

必要保有水平耐力における構造特性係数の不連続性を考慮した 鋼構造骨組の最適設計法

AN OPTIMIZATION METHOD FOR STEEL FRAMES CONSIDERING THE DISCONTINUITY OF THE STRUCTURAL PROPERTY COEFFICIENT IN NECESSARY ULTIMATE HORIZONTAL RESISTANT FORCE

宋 昶*, 山川 誠**, 上谷 宏二***

Chang SONG, Makoto YAMAKAWA and Koji UETANI

Horizontal load-carrying capacity of steel rigid-frames is one of the most important mechanical performances required in the practical design. Design horizontal load is lowered by the structural property coefficient D_s , which is determined by the plastic deformation capacity of the frame. A practical method using branch and bound approach for the optimization of steel frame structures considering the discontinuity of structural property coefficient D_s is proposed in this paper, and is verified by three numerical examples. The difference between the solutions under A_i distribution lateral forces and Q_{km} distribution lateral forces is also discussed.

Keywords: Steel frame structure, Structural property coefficient, Minimum weight design, Linear relaxation, Branch and bound approach

鋼構造骨組, 構造特性係数, 最小重量設計, 線形緩和, 分枝限定法

1 はじめに

最適化手法や逆問題型解析法により構造物の設計を論理的に進めるための研究が数多くなされている^{例えば1, 2)}。このような論理的設計法の建築構造への適用において、保有水平耐力は耐震性能を評価する上で欠かせない重要な性能であり、実務設計との関わりからも建築構造の最適設計において重要な設計条件である。保有水平耐力算定においては、設計パラメータの変化に対して弾塑性状態が不連続的に変化するため、その感度係数に不連続性が生じ、感度係数を連続微分の意味では定義できない点が生じるという問題がある。さらに建築基準法上での必要保有水平耐力の算定³⁾においては、骨組の塑性変形能力の違いに応じて設計用地震力のレベルを低減しており、各部材種別やブレースの水平力分担率から定まる不連続な構造特性係数 D_s を定めなければならない。このように保有水平耐力に関する制約条件を含む最適設計問題は連続微分不可能かつ不連続な制約関数を含む問題である。よって、数学的には連続微分可能性を前提とした局所最適性条件により局所最適解を特徴づけることができない問題⁴⁾に分類される。

このような問題に対して、鋼構建造建築物を対象として構造特性係数 D_s が設計者によって与えられたとの条件設定下で、1次設計では許容応力度および層間変形角に関する条件を満たし、2次設計では

必要保有水平耐力以上の保有水平耐力を有する設計解を求めるための研究がこれまでも行われている。その一つとして部材断面を含めて離散最適化問題として取り扱うアプローチ⁵⁻⁸⁾がある。このような方法では感度情報に基づく局所最適性を扱う必要がないため、関数の不連続性は問題とならない。ただし、このような離散最適化問題を効率的に解くことが可能かは明らかではなく、何らかの問題構造を利用しない限りすべての設計変数を離散変数として現実的な規模の問題に対処することは一般には難しい。一方、部材断面を連続変数として扱った問題を考え、感度を差分近似により解くといったアプローチがあり、このような方法では最適解の性質の把握が近似的に可能であり、実用性の面からも妥当性を持つ。このような立場から吉富らは構造特性係数 D_s と鋼材量最小解の関係を調べている⁹⁾。しかし、これらの研究においても、構造特性係数 D_s の合理的な選択に関する提案は含まれていない。

このような問題に対して、主体架構断面の部材種別やブレースの水平力分担率から規定される構造特性係数 D_s を独立な離散変数とみなし、部材断面を連続変数とすれば、最適化問題を混合整数計画問題として定式化できる。これは離散最適化問題として扱うアプローチと連続最適化問題として扱うアプローチの中間に位置するアプローチと解釈できる。構造特性係数 D_s は構造物の各方向に対して一

* 京都大学大学院工学研究科建築学専攻
大学院生・修士(工学)

** 京都大学工学研究科 助教・博士(工学)

*** 京都大学工学研究科 教授・工博

Graduate Student, Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kyoto University, M. Eng.

Research Assoc. Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kyoto University, Dr. Eng.
Prof., Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kyoto University, Dr. Eng.

つあるいは層ごとに定められる。よって、建物規模が大きくなったとしても、その数の増加は部材断面数の増加に比べれば小さなものでありその組合せの数も限られるため、現実的な規模の問題にも十分対処可能であると考ええる。

このような立場から本論文では、鋼構造平面骨組の構造特性係数Dsの不連続性に注目し、(1) 分枝限定法を用いて設計基準に対する構造特性係数Dsの選択を含めた最適設計問題を実用的な時間内に解ける手法を提案し、(2) 分枝限定法の枠組から使われる上界と下界により局所解の信頼性を定量的に評価し、(3) 数値解析例を通じてその最適解の特性を検討し、設計基準と耐震性能の関係を調べることを目的とする。(3)については特に、設計基準に則った外力分布および崩壊形に対する保有水平耐力と必要コストとの関係について調べる。本論文で扱う緩和問題は設計パラメータに対する感度係数を連続微分の意味では定義できない点を含んでいるため、Clarke劣微分⁴⁾の意味で局所最適解への収束が保証されている非線形最適化法¹⁰⁾を併用する。ただし、非凸性を弱めてはいるもののこの緩和問題は依然非凸計画問題であり、局所最適解により厳密な意味での下界を定めることはできない。ここで、凸計画問題とは目的関数が凸関数、実行可能領域が凸集合であるような問題である¹¹⁾。凸計画問題では任意の局所的最適解は大域的最適解であることに對し、非凸計画問題では一般に複数の大域的最適解でない局所的最適解が存在する¹¹⁾。本論文で提案した緩和問題もこのような非凸計画問題であるので、求められた局所的最適解からは元問題の近似的な下界が得られるにとどまる。このような近似が設計解に与える影響も数値解析例を通じて検証する。

まず第2章では本論文で対象とする設計問題の定式化を紹介し、構造特性係数Dsを離散変数とした設計問題と対応する線形緩和問題を用いた分枝限定法のアルゴリズムを説明する。次に第3章では3層純ラーメンモデルの例題と10層ブレース付きモデルの解析例を用いて提案手法の有効性を検証し、最適解についての考察を行う。以上より得られた結論を第4章にまとめる。

2 設計問題の定式化

前章で述べたような立場から、構造特性係数Dsを離散変数、部材断面を連続変数とした設計問題を混合整数計画問題として定式化し、さらに整数制約条件に対して線形緩和を行い、線形緩和問題を与える。ここでこれら二つの設計問題の位置づけを以下に簡単に述べる。

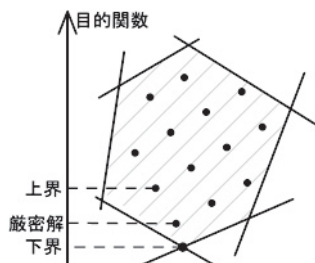


図1 整数計画問題の線形緩和

整数計画問題とは、設計変数に整数であるという制約条件が課された問題と考えられる。例えば、整数計画問題における許容解を図1に示される点とする。適当な方法により、この整数計画問題のあ

る許容解を求める。この許容解の目的関数値が元問題の真の最適解の目的関数値以上となることは明らかなので、これを上界と考えることができる。次に、この整数制約条件を線形制約条件に緩和することを考える。例えば、図1において6本の線形制約が囲む領域が線形緩和領域を示すとする。この線形緩和問題の目的関数の最小値が元問題の真の最適解の目的関数値以下であることも明らかなのでこれを下界とできる。以上より元の整数計画問題の最適解の目的関数値は上界と下界の間に存在することがわかる。分枝限定法のアルゴリズムに従い、これらの上界と下界の精度を高めるように更新すれば、元問題の最適解を求めることができる。

