

CDW 電荷密度波の plastic depinning

大阪大学大学院理学研究科 能川知昭¹, 吉野元

青山学院大学理工学部 松川宏

CDW や第 2 種超伝導体中の磁束格子で見られる非線形伝導のメカニズムを調べるため driven random-field XY model に基づいて絶対零度の数値シミュレーションを行った。本報告では、ピン止めのはずれ (depinning) が起こる駆動力のしきい値 f_T の近傍で塑性変形が動的な性質に及ぼす効果について議論する。

1 はじめに

電荷密度波や第 2 種超伝導体中の磁束格子は純粋な試料では完全な周期性を持つが、現実には不純物などが存在し、その効果によって変形が生じる。こうした系に外部から駆動力を加えると、ランダムネスと内部相互作用が拮抗することにより非線形な応答を示す [1][2]。もっとも顕著な現象は、駆動力があるしきい値 f_T よりも小さなときにはピン止めが起こり系は静止するが、しきい値よりも大きければ運動するという depinning 転移と呼ばれる現象である。このしきい値は、固体表面のすべり摩擦における最大静止摩擦力と類似しており、これらの系は界面摩擦のモデル系とも捉えることができる。同様な振る舞いは、コロイド結晶、Wigner 結晶など多岐にわたる系で観測され、近年、共通の問題意識のもとに研究されはじめている。それぞれの系の構造の空間的な次元、及び内部自由度の次元の違いによる差異や普遍性を系統的に理解することが目標となる。

ランダムなピン止めの効果が強い場合には周期構造の変形は弾性変形の範囲を越えて glass、あるいは流体的な振る舞いを示すようになる。特に磁束格子系では熱平衡系での vortex liquid 相と準長距離秩序を持つ Bragg glass 相の間の相転移が注目されている。この転移は熱平衡状態での温度や磁場によって引き起こされるだけでなく、外場によって運動している非平衡定常状態でも外場の変化によって起こる。三角格子が壊れて河のような局所的な流れが存在する状態は plastic flow 相、周期性を保ったまま並進運動を行う状態は moving Bragg glass 相または elastic flow 相と呼ばれている [3]。plastic flow の領域まで議論するためには多くの研究がされている弾性体モデルでは不可能で、我々は次節で説明する driven random-field model で研究を行っている。

2 driven random-field XY model

乱れない場合に系が波数 q で表される周期性を持つているとするとその密度場は $\rho(x, t) = \rho_0 \cos(qx - u(x, t))$ と表される。系の状態は周期性の乱れを表す位相 $u(x, t)$ を力学変数として記述される。塑性変形を扱うため系を疎視化し、内部で位相 $u(x, t)$ が一様な値になっている (すなわ

¹E-mail:nogawa@presto.phys.sci.osaka-u.ac.jp

ちもとの周期性が保たれている) ドメインに分かれていて、その境界で位相が不連続になる欠陥が生じるという描象を取る。 i 番目のドメインの位相 $u_i(t)$ を自由度とし、以下のような random-field XY model のハミルトニアンを導入する。

$$H = -\frac{J_{ij}}{z} \sum_{\langle i,j \rangle} \cos(u_i - u_j) - \sum_i h_i \cos(u_i - \beta_i)$$

J_{ij} は隣接ドメイン間の結合定数、 h_i は不純物等によるピン止めポテンシャルの強度、 β_i は $0 \sim 2\pi$ のランダム変数である。このハミルトニアンから導かれる overdamped な運動方程式は次のようになる。

$$\dot{u}_i = -\frac{J}{z} \sum_{j \in \text{n.n.}} \sin(u_i - u_j) - \sin(u_i - \beta_i) + f$$

f は一様な駆動力である。本研究では J_{ij} , h_i は場所によらず一定とし、各パラメータを h でスケールした。また各ドメインは 3 次元単純立方格子の格子点に配置し、運動方程式を数値的に積分する。

我々が求めた、このモデルのパラメータ $J-f$ 空間における相図を図 1 に示している。結合定数 J がピン止めポテンシャルに比べて小さい場合には、位相相関と位相の DC 速度相関に着目すると駆動力の大きさに応じて pinned 相、plastic flow 相、elastic flow 相 (駆動力の小さな順) という 3 つの運動状態をとる [5]。pinned 相では系全体が静止する。外力 f_T において deppining が起こり、その上の plastic flow 相ではピン止めの弱い領域で局所的な流れが生じる。こ

