

# 助言指導ありの階層型多肢選択問題とその実践<sup>1</sup>

## Guided Hierarchical Multiple-Choice Questions and Their Classroom Implementation

神戸大学・人間発達環境学研究科 長坂 耕作

Kosaku Nagasaka

Graduate School of Human Development and Environment,  
Kobe University

### 1 はじめに

本講演では、階層型多肢選択問題 [8] の新しい形態として、助言指導ありの階層型多肢選択問題を提案する。また、日本数式処理学会 第32回大会（2023年6月）にて「線形代数における階層型多肢選択問題のH5Pとしての自動生成」として講演した枠組みを用い、日本数式処理学会 第16期第3回 教育分科会（2024年2月）にて「線形代数における階層型多肢選択問題の改善」として講演した技術で生成した問題等による、線形代数の授業における実践報告を行う。

#### 1.1 階層型多肢選択問題

階層型多肢選択問題 [8] は、通常の（単一の）多肢選択問題ではプロセスの評価が難しいことを改善し、問題を解く感覚（ライブ感）を取り入れた問題形式である。その特徴には、ツリー状に多肢選択問題を配置することによる総合評価（誤選択時も最後まで進めると、アンケートフォームなどの条件分岐と似た構造の可逆な選択式（選択後に考え直して戻ることができる）とがある。

階層型多肢選択問題の提案以後、実際にこの問題形式を実現する枠組みとして、H5P (HTML5 content and applications)<sup>2</sup>を用いている。H5Pは、Moodle, WordPress, Drupalなどで利用可能なパッケージ形式となっており、動画やシナリオ分岐、通常の高肢選択問題などの部品が用意されており、数式表現としてMathJax対応のライブラリも利用可能なため、階層型多肢選択問題を実現することが容易である。

階層型多肢選択問題の線形代数の授業への活用は、線形代数における行列簡約化をICTによる援用で演習させる試み（樋口 [4, 9]）に着想を得たものである。行列の簡約化に特化した学習システムであり、回答者は基本変形の種類を選択（スカラー倍などの数値はソフトウェアキーボードで入力）し簡約化を進めるのだが、ステップバイステッ

<sup>1</sup>This work was partially supported by JSPS KAKENHI Grant Number 21H00921 and has been partially supported by Grant Number 24H00168, respectively.

<sup>2</sup>H5Pについては、<https://h5p.org/>を参照されたい。

プでアドバイスが出るシステムとなっていた。階層型多肢選択問題であれば、類似の演習を実現可能ではないかと考え、一連の試みを始めたものである。

## 2 行列簡約化の階層型多肢選択問題としての実現と課題

本章では、日本数式処理学会 第32回大会（2023年6月）にて「線形代数における階層型多肢選択問題のH5Pとしての自動生成」として講演した内容に基づき、樋口 [4, 9] による行列簡約化の演習（演習者による自由度が記述に近い演習）に近いものを実現する方法と、その方法による限界（課題）について報告する。

### 2.1 H5P 形式の階層型多肢選択問題の Python での自動生成

H5P 形式は、JSON 形式のファイル群を ZIP 圧縮したものであり、その詳細なファイル形式は公開<sup>3</sup>されている。また、Branching Scenario や Branching Question などのライブラリの仕様も GitHub<sup>4</sup>で確認することが出来る。従って、`sympy` や `random` などのモジュールを用いて、ランダムに生成した数学の問題を、H5P 形式のファイルとして出力することが可能である。本稿ではテクニカルな詳細は省くが、実際に出力する際は、1) Branching Scenario などがノードに UUID を付与することを求めるため `uuid` を、2) H5P 形式の中身は基本的には JSON 形式のため `json` を、3) 最後に H5P 形式は ZIP で圧縮するため `zipfile` などを用いることになる。なお、講演者が作成する際には、階層型多肢選択問題の分岐全体図を把握しやすくするため、`networkx` などを用いたグラフの可視化も同時に行っている（実際に生成を試みる場合は可視化も強く推奨する）。

#### 2.1.1 行列簡約化における選択肢の最大数の理論値

行列の簡約化を記述式で行う場合、どのような基本変形を行うべきかなど、演習者に委ねられている自由度は非常に高いと言える。この自由度を損なわないよう階層型多肢選択問題で簡約操作を実現するとなれば、典型的な誤操作（ミス）も含めて多様な選択肢を用意したいところである。