2.1 設計変数と目的関数

柱断面には角形鋼管、梁断面にはH形鋼を用い、さらにブレース付きモデルではブレースとして座屈拘束ブレースを用いるとする。このとき、設計変数 $\mathbf{x}$ を次式のように定義する。

$$\mathbf{x} = \{\mathbf{x}^C, \mathbf{x}^G, \mathbf{x}^B, \boldsymbol{\alpha}\} \quad (1)$$

ここで、

$$\mathbf{x}^C = \{D_i^C, A_i^C : i = 1, \dots, n_C\} \quad (2)$$

$$\mathbf{x}^G = \{H_i, B_i, A_i^F, A_i^W : i = 1, \dots, n_G\} \quad (3)$$

$$\mathbf{x}^B = \{N_i : i = 1, \dots, n_B\} \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \{\alpha_j^{(i)} : i = 1, \dots, n_s, j \in \mathcal{I}^a\} \quad (5)$$

とする。 D_i^C, A_i^C は第 i 柱部材断面に対応する角形鋼管の幅と断面積、 H_i, B_i, A_i^F, A_i^W は第 i 梁部材断面に対応する梁せい、幅、フランジ断面積、ウェブ断面積、 N_i は第 i ブレース部材断面の降伏軸力をそれぞれ表すとする。 $\alpha_j^{(i)}$ は第 i 層の種別が部材群種別 j に対応することを意味する種別変数と呼ぶべきものであり、次節で詳しい説明を与える。さらに n_C, n_G, n_B, n_s はそれぞれ柱断面、梁断面、ブレース断面と層の数を表す。なお、このように設計変数を設定することには、目的関数を線形式として表現できること、および部材外法に関する制約条件の扱いが容易となることの二つの利点がある。

式(2), (3), (4)で定義した設計変数の上下限値を表1で示すように設定する。

表1 設計変数の上下限値

	D_i^C (mm)	A_i^C (cm ²)	H_i (mm)	B_i (mm)	A_i^F (cm ²)	A_i^W (cm ²)	N_i (kN)
下限値	350	154.8	400	200	48	35.29	187
上限値	1000	1454	1000	400	320	177.6	1500

実際の設計との対応を考えて、目的関数をブレース付き鋼構造建築物のコスト関数として、次のように定義する。

$$f(\mathbf{x}) = c_F \rho \sum_{i,j} T_{ij}^C l_j^C A_i^C + c_F \rho \sum_{i,j} T_{ij}^G l_j^G A_i^G + c_B \sum_{i,j} T_{ij}^B N_i \quad (6)$$

ここで、 c_F はフレーム部材の単価、 ρ は鋼材密度、 c_B は座屈拘束ブレース部材の単位降伏軸力あたりの単価、 $T_{ij}^C, T_{ij}^G, T_{ij}^B$ はそれぞれ柱、梁およびブレースの第 i 部材断面に関する量から対応する第 j 部材に関する量に変換するための0-1からなる係数、 l_j は第 j 部材の部材長を表す。さらに、鋼材密度 $\rho = 7.8 \text{ ton / m}^3$ 、フレーム部材と

座屈拘束ブレース部材それぞれの単価を $c_F = 25 / \text{ton}$ 、 $c_B = 0.02 / \text{kN}$ と与える。なお、純ラーメンモデルにおいては、式(6)の第3項が0となる。式(6)よりコスト関数は設計変数に対して線形式であることがわかる。

2.2 保有水平耐力および必要保有水平耐力の算定

構造特性係数の不連続性を考慮した鋼構造平面純ラーメンモデルとブレース付き骨組モデルの最小重量設計問題を対象とする。制約条件は一次設計における長期許容応力度、短期許容応力度と層間変形角制約、二次設計計算ルート3における必要保有水平耐力制約を考慮する。ただし、問題を単純化するために、保有水平耐力および必要保有水平耐力算定にあたり、以下の仮定をおく。

- (1) 形状係数 F_{es} を1.0とする。
- (2) 柱部材の種別はFAとFBのみとする。
- (3) 柱梁部材群の種別はDを非許容として、A、BおよびCの中から選ぶとする。
- (4) ブレース付きモデルでは座屈拘束ブレースを用い、Ds値算定時のブレース種別をBA材とする。
- (5) 層毎の部材群種別は層に属するすべての部材種別の最低位のもをA、BおよびCの3種類の中から選ぶとする。
- (6) 二次設計における保有水平耐力は層間変形角1/75までの完全弾塑性荷重増分解析¹²⁾から求める。

これらの仮定の下で、層数 n_s の構造物における地震力に対する第 i 層の必要保有水平耐力は次式によって与えられる。

$$Q_{un}^{(i)} = D_s^{(i)} F_{es}^{(i)} Q_{ud}^{(i)}, \quad Q_{ud}^{(i)} = Z R_t A_i C_0 \sum_{j=i}^{n_s} w_j \quad (7)$$

$$C_0 \geq 1.0, \quad i = 1, \dots, n_s$$

ただし、 $Q_{un}^{(i)}$ は第 i 層の必要保有水平耐力、 $D_s^{(i)}$ は第 i 層の構造特性係数、 $F_{es}^{(i)}$ は第 i 層の形状係数、 $Q_{ud}^{(i)}$ は地震力によって第 i 層に生ずる水平力、 Z は地震地域係数、 R_t は振動特性係数、 A_i は地震層せん断力係数の分布係数、 C_0 は標準せん断力係数、 w_j は j 層の重量、 n_s は層の数を表す。また、以降では増分解析に用いる外力分布を区別する場合に、式(7)を用いて次のように呼ぶ。

$$\text{Ai分布に基づく外力分布: } Q_{ud}^{(i)}, \quad i = 1, \dots, n_s \quad (8)$$

$$\text{Qun分布に基づく外力分布: } Q_{un}^{(i)}, \quad i = 1, \dots, n_s \quad (9)$$

各層の保有水平耐力は必要保有水平耐力以上でなければならない。この条件を保有水平耐力制約条件と呼び、ある設計に対する第 i 層の保有水平耐力を $Q_u^{(i)}$ として、次式で与える。

$$Q_u^{(i)} \geq Q_{un}^{(i)}, \quad i = 1, \dots, n_s \quad (10)$$

Ai分布に基づく外力分布(8)を用いて保有水平耐力を求めると、各層の保有水平耐力の分布はAi分布に基づく外力分布に比例したものとなり、必要保有水平耐力の計算において、各層ごとに $D_s^{(i)}$ 、 $F_{es}^{(i)}$ を定めていることと整合がとれない。よって、このような計算方法の矛盾をなくすため、本論文では、Qun分布に基づく外力分布(9)を比例载荷して保有水平耐力を計算する。このとき、建築物の構造関係技術基準⁹⁾に従い、「Ai分布に基づく外力分布が作用するときの崩壊形が全体崩壊形となる建築物について、全層の保有水平耐力を算出する」とする。この条件を保証するため、Ai分布に基づく外力分布

を用いて荷重増分解析を行い、最大層間変形角が1/10となるときの部材端モーメントに対して以下のような制約を課す。

- (a) 塑性ヒンジを形成させない部材端：

$$M_i(\mathbf{x}) \leq 0.99 M_i^P(\mathbf{x}), \quad i \in \mathcal{I}^E \quad (11)$$