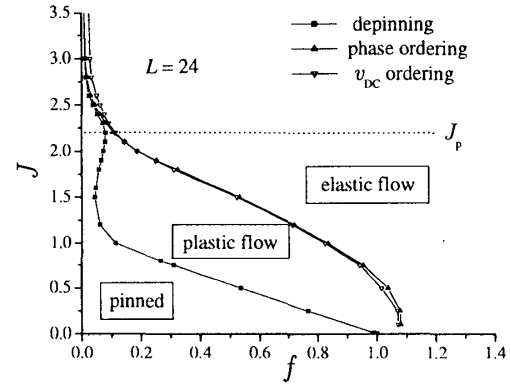
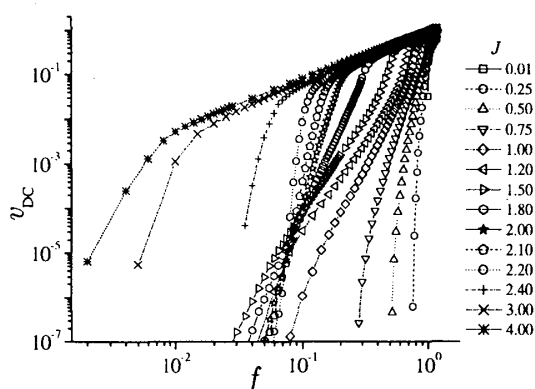
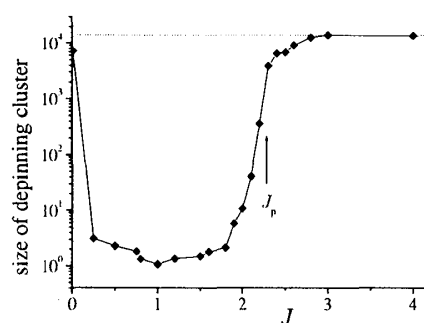


図 1: J - f 空間における相図

こでは位相秩序は存在せず DC 速度もサイトごとに異なった値をとる。外力が大きくなるにつれ運動する領域が増大し、しきい値 f_c では DC 速度が系全体で一様になり、同時に位相の準長距離秩序が形成される。これより上の elastic flow 相では塑性変形は起こらず、系全体が周期性を保ってスライディングする。すなわち f_c において固体-液体転移が起こっている。以下、pinned 相の境界近傍での振る舞いを詳細に見ていく。

3 plastic depinning と elastic depinning

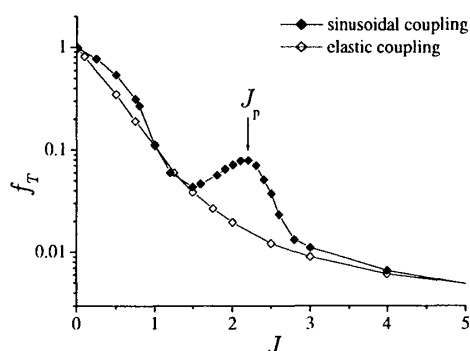
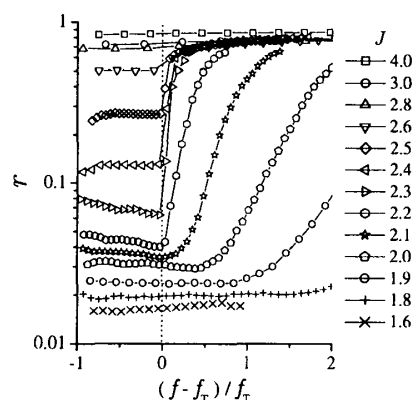
一つのドメインが担うカレントの時間平均は位相速度の DC 成分 $v_{DC}^i = \langle du_i/dt \rangle_{\text{time}}$ に比例する。この局所速度の最大値が分解能に相当する基準値より上にあるかどうかで depinning を判定した。結合定数 J を固定し、外力が十分大きく elastic flow の状態を初期条件として外力を徐々に下げるシミュレーションを複数の J の値に対して行った。最大局所 DC 速度と f の関係を図 2 に示す。有限のしきい値 f_T 以下で速度がゼロになる様子が見える。 f を固定すると概ね J が大きくなるにつれ速度が大きくなる傾向があり、 f_T は小さくなる。これは運動に相関のあるクラスタが J と共に大きくなるが、クラスタに及ぼすピン止め力は内部で相殺して、体積の $1/2$ 乗でしか増大

図 2: 局所位相速度のサンプル内最大値の f 依存性図 3: depinning cluster のサイズと J の関係。
点線で示しているのは系のサイズ $24^3 = 13824$ 。