ここでは行列の簡約化として、Gaussian Elimination に倣い、前進消去を行い階段行列に変形した上で、後退代入より行簡約形（Reduced Row Echelon Form）に変形することを採用する。更に対象は整数行列とし、可能な限り整数演算を行い、有理数演算が発生することを最後の段階まで避けるものとする。このとき、 $m$  行  $n$  列の行列 ( $m \leq n$ ) の最悪ステップ数（行の基本変形の回数）は、前進消去の際に行の交換が最大「 $m-1$ 」回、行のスカラー倍が最大「 $\frac{1}{2}m(m-1)$ 」回、ある行のスカラー倍を他の行に加える操作が最大「 $\frac{1}{2}m(m-1)$ 」回、後退代入の際に行のスカラー倍が最大「 $\frac{1}{2}m(m-1)$ 」回、ある行のスカラー倍を他の行に加える操作が最大「 $\frac{1}{2}m(m-1)$ 」回、行主成分を1にするスカラー倍が最大「 $m$ 」回である。都合、最大「 $2m^2-1$ 」回の基本操作が必要となる。

<sup>3</sup>H5P 形式の仕様は、<https://h5p.org/documentation/developers/h5p-specification> を参照

<sup>4</sup>H5P のライブラリの仕様は、<https://github.com/h5p> を参照

必要となる行基本変形の最大数「 $2m^2 - 1$ 」は、階層型多肢選択問題における分岐図（各階層の多肢選択問題の選択肢が最大  $p$  個とすれば、 $p$  分木）の深さを表している。仮に完全  $p$  分木だとして、 $3 \times 3$  行列で毎回 4 択だという強い制限のもとでも、高さが「 $2 \cdot 3^2 - 1 = 17$ 」なので、 $\frac{1}{3}(4^{17+1} - 1) = 22,906,492,245$  個のノードが必要となる。SI 接頭語を用いれば「10G」個となり、ノードあたり必要となるファイルサイズが尋常ならざるほど小さかったとしても、1 問あたりのファイルサイズが尋常でないほど大きくなってしまふことがわかる。なお、実際のところ、ノード数  $t$  個で約  $t$ kB（例: 9,274 ノードで、11,509,928Bytes  $\approx$  10MB）必要なことが実験により判明しており、完全  $p$  分木としての実現は困難である。以上の背景から、実際の問題生成においてはファイルサイズの観点から現実的な総ノード数のコントロールが必要となった。

## 2.1.2 現実的な選択肢の生成方針と出題のランダム化

演習者の自由度を損なわずに現実的なファイルサイズに抑えることは困難であるため、次のような方針で再帰的に選択肢を生成することとした（例えば、1 つの行列に対して 2,500 ノード以下で生成など）。

- 理論回数を超えるステップ数を進むとそこで強制的に終了（誤答扱い）
- 各階層の選択肢数に上限（3 択や 4 択など）を設定（必須選択肢以外はランダム）
- 行列が簡約済みに至った場合の選択肢
  - － 簡約済み（正答）、階段行列（誤答）、主成分以外での消去を継続（誤答）
- 行主成分を 1 に調整すれば簡約済みの行列になる場合の選択肢
  - － 上記に加え（誤答）、主成分を 1 にする各行のスカラー倍（正答）
- 行列が階段行列に至っている場合の選択肢
  - － 行要素の最大公約数を取り除くスカラー倍（正答）、最も右側の行主成分による消去（正答）、有理数演算を避けるため最小公倍数にするスカラー倍（正答）
  - － 上記以外の行主成分による消去（正答）、有理数演算を避けるため最小公倍数にするスカラー倍（正答）、行主成分を 1 に調整するスカラー倍（正答）
  - － 行主成分を意味なく符号反転（誤答）、主成分以外での消去（誤答）
- それ以外の簡約途上における場合の選択肢
  - － 行要素の最大公約数を取り除くスカラー倍（正答）、消去に用いる行主成分をもつ行を入れ替えて上へ（正答）、ゼロ行ベクトルを入れ替えて下へ（正答）
  - － 最も左側の行主成分による消去（正答）、有理数演算を避けるため最小公倍数にするスカラー倍（正答）
  - － 簡約済み（誤答）、行主成分を意味なく符号反転（誤答）、主成分以外での消去（誤答、例外有）