- (b) 塑性ヒンジを形成させる部材端：

$$M_i(\mathbf{x}) \geq 1.0 M_i^P(\mathbf{x}), \quad i \in \mathcal{I}^P \quad (12)$$

ただし、 M_i, M_i^P はそれぞれ第 i 番部材端のモーメント、全塑性モーメント、 $\mathcal{I}^E, \mathcal{I}^P$ はそれぞれ塑性ヒンジを形成させない部材端およびヒンジを形成させる部材端の添字集合を表す。

実際の設計においては、崩壊形の制御のために柱梁耐力比を設計条件として設定することが一般的である。ただし、梁降伏先行型全体崩壊を確実に保証するためには、スパン数や層数の増加に伴い実設計上では困難なほど大きな柱梁耐力比が必要となることが指摘されている^{例えば13)}。本論文では、建築物の構造関係技術基準⁹⁾に則った崩壊形、保有水平耐力性能および必要コストの直接的な関係を調べるために、梁降伏先行型全体崩壊形を確実に形成させる直接的な設計条件として式(11)、(12)を用いる。なお、式(11)、(12)に加えて柱梁耐力比も設計条件として同時に考慮することは十分可能であり、そのような条件を考慮した最適設計解はAi分布以外の外力分布すなわち外力分布の不確定性に対しての頑強性が向上されるとともに必要なコストも増加することが予想される¹³⁾。

ブレース付きモデルにおいては、座屈拘束ブレースを用い、そのブレース種別はBA材とする。この場合、構造特性係数Dsは柱および梁の部材群種別に応じて表2で示すような値をとる。

表2 Ds値		
柱および梁の部材群種別		
A	B	C
0.25	0.3	0.35

仮定(5)に従い、第 i 層の部材群種別A,B,Cそれぞれに種別番号 $j = 1, 2, 3$ と対応させた種別変数 $\alpha_j^{(i)}$ を考え、これに0・1制約を課すことにより、第 i 層のDs値関数 $D_s^{(i)} = D_s^{(i)}(\mathbf{x})$ を次式のように表す。

$$D_s^{(i)}(\mathbf{x}) = 0.25 \alpha_1^{(i)} + 0.3 \alpha_2^{(i)} + 0.35 \alpha_3^{(i)},$$

$$\alpha_1^{(i)} + \alpha_2^{(i)} + \alpha_3^{(i)} = 1, \quad (13)$$

$$\alpha_j^{(i)} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n_s, \quad j = 1, 2, 3$$

なお、式(5)と対応させれば、式(13)では $\mathcal{I}^a = \{1, 2, 3\}$ と与えることに相当する。さらに仮定(5)は、層ごとの柱と梁の幅厚比を部材群種別に該当する限界幅厚比以下とする制約条件を考えることに対応する。

表3 柱および梁の種別				
幅厚比の上限値		FA	FB	FC
柱 (角形)		33 $\sqrt{235/F}$	37 $\sqrt{235/F}$	48 $\sqrt{235/F}$
	フランジ	9 $\sqrt{235/F}$	11 $\sqrt{235/F}$	15.5 $\sqrt{235/F}$
梁 (H形)		60 $\sqrt{235/F}$	65 $\sqrt{235/F}$	71 $\sqrt{235/F}$
	ウェブ			

柱と梁部材の幅厚比と種別との関係³⁾を表3に示す。ただし、 F は平成12年建築省告示第2464号第1に規定する基準強度を表すものとし、単位は N/mm^2 である。例えば $F=235$ の場合、表3より第 i 層に対して角形鋼管柱とH形鋼梁の幅厚比制約条件を次式のように表せる。

$$\begin{aligned} R_k^C &\leq 33\alpha_1^{(i)} + 37\alpha_2^{(i)} + 48\alpha_3^{(i)}, \quad k \in \mathcal{S}_i^C \\ R_k^F &\leq 9\alpha_1^{(i)} + 11\alpha_2^{(i)} + 15.5\alpha_3^{(i)}, \quad k \in \mathcal{S}_i^F \\ R_k^W &\leq 60\alpha_1^{(i)} + 65\alpha_2^{(i)} + 71\alpha_3^{(i)}, \quad k \in \mathcal{S}_i^G \\ \alpha_1^{(i)} + \alpha_2^{(i)} + \alpha_3^{(i)} &= 1 \end{aligned} \quad (14)$$

ただし、 $\mathcal{S}_i^C$ および $\mathcal{S}_i^G$ はそれぞれ第 i 層に属する柱断面番号の集合および梁断面番号の集合とする。例として、図2で示すフレームの第2層に式(14)の幅厚比制約条件を課す場合を説明する。この場合、図2右側に示される第2層に関する幅厚比変数に対して式(14)の制約条件は

$$\begin{aligned} R_k^C &\leq 33\alpha_1^{(2)} + 37\alpha_2^{(2)} + 48\alpha_3^{(2)}, \quad k = 1, 2 \\ R_k^F &\leq 9\alpha_1^{(2)} + 11\alpha_2^{(2)} + 15.5\alpha_3^{(2)}, \quad k = 1, 2, 3, 4 \\ R_k^W &\leq 60\alpha_1^{(2)} + 65\alpha_2^{(2)} + 71\alpha_3^{(2)}, \quad k = 1, 2, 3, 4 \\ \alpha_1^{(2)} + \alpha_2^{(2)} + \alpha_3^{(2)} &= 1 \end{aligned}$$

と表される。

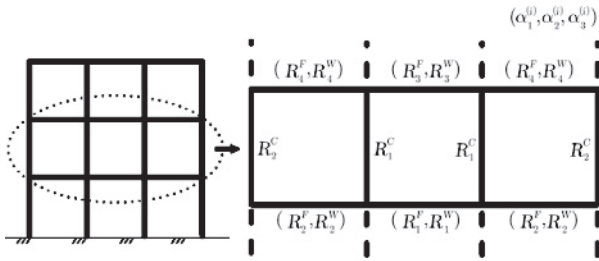


図2 層ごとの幅厚比制約

2.3 混合整数計画問題の定式化

元問題となる混合整数計画問題を次のように定義する。

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{s.t.} \quad & g_k(\mathbf{x}) \leq 0, \quad k = 1, \dots, m \\ & \alpha_j^{(i)} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n_s, \quad j = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (15)$$

ただし、設計変数 $\mathbf{x}$ は式(1)で、目的関数 $f(\mathbf{x})$ は式(6)で定義されている。制約条件 $g_k(\mathbf{x})$ は次に示す制約条件を並べたものとする。

表1	[上下限值制約]
式(14)	[幅圧比制約]
<1次短期設計用荷重時>	
$\delta_i/h_i \leq 1/200, \quad i = 1, \dots, n_s$	[層間変形角制約]
$\left \frac{M}{Z f_{bs}} \right + \left \frac{N}{A f_{cs}} \right \leq 1$	[許容応力度比制約]
<1次長期設計用荷重時>	
$\left \frac{M}{Z f_{bl}} \right + \left \frac{N}{A f_{cl}} \right \leq 1$	[許容応力度比制約]
<2次計用荷重時： Q_{un} 分布に基づく外力分布>	
式(10)	[保有水平耐力制約]
<2次計用荷重時： A_i 分布に基づく外力分布>	
式(11), 式(12)	[崩壊形に関する制約]

記号の説明：

δ_i ：各層の層間変形	h_i ：各層の階高
f_{bs} ：許容曲げ応力度（短期）	f_{cs} ：許容圧縮応力度（短期）
f_{bl} ：許容曲げ応力度（長期）	f_{cl} ：許容圧縮応力度（長期）
M ：部材端モーメント	N ：部材端圧縮力
Z ：部材の断面係数	A ：部材の断面積

