{ は } A'$$

から $\mathbb{C}^m$ の線形で連続な写像である. 更に

$$(8) \quad \Omega_i := \phi_m(W_i) \quad (i=1, \dots, n)$$

は open で,

$$(9) \quad h_{i_1, \dots, i_g} = \tilde{h}_{i_1, \dots, i_g} \circ \phi_m$$

== 即ち $\tilde{h}_{i_1, \dots, i_g}$ は $\Omega_{i_1} \cap \dots \cap \Omega_{i_g}$ で正則な函数で

$$(10) \quad \tilde{h}_{i_1, \dots, i_{g+1}} - \tilde{h}_{i_1, i_2, \dots, i_{g+1}} + \dots = 0 \quad \text{on } \Omega_{i_1} \cap \dots \cap \Omega_{i_{g+1}}.$$

$$(11) \quad \phi_m(\text{Spec}(A)) \subset \Omega = \Omega_1 \cup \dots \cup \Omega_n,$$

即ち $\phi_m(\text{Spec}(A))$ は joint spectrum $\sigma(a_1, \dots, a_m; A)$ である. 故

に Ω は $\sigma(a_1, \dots, a_m; A)$ の近傍である. よって次の様な元

$a_{m+1}, \dots, a_n$ が見つけられる, 即ち $C(a_1, \dots, a_m)$ を $a_1, \dots, a_n$

によって生成された algebra とし, projection $p: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^m$ を

$$p(\lambda_1, \dots, \lambda_n) = (\lambda_1, \dots, \lambda_m) \quad \text{とすると}$$

$$\sigma' := \sigma(a_1, \dots, a_n; C(a_1, \dots, a_n)) \subset p^{-1}(\Omega)$$

$\phi_n: A' \rightarrow \mathbb{C}^n$ を $\phi_n(x) := (x(a_1), \dots, x(a_n))$ と定義すると

$$\phi_n(\text{Spec}(A)) \subset \sigma'.$$

$\tilde{g}_{i_0 \dots i_g} := \tilde{r}_{i_0 \dots i_g} \circ p$, $\Lambda_{i_j} := p^{-1}(\Omega_{i_j})$ とおくと, 性質 (9), (10) は $\tilde{r}, \Omega, m, \in \tilde{g}, \Lambda, n$, におきかえても成り立つ. 又

$$\sigma' \subset \Lambda = \Lambda_1 \cup \dots \cup \Lambda_n.$$

σ' は polynomially convex であるから, 次の様な σ' の近傍 S がとれる, 即ち,

$$S = \{ |p_1| < 1, \dots, |p_n| < 1 \}, \quad p_i: \text{多項式},$$

で $S \subset \Lambda$. S は Stein manifold であるから, Cartan の定理 B が適用出来て $H^q(S, \mathcal{H}(S)) = 0$ ($q \geq 1$). 函数 $\tilde{g}_{i_0 \dots i_g}$ は $\Lambda_1, \dots, \Lambda_n$ により induce された g -cochain を定義する. m, Λ, g に (10) を適用して, この cochain は cocycle である. covering $\{\Lambda_1, \dots, \Lambda_n\}$ の或る細分 $\{M_\beta\}$ に対して, $\forall \{\beta_1, \dots, \beta_g\}$ に對して, 次の様な正則函数 $w_{\beta_1 \dots \beta_g}$ on $M_{\beta_1 \dots \beta_g} := M_{\beta_1} \cap \dots \cap M_{\beta_g}$ がとれる, 即ち, $M_{\beta_j} \subset \Lambda_{i_j}$ ($j=0, \dots, g+1$) ならば

$$\tilde{g}_{i_0 \dots i_g} = w_{\beta_1 \dots \beta_g} - w_{\beta_1 \beta_2 \dots \beta_g} + \dots \quad \text{on } M_{\beta_0 \dots \beta_{g+1}}$$

これより ϕ_n を用いて, A' における正則函数 $w \circ \phi_n$ と covering $\phi_n^{-1}(M_\beta)$ がとれ, $\phi_n^{-1}(M_\beta)$ は U の細分で, w と g との関係により, σ は cohomology class 0 に入る.