更に Moodle での H5P 形式のコンテンツを利用する際には、通常の Quiz アクティビティと異なり、H5P 形式のコンテンツはランダム出題することが出来ない。この制限下

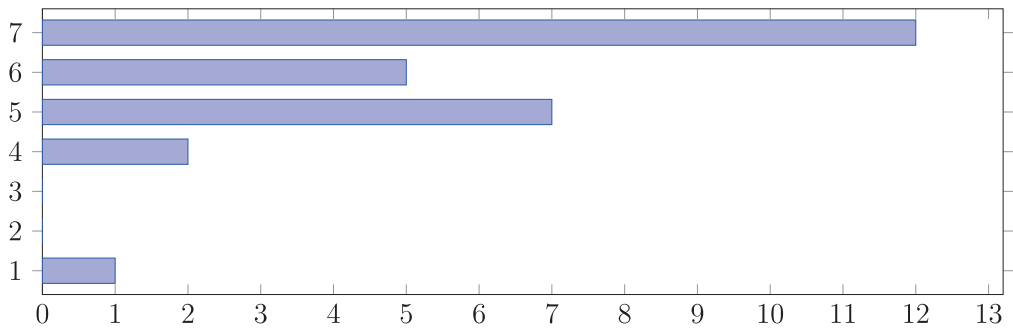


図 1: 試用した学生に対するアンケート結果

でも演習者毎に可能な限り異なる問題を出題するため、H5P 形式のファイルに含まれるノード数が増えてしまうが、次のような方法を採用した。具体的には、1つの H5P 形式のコンテンツ内に複数の問題を内包させ、その上で見た目が同じ選択肢をシャッフル (H5P の利用しているライブラリの機能で、選択肢の順序はランダム化できる) して選ばせる方法である。このようにして生成した初期問題の実際の画面が図 2 である。

## 2.2 実験的に生成した問題によるアンケート調査と課題

2023 年度に実施した線形代数 1 (神戸大学の全学共通授業科目の 1 つ、履修者数 51 人) において、階層型多肢選択問題による行列簡約化の演習機会を提供し、そのアンケート調査を行った。なお、この授業は反転授業形式であり、教室内では補足説明と演習・解説、教室外では動画資料等による事前学習と小テストを課している (すべて Moodle 上で提供)。小テストは、多肢選択問題 [1, 2, 3] や順序並び替え問題 [5, 6, 7] から構成され、基本的に学生は教室内活動においてもパソコンを使用している。

今回実験的に生成した H5P 形式のコンテンツの試用方法は、次のとおりである。試用期間はクォーター末試験の直前の約一週間であり、成績に寄与しないことと新教材の試用であると明記した上で、授業で利用している Moodle に掲載した。掲載した問題は次の仕様の 2 問である。

- 問題 1: 5 問を内包、各階層 3 択、助言あり (31 人利用、延べ 66 回、最大 6 回/人)
- 問題 2: 5 問を内包、各階層 4 択 (27 人利用、延べ 43 回、最大 8 回/人)

問題と同じところに設置した任意回答のアンケート (有効回答数: 27 人) のうち、「総合的に考えて、行列の簡約化 (階層型多肢選択問題) は、学習に役立つと思いますか (7 段階評価)」の回答結果は図 1 のとおりである。なお、とても役に立つ (7)、なんとも言えない (4)、まったく役に立たない (1) の 7 段階評価で、平均が「5.85」、中央値が「6」であった。学生からの評価は高かったが、各階層で提示している選択肢の数は記述式に比べると少ないにも関わらず、これら H5P 形式のコンテンツは 10MB を超えており、教材としては実用に耐えられるとは言えない。

与えられた行列の「簡約な行列」を求めてください。

この画面では問題となる行列は表示されていませんが、選択肢を選ぶことで対象とする行列が表示されます。

問題を開始する

→

問題を開始する

→

問題を開始する

→

問題を開始する

→

問題を開始する

→



次の行列を簡約な行列に変形するための、次の操作を選んでください。

$$\begin{pmatrix} -2 & -4 & 1 & -6 \\ 6 & -6 & 6 & 18 \\ -4 & 4 & -5 & -15 \end{pmatrix}$$