問題(15)は0-1制約を含み、非線形0-1混合整数計画問題に属する問題である。混合整数計画問題を直接解くような方法を用いることも可能であるが、本研究では問題(15)の0-1制約を非凸2次制約条件

$$\alpha_j^{(i)} (\alpha_j^{(i)} - 1) = 0, \quad i = 1, \dots, n_s, \quad j = 1, 2, 3 \quad (16)$$

に書き換えた問題

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\mathbf{x}) \\ (P_0) \quad \text{s.t.} \quad & g_k(\mathbf{x}) \leq 0, \quad k = 1, \dots, m \\ & \alpha_j^{(i)} (\alpha_j^{(i)} - 1) = 0, \quad i = 1, \dots, n_s, \quad j = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

を考える。保有水平耐力を含む制約条件(10)は第1章で述べたように設計パラメータに対する感度係数を連続微分の意味では定義できない点を含む。そのような場合にもClarke劣微分⁴⁾の意味で局所最適解への収束が保証されている非線形最適化法¹⁰⁾を適用すれば、問題 (P_0) の局所最適解を得ることは可能である。しかし、このような非線形最適化法を用いたとしても、非凸性の強い制約条件を含む問題 (P_0) に対しては強い初期値依存性が予想され、良い局所解が安定的に得られるかは明らかではない。なお、構造特性係数 D_s 値をある定数に固定した問題とは、問題 (P_0) において、0-1変数 α を0あるいは1に固定した問題に相当し、問題 (P_0) よりは性質が良い問題であると予想される。

2.4 線形緩和問題の定式化

前節で指摘したように、前節で述べた最適化問題は非凸性の大きい制約条件(16)を含む問題である。本節では、より大域的に性質の良い解を求めるために非凸性を減じた緩和問題を考える。一次設計の許容応力度、層間変形角、二次設計の保有水平耐力などの制約条件の非凸性は0-1制約条件の非凸性に比べて弱いものであると予想されるため、緩和を行わないものとする。次式に示すような0-1制約条件から線形不等式への緩和を考える。

$$\alpha_j^{(i)} \in \{0, 1\} \xrightarrow{\text{緩和}} 0 \leq \alpha_j^{(i)} \leq 1 \quad (17)$$

整数制約を不等式制約に置き換えることを線形緩和と呼ぶ。問題(15)における0-1制約を線形緩和することにより得られる問題

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{s.t.} \quad & g_k(\mathbf{x}) \leq 0, \quad k = 1, \dots, m \\ & 0 \leq \alpha_j^{(i)} \leq 1, \quad i = 1, \dots, n_s, \quad j = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (18)$$

を線形緩和問題と呼ぶ。問題(18)を解いて得られる最適解の目的関数値は真の最適解の目的関数値の下界である。

1層1スパン純ラーメンモデルを例として、柱部材の断面積と幅厚比に対する必要保有水平耐力制約条件の許容領域を図3に示す。ここで、図3の横軸と縦軸はそれぞれ上下限値を0から1にスケールした断面積と幅厚比である。図3(a)は上界の定式化の許容領域、図3(b)はその線形緩和問題、下界の定式化の許容領域を表している。線形制約は凸制約であるため、非凸性の強い0-1制約に対し式(17)の

ような線形緩和を利用することにより、図3 (a)に示した階段状な非凸性の強い許容領域が図3 (b)に示した滑らかな許容領域になることがわかる。ただし、0-1制約以外の制約条件に緩和を行わないため、図3 (b)に示した許容領域が厳密な凸領域かは明らかではない。

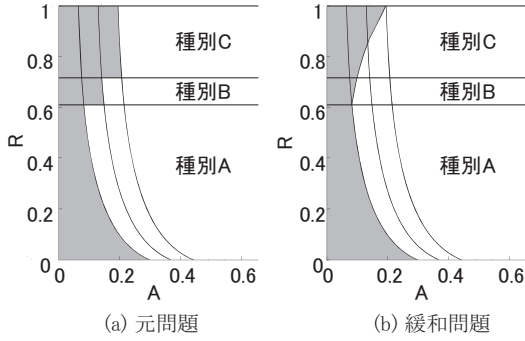


図3 許容領域の緩和

2.5 分枝限定法のアルゴリズム

本節では混合整数計画問題(P_0)に対して、分枝限定法に基づいて解くアルゴリズム¹⁴⁾の説明を行う。まず、線形緩和問題(18)のいくつかの種別変数 α に対して0または1を与えた問題を添字の組の集合 $\mathcal{I}_n^0, \mathcal{I}_n^1$ を用いて

$$(P_n) \quad \begin{aligned} \min \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{s.t.} \quad & g_k(\mathbf{x}) \leq 0, \quad k=1, \dots, m \\ & 0 \leq \alpha_j^{(i)} \leq 1, \quad i=1, \dots, n_s, \quad j=1, 2, 3 \\ & \alpha_j^{(i)} = 0, \quad (i, j) \in \mathcal{I}_n^0 \\ & \alpha_j^{(i)} = 1, \quad (i, j) \in \mathcal{I}_n^1 \end{aligned}$$

と表す。ここで、 $\mathcal{I}_n^0$ は問題(P_n)において第 i 層の第 j 種別変数 $\alpha_j^{(i)}$ を0と指定する添字の組 (i, j) の集合、同様に $\mathcal{I}_n^1$ は(P_n)において $\alpha_j^{(i)}$ を1と指定する添字の組 (i, j) の集合、すなわち

$$\mathcal{I}_n^0 = \{(i, j) \mid \alpha_j^{(i)} = 0\}, \quad \mathcal{I}_n^1 = \{(i, j) \mid \alpha_j^{(i)} = 1\} \quad (19)$$

と定義する。ここで、 $\mathcal{I}_n^0 \cap \mathcal{I}_n^1 = \emptyset$ とする。

次に緩和問題の情報から0-1制約を満たす暫定解を構成するための操作を定義する。ある緩和問題 $\mathbf{x}$ におけるすべての種別変数 α に対し、

$$\begin{cases} (i, 1) \in \mathcal{I}_n^1, (i, 2) \in \mathcal{I}_n^0, (i, 3) \in \mathcal{I}_n^0 & \text{if } 0.9 \leq \alpha_1^{(i)} \leq 1.0 & (\text{種別A}) \\ (i, 1) \in \mathcal{I}_n^0, (i, 2) \in \mathcal{I}_n^0, (i, 3) \in \mathcal{I}_n^1 & \text{if } 0.9 \leq \alpha_3^{(i)} \leq 1.0 & (\text{種別C}) \\ (i, 1) \in \mathcal{I}_n^0, (i, 2) \in \mathcal{I}_n^1, (i, 3) \in \mathcal{I}_n^0 & \text{otherwise} & (\text{種別B}) \end{cases} \quad (20)$$

を満たすような添字の集合 $\mathcal{I}^0, \mathcal{I}^1$ を考え、このような添字の集合を得る操作を $\mathcal{I}^0(\mathbf{x}), \mathcal{I}^1(\mathbf{x})$ と表す。なお、2.2節のような問題設定の場合には $\alpha_2^{(i)} = 0$ が線形緩和問題(18)の解となることを容易に示せるので、それ以外の種別変数である $\alpha_1^{(i)}$ および $\alpha_3^{(i)}$ の値に応じて暫定解を構成する式(20)の方法が有効である。

