

アンダーソンモデルの基底エネルギー

阪大工 鹽地斐男 川上則雄

アンダーソンハミルトニアンは Bethe Ansatz を用いて厳密に解を得るものであることを P.B. Wiegmann が指摘した。先ずそれについて簡単に述べる。

アンダーソンハミルトニアン

$$\mathcal{H} = \sum_{k,\sigma} \epsilon_k C_{k\sigma}^\dagger C_{k\sigma} + \sum_{k,\sigma} V_k (C_{k\sigma}^\dagger d_\sigma + d_\sigma^\dagger C_{k\sigma}) + \epsilon_d (n_\uparrow + n_\downarrow) + U n_\uparrow n_\downarrow, \quad \text{但し } n_\sigma = d_\sigma^\dagger d_\sigma \quad (1)$$

に含まれるパラメータ V_k, U, ϵ_d を次の様に制限する。

- ① V_k は k に依存しない。即ち、S波のみを考慮する。これにより、系は一次元と考えるよい。
- ② $U, |\epsilon_d|, V^2 \ll E_F$ 。即ちフェルミ面付近のみを考慮する。そして $\epsilon_k \sim (|k| - k_F) V_F + E_F$ と書く。

さらに、impurity が座標の原点にあり、フェルミエネルギーをエネルギーの原点に選ぶと、(1) のハミルトニアンは次の様になる。

$$\mathcal{H} = \int dx \left[c_\sigma^\dagger(x) (-i\hbar \partial_x) c_\sigma(x) + V \delta(x) \{ c_\sigma^\dagger(x) d_\sigma + d_\sigma^\dagger c_\sigma(x) \} \right] + \epsilon_d (n_\uparrow + n_\downarrow) + U n_\uparrow n_\downarrow \quad (2)$$

(2) を解くための条件式は Wiegmann によって与えられ、次式になる。

$$e^{ik_j L} = \prod_{\beta=1}^M \frac{i[B(k_j) - \Lambda_\beta] - UV^2/2}{i[B(k_j) - \Lambda_\beta] + UV^2/2} \frac{k_j - \epsilon_d + iV^2/2}{k_j - \epsilon_d - iV^2/2}, \quad (3.a)$$

$j = 1, 2, \dots, N$, L は系の長さ、 N は電子数

$$-\prod_{j=1}^N \frac{i[B(k_j) - \Lambda_\alpha] + UV^2/2}{i[B(k_j) - \Lambda_\alpha] - UV^2/2} = \prod_{\beta=1}^M \frac{i[\Lambda_\alpha - \Lambda_\beta] - UV^2}{i[\Lambda_\alpha - \Lambda_\beta] + UV^2}, \quad (3.b)$$

$\alpha = 1, 2, \dots, M$, M は $\downarrow$ spin-電子 (or $\uparrow$ spin) の数

$$\text{但し } B(k) = k(k - U - 2\epsilon_d) \quad (3.c)$$

(3.a) は quasi-momentum k_f を定める式. (3.b) は spin 変数 Λ を定める式である。

Wiegmann は上式を直接解かず. S-d limit の帯磁率を求めている. アンダーソンモデルの singlet ground state を求める際. k_f は $2M+$ の complex 値をとらねばならず. Λ の関数として $k = x(\Lambda) \pm i y(\Lambda)$ の形に書ける。

系が十分大きい時には Λ の分布関数 $\sigma(\Lambda)$ は次の方程式により決定される。

$$\int_R \frac{2UV^2 \sigma(\Lambda) d\Lambda}{(UV^2)^2 + (\Lambda - \Lambda')^2} + 2\pi \sigma(\Lambda) = \frac{1}{\pi L} \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{UV^2/2}{[B(z) - \Lambda]^2 + U^2 V^4/4} \cdot \frac{V^2}{(z - \epsilon_d)^2 + V^4/4}. \quad (4)$$