既に簡約な行列であり、これ以上の操作は不要である。

→

2行目に $\frac{1}{6}$ を掛けるスカラー倍をする。

→

1行目の3倍を、2行目に加える。

→



「1行目の3倍を、2行目に加える」の操作を行うと行列は次のように変化します。次に進んで大丈夫ですか。

$$\begin{pmatrix} -2 & -4 & 1 & -6 \\ 6 & -6 & 6 & 18 \\ -4 & 4 & -5 & -15 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} -2 & -4 & 1 & -6 \\ 0 & -18 & 9 & 0 \\ -4 & 4 & -5 & -15 \end{pmatrix}$$

コメント: 良い判断です。まずは階段行列に変形するため、行主成分よりも下側の要素をゼロにしようとしています(前進消去)。

図 2: 行列簡約化を階層型多肢選択問題で実現した初期問題の例

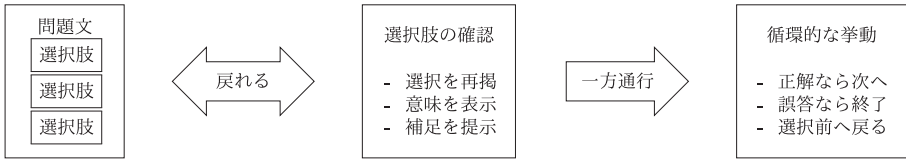


図 3: 各階層における基本的な枠組み

### 3 助言指導ありの階層型多肢選択問題としての改善

本章では、日本数式処理学会 第 16 期第 3 回 教育分科会（2024 年 2 月）にて「線形代数における階層型多肢選択問題の改善」として講演した内容に基づき、前章で判明した課題（2023 年度の試用問題で判明した解決すべき課題）を、助言指導ありの階層型多肢選択問題としての解決する。

#### 3.1 解決すべき課題の整理

解決すべき課題の 1 つは H5P 形式のコンテンツのファイルサイズである。H5P 形式のコンテンツはクライアントサイドで動作することから、10MB を超えるファイルサイズが許容されるとは言い難い。学習者の演習機会を増やすためには、通信量は極力小さいことが望まれる。一方、ファイルサイズは依然として大きいものの、本来予定していた教材としての完成度を得るには選択肢の自由度が少なすぎる。当初の計画では、学習者の試行錯誤を机間巡回で細かく指導するように、学習者の試行錯誤の可能性と同じだけの選択肢の準備を考えていた。しかしながら、前述のように論理的に準備は可能であるが、ファイルサイズの爆発を誘発するため現実的ではなかった。

以上のように、解決すべき課題は、「ファイルサイズの費用対効果が低く、教材としての完成度を高められていない」こととなる。

#### 3.2 助言指導ありの階層型多肢選択問題

本講演では、階層型多肢選択問題による動的例題（丹家 [11]）に着想を得て、前述の課題を助言指導ありの階層型多肢選択問題として解決する。

通常行われている演習形式では、形成的評価でも総括的評価でも、迅速なフィードバックが可能な Moodle 等の LMS 上の小テスト形式であっても事後指導になりがちである。教科書や授業で提示する例題形式では、正解を例示せざる得ないため、学習者の評価に使うことは難しい。一方、助言や指導という観点から準備している講義資料（動画含む）や教科書等は、それ単独では学習者に適切な形で確認されないことも多い。そこで本講演で提案するのは、演習・例題・指導のベストミックスとして

『演習の枠組みで、例示が自然にありつつの、指導中心の問題』

としての「助言指導ありの階層型多肢選択問題」である。

具体的には、図 3 のように、1) 演習として多様な選択肢と対応する評価の確保（一方通行）、2) 例題・指導として選択の意図や注意事項の提示（確認画面）、3) 例題の主目的として正しい解法ルートへの誘導（循環構造）、をすることで選択肢の確認と循環的な挙動を実現する。また、図 4、図 5、図 6 で実際の問題例と挙動を例示する。