最後に緩和問題 $\mathbf{x}$ が元問題(P_0)の許容解でない場合に、緩和問題 $\mathbf{x}$ の情報から子問題を作成する操作を定義する。緩和問題 $\mathbf{x}$ において種別変数 $\alpha = \{\alpha_j^{(i)}\}$ が0と1以外の値となる最小の i 、すなわち

$$\hat{i} = \min\{i \mid 0 < \alpha_j^{(i)} < 1, j=1, 2, 3\} \quad (21)$$

となる $\hat{i}$ に対して、3組の添字集合 $\{\mathcal{I}_A^0, \mathcal{I}_A^1\}, \{\mathcal{I}_B^0, \mathcal{I}_B^1\}, \{\mathcal{I}_C^0, \mathcal{I}_C^1\}$ を

$$\begin{aligned} (P_A): \quad & \mathcal{I}_A^0 = \{(\hat{i}, 2), (\hat{i}, 3)\}, \quad \mathcal{I}_A^1 = \{(\hat{i}, 1)\} \\ (P_B): \quad & \mathcal{I}_B^0 = \{(\hat{i}, 1), (\hat{i}, 3)\}, \quad \mathcal{I}_B^1 = \{(\hat{i}, 2)\} \\ (P_C): \quad & \mathcal{I}_C^0 = \{(\hat{i}, 1), (\hat{i}, 2)\}, \quad \mathcal{I}_C^1 = \{(\hat{i}, 3)\} \end{aligned} \quad (22)$$

と定め、これらの添字集合に対応する三つの子問題を (P_A, P_B, P_C) とする。式(21),(22)を用いて緩和問題 $\mathbf{x}$ に対応して得られる子問題を $P_A(\mathbf{x}), P_B(\mathbf{x}), P_C(\mathbf{x})$ と表す。以上を用いた設計アルゴリズムを以下に示す。なお、各ステップで、特に指示がない場合には、直後のステップへ進むこととする。

ステップ1 (下界の初期値) : 問題集合 $\mathcal{N} = \emptyset$ を定義する。

$\mathcal{I}_L^0 := \emptyset, \mathcal{I}_L^1 := \emptyset$ と与え、線形緩和問題(18)を問題(P_L)と表す。

問題(P_L)を解き、得られた解を $\underline{\mathbf{x}}$ 、その目的関数値を下界値 $\underline{z}$ とし、 $\underline{\mathbf{x}}' := \underline{\mathbf{x}}, \underline{z}' := \underline{z}$ と更新する。

ステップ2 (上界の初期値) : $\underline{\mathbf{x}}$ におけるすべての種別変数 α が0または1どちらに近いかを分類することを考える。式(20)で定まる添字集合を $\mathcal{I}_V^0 := \mathcal{I}^0(\underline{\mathbf{x}})$ および $\mathcal{I}_V^1 := \mathcal{I}^1(\underline{\mathbf{x}})$ と与えて問題(P_V)を考える。問題(P_V)を解いて得られる最適解を暫定解 $\mathbf{x}$ とし、その目的関数値を上界値 $\bar{z}$ とする。

ステップ3 : $\underline{\mathbf{x}}'$ が元問題(P_0)の実行可能解かつ $\underline{z}' < \bar{z}$ の場合、 $\mathbf{x} := \underline{\mathbf{x}}', \bar{z} := \underline{z}'$ と更新し、ステップ6へ進む。

ステップ4 : $\underline{z}' \geq \bar{z}$ の場合、ステップ6へ進む。

ステップ5 : $\underline{\mathbf{x}}'$ に対し、式(21),(22)で定まる添字集合に対応する三つの子問題 $P_A = P_A(\underline{\mathbf{x}}'), P_B = P_B(\underline{\mathbf{x}}'), P_C = P_C(\underline{\mathbf{x}}')$ を作成し、 $\mathcal{N}$ に加える。

ステップ6 : $\mathcal{N} = \emptyset$ であれば、暫定解 $\mathbf{x}$ を最適解として出力し、終了する。そうでなければ、 $\mathcal{N}$ の中から一つの子問題を選ぶ。ここで、 $\underline{\mathbf{x}}'$ における種別変数 $\alpha_{\hat{i}}^{(i)}$ に対して式(20)を満たすような添字集合を持つ子問題が $\mathcal{N}$ に含まれていればこれを選ぶ。このような子問題が $\mathcal{N}$ に含まれていない場合、最も新しく生成された子問題を選ぶ。選ばれた子問題を(P')とし、 $\mathcal{N}$ から(P')を取り除く。

ステップ7 : 問題(P')を解き、許容解を持たないならばステップ6へ戻る。得られた解を $\underline{\mathbf{x}}'$ 、下界値を $\underline{z}'$ とする。

ステップ8 : $\underline{z}' < \bar{z}$ の場合、 $\underline{\mathbf{x}} := \underline{\mathbf{x}}', \bar{z} := \underline{z}'$ と更新して、ステップ2へ戻る。

ステップ9 : ステップ3へ戻る。

3 数値解析例

3.1 3層3スパン純ラーメンモデル解析例 1

図4に示す3層3スパン鋼構造純ラーメンモデルの例題を考える。すべての部材でSN400級鋼を用い、柱部材には角形鋼管、梁部材にはH形鋼を用いるとする。床荷重の幅を6.4メートルとし、床荷重として基準階7.75kN/m²、R階10.09kN/m²を与え、図4に示すように基準階、R階にそれぞれ一様分布荷重を49.6kN/m、64.576 kN/mと与えたものを鉛直荷重とする。さらにAi分布(C0=0.2)に従った水平荷重を図4に示すように与える。1次長期設計用荷重時には鉛直荷重のみ、1次短期設計用荷重時には鉛直荷重と水平荷重を作用させる。さらに部材断面の設計変数は、図4に示す断面番号に対応するように与える。

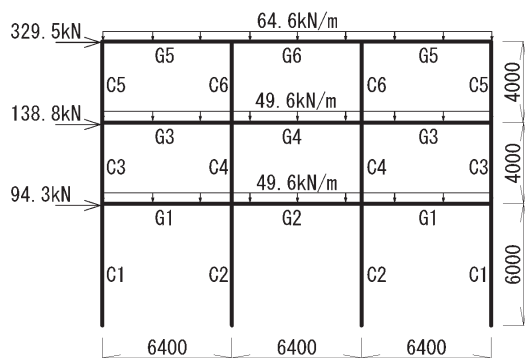


図4 3層3スパンモデル

線形緩和問題において、Clarke劣微分⁴⁾の意味での局所最適解への収束性を保証するために内点法¹⁵⁾と直接探索法¹⁶⁾のクロスオーバー¹⁷⁾を用いる。また、表1に示す設計変数の上下制限が0から1となるように設計変数を正規化して解いた。実行環境は

CPU : Intel Core2 Duo 3GHz, OS: Windows XP,

MATLAB R2010b, Microsoft Visual C++ 2008

であり、この解析例においては0.01秒程度で増分解析を1回行うことができた。この解析例に対し2.5節で示した分枝限定法のアルゴリズムを適用する。アルゴリズムと適用したフローチャートを図5に示し、図5中の数字は目的関数値を表す。以下に詳細の説明を行う。まず、ステップ1において、線形緩和問題 (P_L) を解き、得られる最適解を $\underline{x}$ とし、目的関数値 $\underline{z} = 327.9$ を下界値とする。ここで、 $\underline{x}$ における種別変数 α は0となったものを除いて

$$\alpha_3^{(1)} = 1.00, \quad \alpha_3^{(2)} = 1.00, \quad \alpha_1^{(3)} = 0.25, \quad \alpha_3^{(3)} = 0.75$$