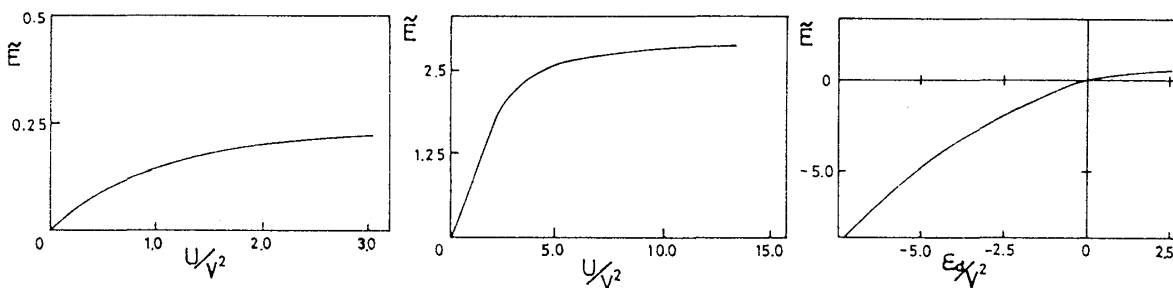
さらにエネルギー変化と電子数の変化は.

$$E/L = \int_R [U + 2\epsilon_d + 2f(\Lambda)] \sigma(\Lambda) d\Lambda. \quad (5)$$

$$n/L = \int_R 2\sigma(\Lambda) d\Lambda. \quad (6)$$

と書ける。但し $f(\Lambda) = -[\Lambda + \frac{1}{2}(U + 2\epsilon_d)^2 + \{(\Lambda + \frac{1}{2}(U + 2\epsilon_d)^2 + U^2 V^4/4)\}^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}}/\sqrt{2}$. (7)

領域 R は $[-\frac{1}{2}U^2 V^4/(U + 2\epsilon_d)^2, B_1]$. 但し $2\sqrt{B_1}$ は伝導電子のバンド幅。上の結果を用いて. エネルギーの変化と電子数の変化を数値計算で求めた結果は下図のようになる。



(a) $\epsilon_d=0$, $\tilde{E}=(E-E_{U=0})/V^2$. (b) $\epsilon_d/V^2=-2.5$, $\tilde{E}=(E-E_{U=0})/V^2$. (c) $U/V^2=5.0$, $\tilde{E}=(E-E_{\epsilon_d=0})/V^2$

Fig.1 基底エネルギーの変化

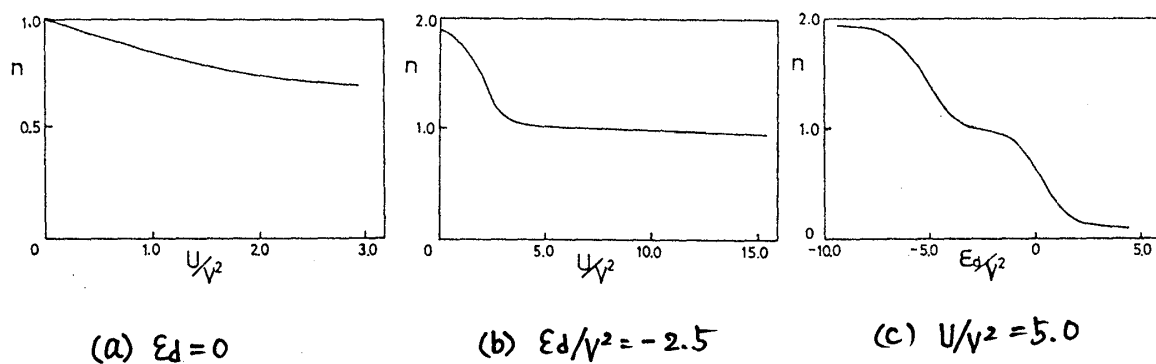


Fig. 2. 電子数の変化

- reference
1. P.B. Wiegmann, Phys.Lett. 80A(1980) 163.
 2. N.Kawakami and A.Okaji, Phys.Lett. 86A(1981) 483,
J. Phys. Soc. Jpn. to be published.