次の行列を階段行列に変形するための、次の操作を選んでください。ただし、次の条件を守るようにしてください。

1) なるべく行列の要素が分数にならないようにすること, 2) ある行の何倍かを他の行に加える操作で分数を用いないこと, 3) 階段行列までは左下部分の消去を左側から行うこと, 4) 階段行列からは右上部分の消去を右側から行うこと。

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & -2 & -8 \\ -4 & 2 & 3 & 11 \\ 6 & -3 & -9 & -30 \end{pmatrix}$$

1行目の1倍を, 2行目に加える。→

3行目に2を掛けるスカラー倍をする。→

1行目に $\frac{1}{2}$ を掛けるスカラー倍をする。→

2行目に3を掛けるスカラー倍をする。→

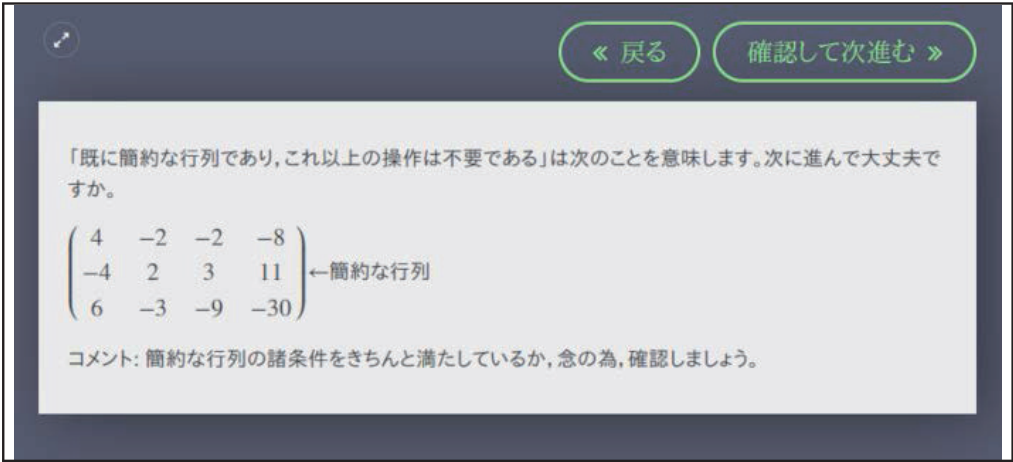
既に簡約な行列であり, これ以上の操作は不要である。→

2行目に $-1$ を掛けるスカラー倍をする。→

既に階段行列であり, これ以上の操作は不要である。→

3行目の $\frac{2}{3}$ 倍を, 2行目に加える。→

図 4: 指導助言ありの階層型多肢選択問題の例



(この段階では「戻る」が可能)



(「戻る」をせずに進んでしまうと誤答)