と得られた。ここで、 $\underline{x}' := \underline{x}$, $\underline{z}' := \underline{z}$ と更新する。ステップ2では種別変数 α に対して式(20)より、添字集合 $\mathcal{I}_V^0, \mathcal{I}_V^1$ を次式のように求め、対応する問題 (P_V) を作成する。

$$(P_V): \mathcal{I}_V^1 = \{(1,3), (2,3), (3,2)\},$$

$$\mathcal{I}_V^0 = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,1), (3,3)\}$$

問題 (P_V) の最適解を暫定解 $\underline{x}$ とする。次に、ステップ5において $\underline{x}'$ に含まれる種別変数 $\alpha_j^{(i)'}$ では3層目に対応する $\alpha_1^{(3)'}$, $\alpha_3^{(3)'}$ のみ0と1以外の値を取っているので、式(22)に対応する添字集合を

$$(P_A): \mathcal{I}_A^1 = (3,1), \quad \mathcal{I}_A^0 = \{(3,2), (3,3)\}$$

$$(P_B): \mathcal{I}_B^1 = (3,2), \quad \mathcal{I}_B^0 = \{(3,1), (3,3)\}$$

$$(P_C): \mathcal{I}_C^1 = (3,3), \quad \mathcal{I}_C^0 = \{(3,1), (3,2)\}$$

と定め、これらの添字集合に対応する三つの子問題 $P_A := P_A(\underline{x}')$, $P_B := P_B(\underline{x}')$, $P_C := P_C(\underline{x}')$ を問題集合 $\mathcal{N}$ に加える。次にステップ6に進み、子問題 $P_B(\underline{x}')$ を選び、 $\mathcal{N}$ から取り除く。ステップ7で子問題 (P_B) を解き許容解が得られたので、この解を $\underline{x}'$ 、対応する目的関数値を $\underline{z}'$ として更新し、ステップ3に戻る。同様に繰り返し子問題 (P_A), (P_C) を解く。ここで (P_C) の最適解として (P_0) の実行可能解かつその暫定値 $\underline{z}$ より低い目的関数値が得られたとステップ3において判定されるため、暫定解 $\underline{x}$ を更新する。問題の集合 $\mathcal{N}$ が空集合になるので、この暫定解 $\underline{x}$ を最適解として出力し、分枝限定操作を終了する。最適解を求めるためには線形緩和問題を5回解く必要があった。問題 (P_L) を解くためには113秒を要した。問題 (P_L) の子問題では問題 (P_L) の解を初期値として利用可能であるので、それに適した¹⁷⁾有効制約法¹⁵⁾と直接探索法¹⁶⁾のクロスオーバーを用いた結

果、子問題を一回解く時間を20秒程度に短縮できた。分枝限定操作に従い得られた元問題 (P_0) の最適解について、断面積を線の太さに比例させて描いた架構図を図6(a)に示す。この設計解を各層種別最適解と呼び、その目的関数値は表4に示すように328.0となった。

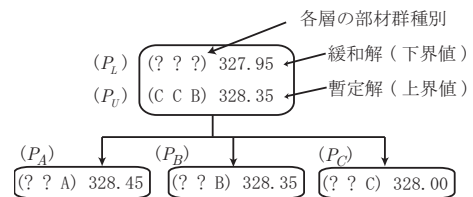
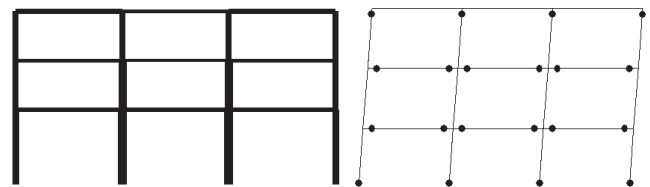


図5 3層モデルの分枝限定フローチャート

表4 3層モデルの目的関数値

各層種別最適解 (全体崩壊形)	328.0
全層種別A最適解 (部分崩壊形)	311.0
全層種別B最適解 (部分崩壊形)	304.7
全層種別C最適解 (部分崩壊形)	294.7

この最適解における部材断面の寸法は表5に示す通りであり、層の部材群種別は全層すべてCとなった。また制約条件の中では幅厚比制約、許容応力度制約、全体崩壊形に関する制約がactiveとなった。この最適解において、Ai分布に基づく外力分布による崩壊形を図6(b)に示す。図6(b)より崩壊形が全体崩壊形となっていることがわかる。



(a) 断面積 (b) 崩壊形

図6 3層モデルの最適化結果

表5 3層モデルの最適解断面寸法

ID	柱断面	ID	梁断面
1	□ 474.2 × 9.9	1	H 655.1 × 259.0 × 8.9 × 11.4
2	□ 529.8 × 11.0	2	H 649.8 × 285.9 × 8.9 × 9.6
3	□ 438.2 × 9.1	3	H 520.0 × 302.0 × 7.1 × 9.7
4	□ 506.7 × 10.6	4	H 519.8 × 296.9 × 7.1 × 9.6
5	□ 350.0 × 11.4	5	H 795.8 × 274.6 × 11.0 × 8.9
6	□ 350.0 × 11.4	6	H 635.3 × 266.1 × 8.7 × 9.0

比較のために、Ai分布に基づく外力分布で保有水平耐力を求める場合を考える。この場合、建築基準法上では崩壊形が全体崩壊形となる制約を必要とせず、また部材群種別は全層で共通となる。これを問題 (P_0) に対応させて表せば、問題 (P_0) に対して式(11), (12)の崩壊形に関する条件を除いて、次に示す条件を与える問題に相当する。

$$\begin{aligned}\alpha_1^{(1)} &= \alpha_1^{(2)} = \cdots = \alpha_1^{(n_s)} = \bar{\alpha}_1, \\ \alpha_2^{(1)} &= \alpha_2^{(2)} = \cdots = \alpha_2^{(n_s)} = \bar{\alpha}_2, \\ \alpha_3^{(1)} &= \alpha_3^{(2)} = \cdots = \alpha_3^{(n_s)} = \bar{\alpha}_3\end{aligned}\quad (23)$$

この問題において、 $\bar{\alpha}_1 = 1$ と与えた場合の最適解を全層種別A最適解、 $\bar{\alpha}_2 = 1, \bar{\alpha}_3 = 1$ と与えた場合の最適解をそれぞれ全層種別B最適解、全層種別C最適解と呼ぶ。これらの最適解の目的関数値を表4に示す。表4よりこれらの最適解の目的関数値は崩壊形を考慮した各層種別最適解よりも小さな値となっていることがわかる。ただし、崩壊形はいずれも部分崩壊或いは局部崩壊になっている。どのような設計解が望ましいかについては、目的関数値の大小だけで一概に決まるものではなく、崩壊形を含めた設計者の総合的な判断が必要となる。本手法を用いれば各設計条件に対してどの程度のコスト増加が発生するかを提示でき、設計者に有用な情報を提示することが可能である。そのような意味から、本研究は数理的方法により合理的な判断を支援するための一つと位置づけられる。

