

氏 名	か 加 しお とも かず 塩 朋 和
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 2853 号
学位授与の日付	平 成 17 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	理 学 研 究 科 数 学 ・ 数 理 解 析 専 攻
学位論文題目	On a p -adic analogue of Shintani's formula (新谷公式の p 進類似に関して)

論文調査委員 (主 査)
教 授 吉 田 敬 之 教 授 齋 藤 裕 教 授 三 輪 哲 二

論 文 内 容 の 要 旨

申請論文において加塩朋和氏は総実代数体の p 進 partial ゼータ函数を研究した。総実代数体の partial ゼータ函数は、イデアル類群の指標による 1 次結合をとれば L 函数を与え、非常に基本的なものである。この函数の負の整数点における値が有理数であることは Siegel-Klingen により 1960 年代に証明されたが、新谷卓郎氏は 1970 年代にこの結果の簡明な証明を与えるとともに、0 での微分の値を多重ガンマ函数とよばれる函数で表す公式を得た。多重ガンマ函数は多重ゼータ函数の 0 での微分として定義され、ガンマ函数の自然な拡張になっている。20 世紀初頭に Barnes によって導入された函数である。一方総実代数体の partial ゼータ函数の p 進類似、即ち p 進 partial ゼータ函数は 1970 年代に Deligne-Ribet, Cassou-Noguès 等によって研究されその存在が確立された。特に Cassou-Noguès の方法は新谷氏の結果を有効に活用したものである。

加塩氏はまず Cassou-Noguès が研究した p 進多重ゼータ函数の 0 での微分として p 進多重ガンマ函数を定義する。この函数の基本的な性質を調べ、通常の多重ガンマ函数の性質の p 進類似が殆ど全て成り立つことを確かめる。また一重の場合には森田康夫氏が研究した p 進ガンマ函数と一致することを確認した。次に p 進 partial ゼータ函数の表示式を調べ、項別微分を正当化することにより、0 での微分が p 進多重ガンマ函数によって表せることを確かめた。この段階では公式は新谷公式と似ているが、完全な p 進類似にはなっておらず、応用上も不便である。これを完全な形に変形するにはさらに技術的な工夫が必要である。これが可能であることを示し、新谷公式の完全な p 進類似を得たのが主結果である。この公式は Ferrero-Greenberg が得た p 進 Dirichlet 級数の 0 での微分の公式を特別の場合として含む。

この公式の応用として Gross 予想の一部分を解決した。代数体の L 函数が 0 で何位の order で消えるかは、 L 函数の函数等式から容易にわかる。 p 進 L 函数については、これは困難な問題と考えられるが、Gross が 1980 年代に定式化した予想が知られている。加塩氏は Gross の予想が 2 位以上の零点を与える場合には実際に p 進 L 函数は 2 位以上の零点を持つことを証明した。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

整数論において、ゼータ函数、或いは場合によって L 函数とよばれる函数は基本的な重要性を持つ。現在では非常に広い種類の L 函数が定義されているが、その性質の解明は研究の原動力となってきた。例えば、解析接続の問題、函数等式の問題、特殊値の問題、Riemann 予想などである。ところで、このような整数論に自然に現れる L 函数は p 進類似を持つと考えられ、その構成法も色々研究されている。ここで p 進類似とは、元の函数が複素数変数の複素数値函数であったのに対して、 p 進数変数の p 進数値の函数を意味し、元の函数とは負の整数点での値が、自明な因子を除いて、一致するという関係で結ばれている。

申請論文の主結果は partial ゼータ函数の 0 での微分を多重ガンマ函数で表す新谷公式の p 進類似である。即ち p 進 par-

tial ゼータ関数の 0 での微分を p 進多重ガンマ関数で表す公式である。この公式の証明は Cassou-Noguès の方法を使っている。ところで新谷公式は基礎の総実代数体についての共役な量の和で書かれている点に著しい特徴がある。Cassou-Noguès は p 進多重ゼータ関数は定義したが、 p 進多重ガンマ関数を定義して研究するところまではいっていない。これは奇妙であるが、新谷公式の含む可能性を十分には見通していなかったのであろう。

Gross の予想への応用であるが、この予想は非常に困難であると思われる。例えばこの予想が解ければ、 p 進単数基準についての有名な Leopoldt 予想が解ける、少なくとも決定的な手がかりが得られると思われるのである。この予想の一部ではあるが、解決した意味は大きい。また証明法は通常の複素の場合と p 進の場合とを変換する良い公式が見つければ、一般の場合も解けることを示唆する。

加塩氏の公式は実際の計算上もすこぶる便利である。参考論文では吉田敬之との共同研究で吉田の導入した絶対周期記号の p 進類似を研究している。ここでは加塩氏の公式は基本的な役割を果たす。

以上のように、申請論文の主結果である公式は興味深い形をしており、応用上も重要である。よって本論文は、博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。

なお主論文に報告されている研究業績を中心とし、これに関連した研究分野について試問した結果、合格と認めた。