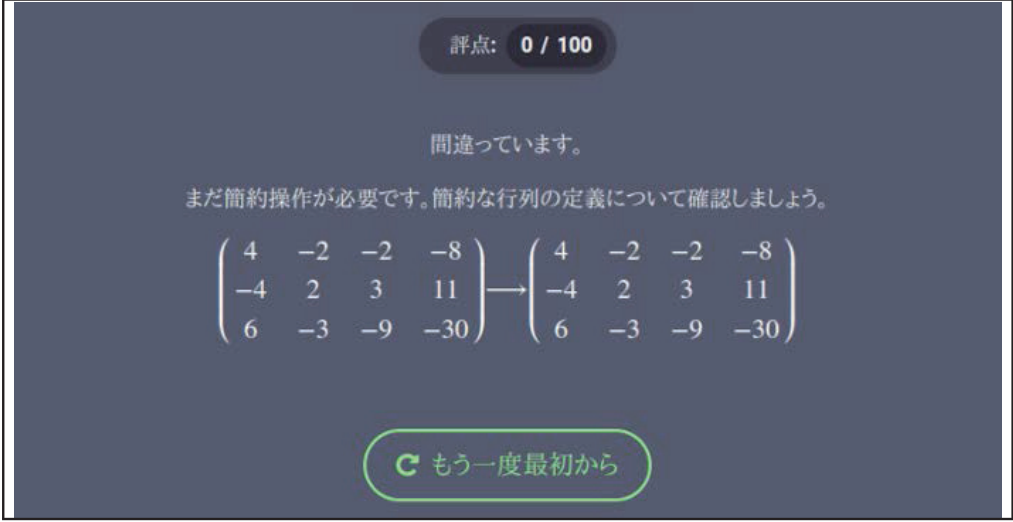
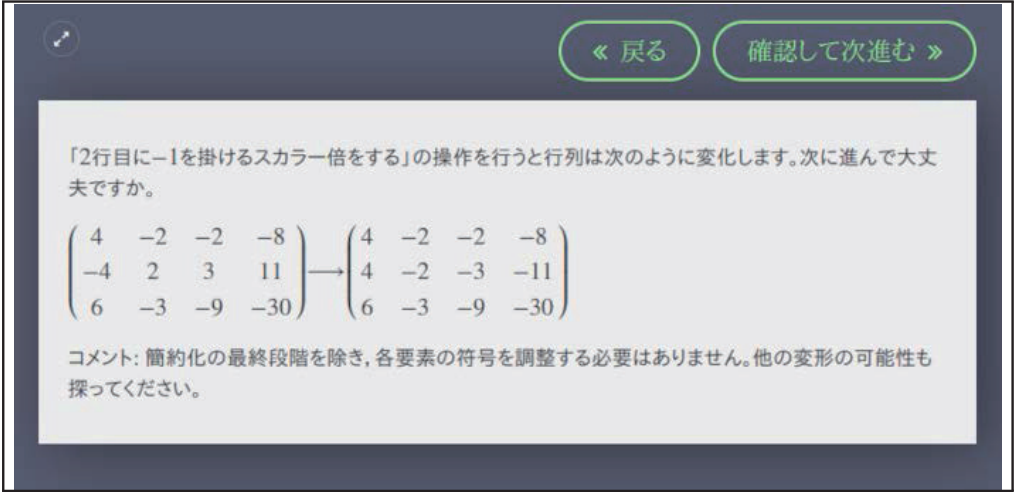


図 5: 指導助言ありの階層型多肢選択問題の誤選択時の挙動

図 5 では、机間指導のように誤りつつある学習者に対して、正にその誤ろうとするタイミングをもって指導助言を行っている様子を確認できる。特に、ここで先に進むと後戻りが出来ないため、学習者にとって指導助言を読むことに価値が生まれている。この画面での指導助言を工夫することにより、学習効果を高められると考えられる。



(この段階では「戻る」が可能)



(「戻る」をせずに進んだ場合は再選択へ)

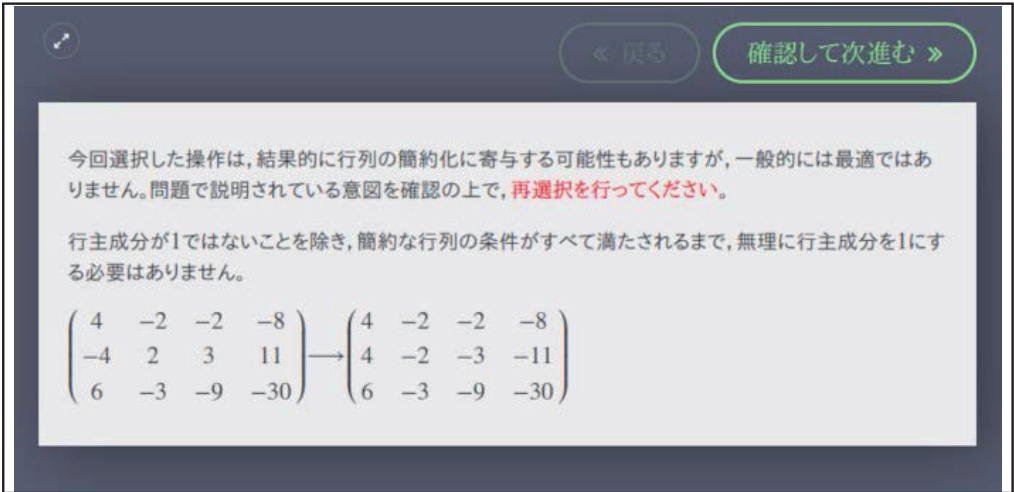


図 4 の選択へ戻る

図 6: 指導助言ありの階層型多肢選択問題の循環的挙動

図 6 のような循環構造を取り入れたことにより, 各階層での選択肢を大幅に増やしつつも, H5P 形式のファイルサイズを小さく抑えることが可能となっている。これにより, 課題であったファイルサイズに関する費用対効果を改善できた。加えて, 順序並び替え問題 [5, 6, 7] に対しての学習者や教授者からの懸念であった, 予め作問者の選択した方法で解かなければ不正解となるのは問題であることを一定程度払拭することが可能となった。