3.2 3層3スパン純ラーメンモデル解析例2

前節で示した解析例においては、最適解における必要保有水平耐力の制約条件式(10)がactiveとならなかった。ここで、必要保有水平耐力制約がactiveとなる問題の性質を調べるため、前節の解析例において、式(7)の C_0 を1.5と与えた問題を考える。ただし、この設定は問題の性質を調べるためであり、建築基準法で求める以上の耐震性能を要求していることに注意が必要である。すべての設計変数の上下限値を0から1になるように正規化した上で設計変数の初期値を一律に0.3と与えた上で、図7に示すように分枝限定法のアルゴリズムで解いた。この途中では下界値よりも低い上界値が得られることがあった。これは下界値として近似的な値を用いているためであり、このような場合はこの上界に対応する設計解を初期値として与えて分枝限定を最初から解きなおした。以上より得られた最適解は1層目が種別C、2層目と3層目が種別Aとなり、目的関数値は331.1となった。

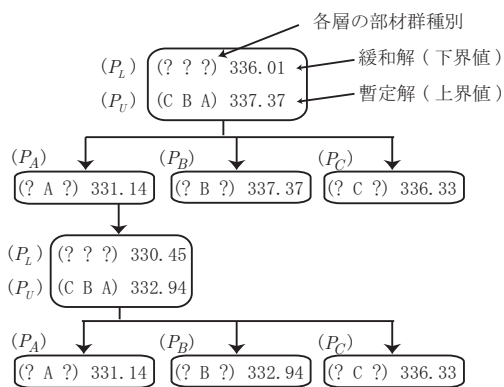


図7 3層モデルの分枝限定フローチャート

次に線形緩和と分枝限定法の有効性を検証するために、すべての設計変数の上下限値を0から1になるように正規化した上で設計変数の初期値を一律に0.3,0.5,0.7の与えた計3組とランダムで生成した初期値3組から初期値依存性を調べる。ここで、許容な制約条件

違反量は 10^{-6} 以下と与え、制約条件違反量がこの値以下となった場合に許容解と判定する。

これらの6組の初期値に対して元問題(P_0)を内点法¹⁵⁾で直接解いたところ、いずれも最適化が収束せず、許容解すら求まらなかった。次に、同じ6組の初期値に対して線形緩和問題(P_L)を内点法で解いたところ、3組では許容解に収束した。以上の結果を表6と表7にまとめる。さらに、直接探索法¹⁶⁾によるクロスオーバーとして、線形緩和問題(P_L)に対し、表6に示した内点法で得られた解を初期値に与えて直接探索法で解いたところ、6組中の5組で許容解に収束した。表6,表7,表8より内点法と直接探索法によるクロスオーバーが最も安定して解を求められていることがわかる。ただし、図7に示す分枝限定法では最終的に目的関数値331.1が得られており、これは表8に示したすべての目的関数値よりも小さい値である。最良の場合でもその誤差は約1.4%であった。この誤差は緩和問題(P_L)の非凸性に由来するものである。

表6 緩和問題(P_L)を内点法で解いた場合

初期値	0.3	0.5	0.7	Rand1	Rand2	Rand3
目的関数値	336.0	336.1	337.6	393.4	364.6	336.0
増分解析回数	9456	9350	9364	9536	8806	9296
制約違反量	7.4×10^{-9}	0.0	3.8×10^{-4}	2.7×10^{-8}	4.2×10^{-2}	1.0×10^{-4}

表7 元問題(P_0)を内点法で解いた場合

初期値	0.3	0.5	0.7	Rand1	Rand2	Rand3
目的関数値	386.48	558.15	1342.41	1106.32	658.53	368.10
増分解析回数	6674	9566	7356	9380	9970	5676
制約違反量	3.7×10^{-1}	2.0×10^1	1.8×10^2	8.3×10^{-2}	1.7×10^3	2.3×10^{-1}

表8 緩和問題(P_L)を直接探索法で解いた場合
(内点法からのクロスオーバー)

初期値	0.3	0.5	0.7	Rand1	Rand2	Rand3
目的関数値	335.99	336.06	337.64	393.38	364.55	336.04
増分解析回数	11454	11348	10500	11534	10990	11292
制約違反量	3.8×10^{-6}	0.0	4.8×10^{-10}	2.7×10^{-8}	4.2×10^{-2}	8.4×10^{-7}

以上をまとめると、この解析例においては次の考察がなされる。

- (1) 多点探索により初期値依存性を低減できることが一般的に知られている。ただし、この解析例の元問題に多点探索を直接適用しても、その効果は小さく、許容解すら得られていないことが表7に示されている。
- (2) 表7と表8の比較より緩和問題の局所解の目的関数値のばらつきは元問題のものよりも小さいことが分かる。すなわち初期値依存性が低減されていることが示されている。
- (3) 多点探索を用いて定めた下界の近似値は表8では335.99である。図7に示す分枝限定法の最終的な目的関数値331.1と比較すると、非凸性に起因する初期値依存性の影響は少なくとも約1.4%生じたとと言える。

非凸性に起因する誤差が生じた場合にも図7に示すように下界値を更新して分枝限定操作をやり直すことによる対応は可能であり、単

純に多点探索を繰り返すよりも良い設計解が発見できるものと予想される。以上より、線形緩和問題と分枝限定法を考える意義が例示されたと言える。

3.3 10層3スパンブレース付きモデル解析例

図8に示す10層3スパンブレース付き鋼構造平面骨組モデルを考える。SN490級鋼を用い、柱部材には角形鋼管、梁部材にはH形鋼、ブレース部材には座屈拘束ブレースを用いるとする。

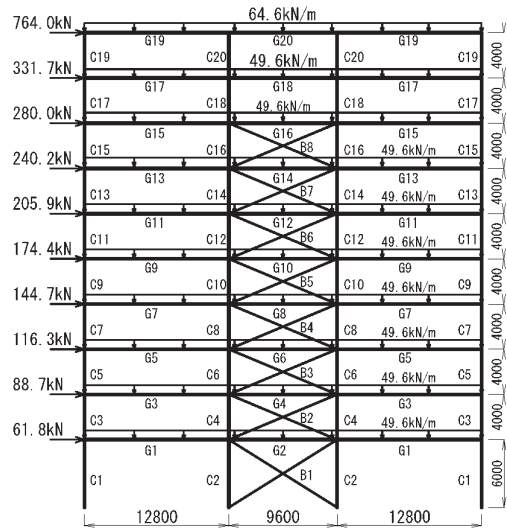


図8 10層3スパンブレース付きモデル

図8に示すような荷重条件を考え、1次長期設計用荷重時には鉛直荷重のみ、1次短期設計用荷重時には鉛直荷重と水平荷重を作用させる。さらに部材断面の設計変数は、図8に示す断面番号に対応するように与える。この解析例において、線形緩和問題 (P_L) を解いて得られる最適解すなわち緩和解 $\underline{x}$ は元問題 (P_0) の非許容解であった。この緩和問題において目的関数値は2767.4であった。この線形緩和問題を利用し、式(20)によりすべての層の種別を固定した問題 P_U を解いて得られた暫定解の目的関数値は2819.1となった。暫定解と下界の目的関数値の差が2%以内に収まっていたため、ここでは暫定解を元問題の近似的な最適解として計算を打ち切った。3.1節同様にこの設計解を各層種別最適解とよび、断面面積を線の太さに比例させて描いた架構図を図9(a)に示し、さらに各層の種別を表9に示す。この最適解においては幅厚比制約、許容応力度制約、必要保有水平耐力制約、全体崩壊形に関する制約条件がactiveとなっていた。また、Ai分布に基づく外力分布による崩壊形は図10(a)で示すような全体崩壊形となっていた。