Z : $x \in \text{Spec}(A)$ の近傍で 0 に値する函数の germ からなる $\mathcal{H}(\text{Spec}(A))$ の subsheaf.

次の exact sequence を得る

$$(A) \quad 0 \longrightarrow Z \longrightarrow \mathcal{H}(\text{Spec}(A)) \longrightarrow \mathcal{H}(\text{Spec}(A))/Z \longrightarrow 0$$

これより exact sequence が得られる.

$$(B) \quad \begin{aligned} 0 &\longrightarrow H^0(\text{Spec}(A), Z) \xrightarrow{i} H^0(\text{Spec}(A), \mathcal{H}(\text{Spec}(A))) \\ &\xrightarrow{q} H^0(\text{Spec}(A), \mathcal{H}(\text{Spec}(A))/Z) \xrightarrow{\gamma} H^1(\text{Spec}(A), Z) \\ &\longrightarrow 0 \end{aligned}$$

次の命題を得る

命題 7

locally- A function は本質的には次のものの元である,

$$H^0(\text{Spec}(A), \mathcal{H}(\text{Spec}(A))/Z).$$

(証明) $f \in \text{locally-}A \text{ function}$ とすると, 次の様な元 $a_1, \dots, a_n \in A$ と open sets $U_1, \dots, U_n$ が存在する, 即ち $f(x) = \hat{a}_i(x)$ $x \in U_i \cap \text{Spec}(A)$ かつ $\hat{a}_i = \hat{a}_j$ on $U_i \cap U_j \cap \text{Spec}(A)$. 故に $[a_i]_x - [a_j]_x \in Z$ $x \in U_i \cap U_j \cap \text{Spec}(A)$.

又 $H^1(\text{Spec}(A), Z) = 0$ ならば, (B) により q は onto である.

かくして, 次の様な $\text{Spec}(A)$ の近傍で定義された正則函数 g が存在する, 即ち $[g]_x - [\hat{a}_i]_x \in Z$ for $x \in U_i \cap \text{Spec}(A)$.
よって $g(x) = f(x)$ for $x \in \text{Spec}(A)$.

よって次の定理を得る.

定理 8.

$$H^1(\operatorname{Spec}(A), \mathbb{Z}) = 0 \Rightarrow A: \text{sectionally complete}$$

又次の事は明らか.

定理 9.

$H^0(\operatorname{Spec}(A), \mathcal{K}(\operatorname{Spec}(A))/\mathbb{Z})$ は次の様な $\operatorname{Spec}(A)$ 上で定義された函数 f の族と $1-1$ の対応がつかう, 即ち $\forall x_0 \in \operatorname{Spec}(A)$ に対して, 元 $a_1, \dots, a_n \in A$ と $\mathbb{C}$ で正則な函数 $\tilde{f}$ がとれて,
 x_0 の近傍で

$$f(x) = \tilde{f}(x(a_1), \dots, x(a_n)).$$

文 献

- [1] R. Arens : The problem of locally- A functions in a commutative Banach algebra A , Trans. A.M.S., 104(1962) 24 — 36
- [2] — : A Banach algebra generalization of conformal mappings of the disk, Trans. A.M.S. 81(1956) 501-513,
- [3] R. Arens and A.P. Calderon : Analytic functions of several Banach algebra elements, Ann. of Math. 62 (1955) 204-216.
- [4] Seminaire H. Cartan (1967) Benjamin.
- [5] A. Guichardet : Special topics in topological algebras, Gordon and Breach (1968).
- [6] R.C. Gunning and H. Rossi : Analytic functions of several complex variables, Prentice Hall (1965).
- [7] 一松信 : 多変数解析函数論
- [8] C. E. Rickart : General theory of Banach algebras, Van Nostrand (1960)
- [9] A. Browder : Introduction to function algebras, Benjamin (1969).
- [10] E. Kallin : A nonlocal function algebra, Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. 49 (1963) 821 — 824.