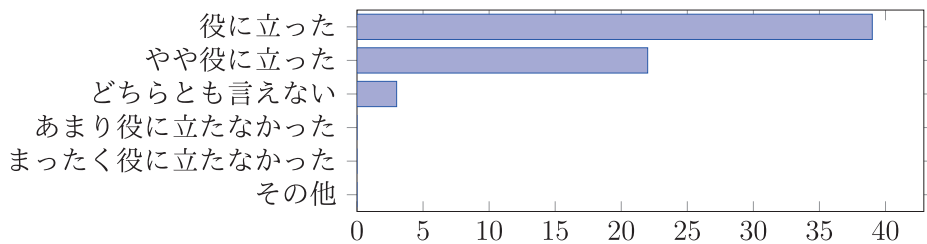


図 7: 総合的に判断して小テストは授業内容の理解に役立ちましたか

## 4 指導助言ありの階層型多肢選択問題の実践と今後の課題

前章の枠組みの問題を複数作成し、実際の授業で小テストとして活用した結果について報告する。今回作成したのは、次のような問題である。カッコ内の内部  $X$  問というのは、H5P 形式のコンテンツ内でのランダム出題の問題数が  $X$  問ということを表しており、カッコ内最後の数字は、当該コンテンツのファイルサイズを表す。

- 行列とベクトルの積（内部 10 問，約 500KB）
- 行列と行列の積（内部 10 問，約 500KB）
- 階段行列化（前進消去）（循環構造あり，内部 5 問，約 800KB）
- 簡約行列化（後退代入）（循環構造あり，内部 5 問：約 2MB と内部 5 問：約 8MB）
- 簡約な行列からの解ベクトルの構成（内部 10 問，約 800KB）
- 逆行列の計算（循環構造あり，内部 10 問，約 800KB）
- 行列式の計算（循環構造あり，内部 10 問，約 1.2MB）

実践を行ったのは、2024 年度に実施した線形代数 1/2（神戸大学の全学共通授業科目の 1 つ、履修者数 49–50 人）である。この授業は反転授業形式であり、教室内では補足説明と演習・解説、教室外では動画資料等による事前学習と小テストを課している（すべて Moodle 上で提供）。小テストは、繰り返し受験可能で合格点が設定されており、事前学習として指導助言ありの階層型多肢選択問題（H5P）を 14 セット、順序並び替え問題を 12 セット、事後学習として従来型の多肢選択問題を 14 セットから構成されており、基本的に学生は教室内活動においてもパソコンを使用している。

それぞれの授業終了時（クォーター末）に実施される大学全体での授業振り返りアンケート（匿名）において、小テストに関する設問を設定した。線形代数 1 は回答者数 39 人で、線形代数 2 は回答者数 25 人であった（延べ 64 人）。本稿の紙面の関係からアンケート結果の一部（数値評価の図 7 と自由記述）について報告する。

### 4.1 アンケート結果（自由記述部分）

総じて肯定的な評価を与えていた主な意見は次のようなものであった（集約・要約）。

- とてもためになったと思います。やり方を小テストで理解することもありました。
- 階層型多肢選択問題はわかりやすく解きやすく身になったと思う。

- 手軽に理解度を確認でき、解説も載っているので良かった。
- 小テストは自分の理解を図るうえでとても役に立ちました。
- 授業のいい予習、復習になったのでいいと思います。
- ゲーム感覚でできてとても楽しかった。

一方で、順序並び替え問題への改善要望が次のように多数寄せられた（集約・要約）。

- 並べ替えの選択肢が多すぎて、見づらく操作しづらい。（← 回答数が非常に多数）
- 順序並び替え問題は、前後を見比べると答えがわかってしまうことが多かった。
- 並べ替えの問題は先生が想定した方法で解く必要があり、問題があると思う。