3.1節と同様にAi分布に基づく外力分布で保有水平耐力を求め、これらの設計解をそれぞれ全層種別A最適解、全層種別B最適解、全層種別C最適解と呼び、これらの最適解の目的関数値を表10に示す。全層種別A最適解、全層種別B最適解、全層種別C最適解では、崩壊形はいずれも部分崩壊或いは局部崩壊になっていた。例として、全層種別Cの場合の最適解において、断面面積を描いた架構図を図9(b)に示し、Ai分布に基づく外力分布による崩壊形を図10(b)に示す。3.1節での考察と同様にいずれの設計解が望ましいかは設計者の判断に

よる部分が大きいのと考えられる。

表9 10層モデル層ごとの種別

層	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
種別	C	A	B	B	B	C	C	C	C	A

表10 10層モデルの目的関数値

各層種別最適解 (全体崩壊形)	2819.1
全層種別A最適解 (部分崩壊形)	2245.9
全層種別B最適解 (部分崩壊形)	2200.2
全層種別C最適解 (部分崩壊形)	2191.3

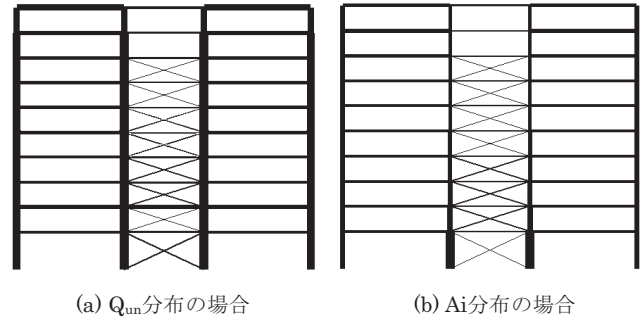


図9 10層モデル最適化結果 (断面積)

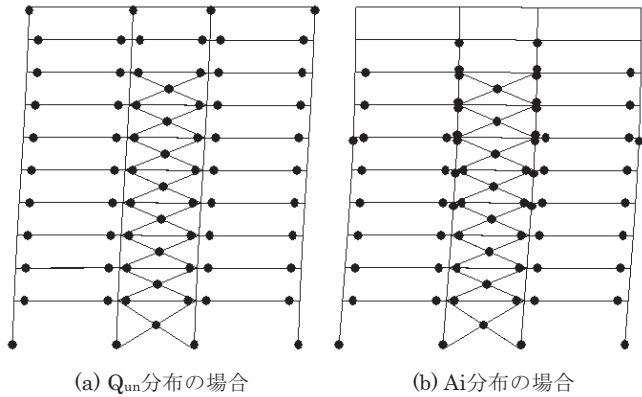


図10 10層モデルの最適解の崩壊形

4 まとめ

本論文で得られた結論は以下の通りである。

- (1) 分枝限定法を用いて、構造特性係数Dsの選択を含めた鋼構造骨組の最小重量設計問題を解く手法を提案した。本手法を用いれば、各部材種別と弾塑性応答との関連を考慮した上で実務設計に則した鋼構造建築物の最適設計解を実用的な時間内に得ることが可能であることを数値解析例により確認した。
- (2) 本手法では上界と下界を用いて、局所解の信頼性を定量的に評価できる。また、分枝限定操作においては元問題の設計条件を満たす暫定解が常に求められており、元問題の最適解を最後まで求めなくとも、暫定解を設計に利用することも可能である。
- (3) 構成した緩和問題も依然、非凸計画問題であるため、その局所解の目的関数値は元問題の下界の近似値にとどまる。多点探索

によりその影響を低減させてはいるものの、3層3スパン純ラーメンモデル解析例2では緩和問題の局所解の目的関数値（下界の近似値）と最終的に得られた局所解の目的関数値（更新された下界の近似値）との間には約1.4%の差が観察された。ただし、混合整数計画問題を直接に多数解く方法と比べて、緩和問題を解く本方法では目的関数値の初期値依存性が低減されること、および安定して許容解が得られることを解析例において確認した。

- (4) 解析例において、 A_i 分布に基づく外力分布で梁降伏先行型全体崩壊形を保証し、かつ設計基準に満たす Q_{un} 分布に基づく外力分布で保有水平耐力を求める場合と、崩壊形の指定を与えずに A_i 分布に基づく外力分布で保有水平耐力を求める場合とを比べると、約1割から3割程度のコスト増加がみられた。後者では崩壊形が部分崩壊又は局部崩壊になることが多いため、前者のコスト増加は全体崩壊形を保証するために必要なコストとみなせる。本手法を用いればこのような情報を提示することが可能である。

謝辞

本研究の遂行にあたり、安井建築設計事務所の中川佳久氏から有益な助言をいただいた。また、本研究の一部は一般社団法人日本鉄鋼連盟「2011年度鋼構造研究・教育助成事業」の助成を受けて行われた。ここに記して感謝の意を表す。

参考文献

- 1) J. S. Arora: Optimaization of Structural and Mechanical Systems, World Scientific, 2007
- 2) R. T. Haftka, Z. Gürdal: Elements of structural optimization, Springer, 1992
- 3) 建築物の構造関係技術基準解説書編集委員会: 2007年版建築物の構造関係技術基準解説書, 全国官報販売協同組合, 2007.8
- 4) F. H. Clarke: Optimization and nonsmooth analysis, Society for Industrial Mathematics, 1990
- 5) 澤田樹一郎, 松尾彰: 弾性・塑性制約下における鋼構造建築骨組の離散最適化問題に対する列挙型アルゴリズムの改善解法, 日本建築学会構造系論文集, No.574, pp.93-98, 2003.12
- 6) 田村尚士, 大森博司: 多目的最適化法による鋼構造物の構造設計支援手法の提案(その2)保有耐力設計に基づく最適設計法, 日本建築学会構造系論文集, Vol.74, No.643, pp.1671-1676, 2009.9
- 7) 松嶋圭吾, 高田豊文: 多目的遺伝的アルゴリズムを用いたトラス構造物の限界状態設計, 日本建築学会大会学術講演梗概集B-1, pp.303-304, 2004.7
- 8) 大崎純: 局所探索法による鋼構造骨組の多目的最適化, 日本建築学会構造系論文集, Vol.73, No.634, pp.2135-2141, 2008.12
- 9) 吉富信太, 上谷宏二, 辻聖晃: 弾塑性応答制約条件下の鋼構造立体骨組の最適設計解特性, 鋼構造年次論文報告集, Vol.11, pp.351-354, 2003
- 10) C. Audet, J. E. Dennis: Mesh adaptive direct search algorithms for constrained optimization, Citeseer, 2004
- 11) 久保幹雄, 田村明久, 松井知己: 応用数値計画ハンドブック, 朝倉書店, 2002.5
- 12) 青山博之, 上村智彦: マトリックス法による構造解析, 培風館, 1988
- 13) 趙衍剛, 小野徹郎, 石井清, 吉原和宏: 鉄骨骨組の全体崩壊機構に要求される柱・梁耐力比に関する一考察, 日本建築学会構造系論文集, No.558, pp.61-67, 2002.8
- 14) A. H. Land, A. G. Doig: An automatic method of solving discrete programming problems, Econometrica: Journal of the Econometric Society, pp.497-520, 1960
- 15) Richard A. Waltz, Todd D. Plantenga: KNITRO User's Manual Version 7.0, Ziena Optimization Inc., 2010.9
- 16) Global Optimization Toolbox User's Guide, 2010

- 17) 山下浩: 大規模最適化問題へのアプローチ: 有効制約法, 内点法, 外点法, システム/制御/情報: システム制御情報学会誌, Vol.50, No.9, pp.332-337, 2006

(2011年2月10日原稿受理, 2011年6月6日採用決定)