

Cern-class の p -local control.

宮本雅彦

北大(理)

代数トポロジーにおいて、群の複素表現とベクトル束、そしてその K -理論、コホモロジーとの間の関係はよく知られている。又、コホモロジーは p -local control の性質を非常に簡単な構造の対応で示すことが知られているので、上の $\mathbb{C}$ -表現との対応に関連させ、 p -local control の性質を $\mathbb{C}$ -表現に導入したのが以下の結果です。

定理. G を有限群、 p を素数、 P を G の Sylow p -部分群、 $R(G)$ を G の $\mathbb{C}$ -表現の同値類によって生成される表現環とします。このとき、Atiyah の定義による topological filtration $R(G) = R_0(G) \supseteq R_1(G) = R_2(G) \supseteq R_3(G) = R_4(G) \supseteq \dots$ があるわけですが、もし Sylow p -群 P が、

ある正の整数 t に対して, wreath product $F = \mathbb{Z}/p\mathbb{Z} \wr \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ の factor group $F/Z_t(F)$ を involve しないならば, $0 \leq s \leq \frac{p-1}{p-t-1}$ なる整数 s に対して, 次の同型が成り立つ.

$$(R_{2s}(G)/R_{2s+t}(G))_p \cong (R_{2s}(N_G(P))/R_{2(s+t)}(N_G(P)))_p$$

ここで, $N_G(P)$ は P の正規化群, $()_p$ は p -primary part を表わすものとする。

証明の方法は, 先の topological filtration と Chern-class とが密接に関係しており, Chern-class の定義にしたがって, line 束への G の部分群の作用を求めることによつて出てくる。

Reference

M.F. Atiyah, Characters and cohomology of finite groups,
I.H.E.S. 1961.