その他、小テストの改善に関する主な意見は次のようなものであった（集約・要約）。

- 小テストの内容とクォーター末試験の内容に難易度において大きな乖離がある。
- 頑張っても途中で計算をしても、途中で間違えると最初からになるのが辛い。
- もう少し自分で計算して計算力をつける問題が多い方が良いです。
- 証明問題が欲しい。

なお、これらの授業では学習者が自らの計算結果を確認するための方法として、計算オラクル（Wolfram Alpha などの使い方によっては、学習効果を失わせ得るもの）の適切な使い方を一度は説明しているため、計算オラクルや生成 AI の利用についてもアンケートで調査したが、約 9 割が全く利用していないとのことであった。

## 4.2 助言指導ありの階層型多肢選択問題のまとめと課題

本講演では、

- 演習として多様な選択肢と対応する評価の確保（一方通行）
- 例題・指導として選択の意図や注意事項の提示（確認画面）
- 例題の主目的として正しい解法ルートへの誘導（循環構造）

を有する助言指導ありの階層型多肢選択問題を提案した。また、実際に Moodle を主な対象として H5P 形式のコンテンツとして、Python を用いてランダムに生成した問題を小テストとして授業で活用し、それに関する学生アンケートの結果について報告を行った。アンケート結果等から推察されることとして、次の 2 点が挙げられる。

- 助言指導ありの階層型多肢選択問題は、意図した効果が出ており評価も高い
- 比して、順序並び替え問題への改善要望が、例年になく非常に増加した

後者の順序並び替え問題は、授業資料をきちんと閲覧しているかを確認する事前学習活動として設定しているため、単純な確認問題としての性格が強い。結果として、解説等の助言指導の手厚い階層型多肢選択問題が登場したことにより、学習者の潜在的な期待に応えられなくなったものと考えている。

以上のことから、助言指導ありの階層型多肢選択問題の教育効果は高いと考えられ、次のような観点からの今後一層の発展を今後の課題としておく。

- 助言指導ありの階層型多肢選択問題の拡充
  - － 一次変換，クラメル，次元，基底，表現行列などの線形代数の問題の拡充
  - － 微分積分学など線形代数以外への拡張
- 証明問題への対応，高難度の問題への対応，誤選択時の一発退場の是非の検討

## 参考文献

- [1] 長坂耕作: 数式処理と学習管理システム - 静的評価の再評価 -. 京都大学数理解析研究所講究録 **2067**, 160–169 (2018).
- [2] 長坂耕作: Moodle XML Question Generator for Python. 京都大学数理解析研究所講究録 **2142**, 67–70 (2019).
- [3] Kosaku Nagasaka: Multiple-choice questions in Mathematics: automatic generation, revisited. Electronic Proceedings of the 25th Asian Technology Conference in Mathematics, 21785-1–21785-15 (2020).
- [4] 樋口三郎: 基本変形による行列簡約化の学習支援システムとその授業内での試用. 京都大学数理解析研究所講究録 **2142**, 169–173 (2020).
- [5] 長坂耕作: 数学教育における順序並び替え問題. 京都大学数理解析研究所講究録 **2208**, 68–76 (2021).
- [6] 長坂耕作: 数学的思考力と順序並び替え問題の自動生成. 数式処理 **28(2)**, 95–108 (2022).
- [7] Kosaku Nagasaka, Takahiro Nakahara: Ordering Question with Clue in Moodle. Proceedings of the 27th Asian Technology Conference in Mathematics, 18–31 (2022).
- [8] 丹家諒, 長坂耕作: 階層型多肢選択問題の提案とその可能性. 京都大学数理解析研究所講究録 **2236**, 50–55 (2022).
- [9] 樋口三郎: 線形代数における行列簡約化アルゴリズム学習支援システムの開発と学習履歴の分析. 教育システム情報学会研究報告 **37(6)**, 44–49 (2023).
- [10] 長坂耕作: 多肢選択問題と順序並び替え問題を併用した学習活動の分析. 京都大学数理解析研究所講究録 **2273**, 80–90 (2023).
- [11] 丹家諒: 階層型多肢選択問題による動的例題の提案とその可能性. 京都大学数理解析研究所講究録 **2273**, 179–191 (2023).