

Fig. 4.

与える。同様に Fig. 4 の「かごめ格子」の場合には同様の理由により $P_c = 0.7998$ と飾りつき蜂の巣格子の P_c と一致する。また隣り合った三つ組の 3 体力を同時にはずしたり入れたりする場合の $P_c = 0.5$ (Fig. 3) および $P_c = 0.683$ (Fig. 4) となり united-bond model (2 体力を三つ同時にとりはずす) と一致する。

イジング希薄磁性体の双対性

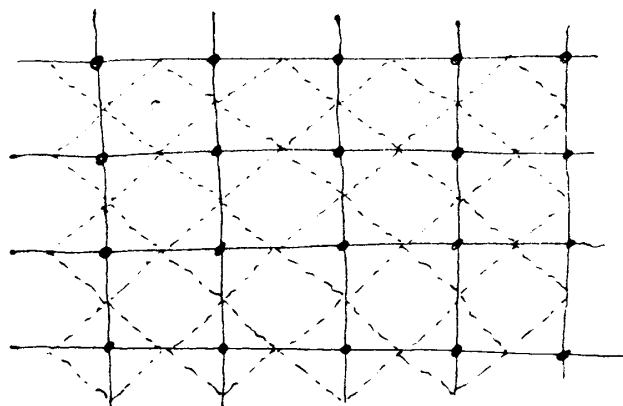
阪大・工 笠井 康 弘

クエンチ系のマッチング関係¹⁾にある(ランダム)サイト格子(L と $L^\dagger$)の臨界濃度間(それぞれ P_c と $P_c^\dagger$)には、 $P_c + P_c^\dagger = 1$ なる双対性がある。一方、アニール系にはデュアル関係²⁾にあるボンド格子に同様の関係が知られているがサイト格子にはない。ボンドーサイト変換³⁾によりサイト格子はボンド格子を含むので、臨界濃度の双対性に関しては、クエンチ系の方がアニール系より一般的に成立している。ところが、クエンチ系のサイト格子と同等の臨界濃度をもち、かつアニール系にもそれに近い臨界濃度をもつランダム格子が存在する。サイト格子の各サイトを囲む多角形要素を単位とする、ユナイティドーボンド格子⁴⁾がそれである。ただし任意のユナイティドーボンドの配置においてクラスターに連結していないサイトも単一のクラスターとして数える方式(ヌルークラスター⁵⁾)を採用する。このユナイティドーボンド格子に対して、ボンド格子のデュアル関係の自然な拡張ができ、かつ臨界濃度間に上述の双対性がクエンチ系にも(サイト格子と同等)、アニール系にも共に成立することが示される。特にアニール系において、四角形ーボンド以上の多角形ーボンド格子に対応するイジングーモデルは各多角形のサイトにあるスピンの偶数個の積の対称和($\sum_{i,j} S_i S_j + \sum_{i,j,k,l} S_i S_j S_k S_l \dots$)に比例する相互作用をもつ未解決問題である。一方希薄磁性体の立場で見ると、

笠井康弘

クエンチ系とアニール系の臨界濃度の双対性は両体系の統計力学的普遍性を示している。

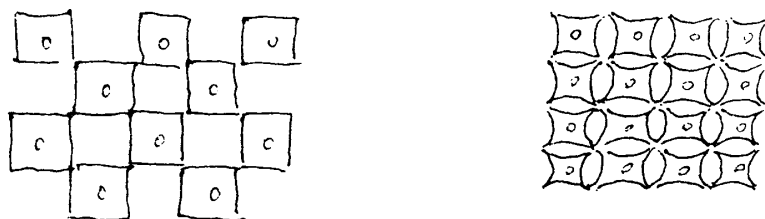
両系を統一的に扱う方法でその双対性が証明できないだろうか。



実線 サイト格子

点線 ユナイティドーボンド格子

図1 サイト $\longleftrightarrow$ ユナイティドーボンド変換



$$P_c + P_c^\dagger = 1$$

図2 双対格子の例

文献

- 1) M. F. Sykes and J. W. Essam, J. Math. Phys. **5** (1964b), 1117.
- 2) I. Syozi and S. Miyazima, Prog. Theor. Phys. **36** (1966), 1083.

- 3) M. E. Fisher, J. Math. Phys. 2 (1961), 620.
 4) Y. Kasai (PTP 投稿中)
 5) J. W. Essam and M. F. Sykes, J. Math. Phys. 7 (1966), 1573.

ランダム系の裏格子

東工大 小口武彦・上野陽太郎

① square lattice

2種類の ferro exchange J_A , J_B (濃度は c_A , c_B) をもつ quenched bond model で, bond configuration を α とし, J_A , J_B bond に直交する裏格子の bond を J_A^* , J_B^* とすると, 裏格子の bond configuration α^* は一義的に決まる。表, 裏両格子の状態和は

$$\frac{Z(K_A, K_B, c_A, c_B, \alpha)}{(\text{sh } 2K_A)^{Nc_A/2} (\text{sh } 2K_B)^{Nc_B/2}} = \frac{Z(K_A^*, K_B^*, c_A, c_B, \alpha^*)}{(\text{sh } 2K_A^*)^{Nc_A/2} (\text{sh } 2K_B^*)^{Nc_B/2}} \quad (1)$$

$$\text{th } K_A = c^{-2K_A^*}, \quad \text{th } K_B = e^{-2K_B^*} \quad (2)$$

$$K_i = J_i / 2kT, \quad K_i^* = J_i^* / 2kT^* \quad (i = A, B)$$

$J_A^* = J_B$, $J_B^* = J_A$ とおくと, (2)の両式は

$$\text{th } \frac{J_A}{2kT} = e^{-J_B/kT^*} \quad (3)$$

という1つの式になる。裏格子では J_A , J_B が交換することになるが, $c_A = c_B = 1/2$ のときは, (1)の両辺は全く同じ関数になる。 T_c は1つと仮定すると, (3)で $T = T^* = T_c$ が厳密解である。この T_c は annealed system の T_c と一致する。これは T_c 付近では両者とも random configurations が圧倒的な寄与があるからと思われる。縦方向が J_A , 横方向が J_B の体系の Onsager の解を1例として含む。

c_A が任意の場合の T_c の近似式は