しないためである。depinning が起こった時に動いているサイトの数、つまり同時に depin するクラスタのサイズを外力に対してプロットしたのが図 3 である。 J が小さいときにはほぼ 1 つのサイトだけが動き始める。 $J = 0$ 近傍で大きな値になっているのはピン止めポテンシャルの強さを一定にしたため無相関だと全てのドメインでしきい値が等しくなってしまうため、実質的なクラスタのサイズは 1 である。このように局所的な depinning が起こると f_T の上では plastic flow が起こる。ここでは plastic depinning と呼ぶ。一方、 J が大きくなると depinning クラスタのサイズは大きくなり $J = J_p \approx 2.2$ を越えると系の大きさに飽和する。このとき系全体が同時に depinning を起こし弾性体モデルの weak pinning 領域での振る舞いに漸近する。このとき depinning の後は系全体が一様な速度で動く elastic flow になるため elastic depinning と呼ぶ。

次にピン止めしきい値 f_T の大きさについて考える。実際 J の関数として f_T をプロットすると図 4 のようになる。 $J = 0$ の近傍では f_T は $f_T = 1 - J$ の形で J に対して単調に減少する。相関が弱く 1 サイトでの depinning が起こるときには周囲のサイトはほとんど静止しているため、ピン止めポテンシャルと相互作用の sinusoidal ポテンシャルの重ね合わせで与えられる実効的なピン止めポテンシャルの中の 1 体問題とみなすことが出来る。可能な位相配置における最も弱い実効ポテンシャルを越えるのに必要な力が $1 - J$ になる。

相互作用 J が大きくなると複数のサイトから成るクラスタの depinning が f_T を決めるので $1 - J$

図 4: depinning しきい値 f_T の J 依存性。elastic model の結果も同時にプロットしている。図 5: f_T 近傍での秩序変数 r の振る舞い

からずれて、やや大きな値になる。 $J \approx 1.5$ で減少していた f_T が増加に転じて $J = J_p$ において極大値を取り再び減少する。 J_p よりもずっと大きな領域では弾性体モデルの結果に漸近する。 J_p は plastic depinning と elastic depinning の境であり、 f_T の極大は格子の融解に関連して起こっていると考えられる。このことは、磁束格子の peak effect[6]と呼ばれる現象を想起させる。peak effect とはピン止めしきい値の磁場依存性を見たときに磁束状態が壊れる第2臨界磁場よりも少し小さい磁場でピークが見られる現象である。その時、磁束格子の融解が起こっていると言われており我々のシミュレーション結果とも符合する。磁場の変化と今のモデルのパラメータの関係は自明ではないが、同じ機構であることが期待される。

系の周期性に関する秩序変数として $r = \langle |\exp(iu_i(t))| \rangle_{\text{time}}$ を定義する。 $(f - f_T)/f_T$ と r の関係を図5に示した。 $J < J_p$ では f_T において r に大きな変化はなく、有限サイズ効果で生じる小さな値を持つ。 f_T よりも大きな f_c において位相秩序は形成される。 J が大きくなるにつれ f_c と f_T の差は小さくなり、 $J = J_p$ で一致する。すなわち、この点では depinning と位相の秩序化が同時に起こる。 $J > J_p$ では $f_c < f_p$ となり、このシステムサイズではピン止め状態でも位相秩序が存在する。このことは J_p が plastic depinning と elastic depinning の境界であるということを直接示している。

4 まとめと展望

driven random field XY model による数値シミュレーションで相互作用とピン止めの強さの関係が depinning に及ぼす影響を調べた。ピン止めしきい値 f_T が極大値を取る結合定数 J_p を境に小さな J では plastic depinning が、大きな J では elastic depinning が起こる。

今回の計算結果は全て系のサイズが 24^3 のものである。システムサイズをこれ以上大きくしても定性的な振る舞いはほとんど変わらないが、しきい値 f_T, f_c, J_p などに有限サイズ効果が存在する。特に J_p 近傍では depinning クラスターのサイズが系のサイズと同等になる。この領域が現実の系でどう対応しているかは興味深い。また、特に peak effect などを議論する上では疎視的なモデルのパラメータと微視的な系の物質定数との対応づけが今後の課題となる。

参考文献

- [1] G. Grüner, Rev. Mod. Phys. **60**, (1988) 1129.
- [2] G. Blatter *et al.*, Rev. Mod. Phys. **66**, (1994) 1125.
- [3] P. Le. Doussal, T. Giamarchi, PRB **57** (1998) 11356.
- [4] S. H. Strogatz *et al.*, Phys. Rev. Lett. **61**, (1988) 2380.
- [5] T. Nogawa, H. Matsukawa, H. Yoshino, Physica C, **329-333** Part 2 (2003) 1448.
- [6] M. J. Higgins, S. Bhattacharya, Physica C, **247**, (1996) 232.