

11. 有限次元スピングラスの理論の現状

東工大理 尾関之康・西森秀稔

スピングラス (SG) の平均場理論に統一的な描像が確立され一応の解決を見た現在、理論的な興味を中心は実験との比較の意味も含めて有限次元モデルに移っている。平均場で見いだされた低温相の構造、AT-line、リエントラント転移や混合相などの概念は有限次元 ($d < 6$) でどの様に修正されるか、さらに lower critical dimension d_{lc} についてなど様々な問題が提起されている。

§ 1. 有限次元スピングラスの理論の現状^{1,2)}

イジングSGについては、転送行列法、モンテカルロシミュレーション、高温展開などによって、有限温度でのSG転移が3次元に存在し、2次元では存在しないことがほぼ確認された。(しかし、 d_{lc} は $2 \leq d_{lc} \leq 3$ のいずれになるかいろいろと議論されているが、まだ確定的な結論には至っていない。)

このようにして確認された3次元SG相の構造が平均場同様多数の安定状態を持つ ultrametric³⁾ なものかどうか、またSG相が磁場に対して安定か(AT-lineが存在するか)どうか興味のあるところだが、前者については肯定的議論^{4,5)}、否定的議論^{6,7)}が共にあり、後者については液滴模型による議論⁶⁾やスケーリング理論⁸⁾が否定的な結論を出しているがはっきりしたことは解っていない。

また、 T_g 以上での異常なダイナミクスがクラスター模型による計算⁹⁾やモンテカルロシミュレーション¹⁰⁾によって指摘され、希釈強磁性体におけるGriffiths異常¹¹⁾との関係が議論されている。

3次元イジングSG系で有限温度のSG転移が存在することが確認されたので、実験的に観測されている等方的ハイゼンベルグ模型などの連続スピン系でどうなるかが次の問題である。Schuster¹²⁾は、レプリカ法とボゴリューボフ不等式によって、隣接相互作用がガウス分布をするXY及びハイゼンベルグ模型では、4次元以下で有限温度にSG的な長距離秩序が存在しないことを証明している。このため、実験で観測されているSG相を説明するために異方性の効果が重要視されるようになった。スケーリング理論⁸⁾によると、異方性の効果によって低温でイジングへのクロスオーバーが起こり有限の T_g が出現することが示されている。相互作用がRKKY型の場合でも同様の議論がなされており^{8,13)}、有限の T_g は異方性の効果によるものであることが明らかにされつつある。

このように現段階の理論では、3次元で観測されるSG転移はすべてイジングSGのユニ

バーサリティークラスに属するものとなってしまうが、これを疑問視するような実験事実もあり、今後の研究成果が期待される。

相互作用の分布が非対称で強磁性側に偏っているとき、平均場理論では、低温で強磁性相から混合相へのリエントラント転移が確認されている。有限次元の±Jモデルでリエントラント（強磁性相から非強磁性相への）がないということが、ゲージ理論¹⁴⁾や転送行列による数値計算¹⁵⁾で示されている。混合相については理論的な詳しい取扱はなされてなく、これからの問題といえる。また、2次元±Jモデルには、低温で強磁性相の境界付近にRandom Antiphase State (RAS)¹⁶⁾と呼ばれる相の存在が指摘されており、数値的転送行列法によってこの存在を示唆するような結果も得られているが、まだはっきりした結論はでない。

§ 2. スピングラスのLee-Yang零点分布

一般に磁場Hのかかったイジングスピン系の分配関数は

$$Z = y^{-N/2} \sum_{n=0}^N a_n(T) y^n \quad (y = \exp(2\beta H))$$

と書くことができる。YangとLee¹⁷⁾は、規則系で相転移の起きる点が、複素y面上で $Z(y) = 0$ の解が正の実軸を切る点と一致することを証明した。この定理は非常に一般的であり、±Jモデルなどの不規則系にも適用可能である。この場合、零点分布は各ボンド配置での零点の重ね合わせになる。

これまで有限なイジングスピン系における零点の計算が規則格子についてのみなされていたが、転送行列法を使うことによって不規則系の計算を高速に行うことが可能になったので、2, 3次元の±Jモデルについて零点分布を求めてみた。計算例として、図Iに3次元 $3 \times 4 \times 4$ 格子の $T = 0.5$ における零点を200サンプルについて計算したものを示す。このような分布を温度、サイズを変えて求めることにより、 T_g 以上での異常なダイナミクスを説明するGriffiths異常の存在や、3次元のSG相が磁場に対して不安定なことを示唆すると考えられる結果が得られている。¹⁸⁾

Lee-Yangの定理は、分配関数を $x = \exp(2\beta J)$ の関数と見なして、複素x面（温度平面）上で扱っても同様である。同じく±Jモデルでの計算例（3次元、 $3 \times 4 \times 4$ 格子、480サンプル）を図IIに示す。これによって、2次元の $T_g = 0$ と3次元の $T_g = 1.2$ における零点の様子の違いや、温度に関するGriffiths異常の存在の有無などについて定性的な議論をすることが出来る。

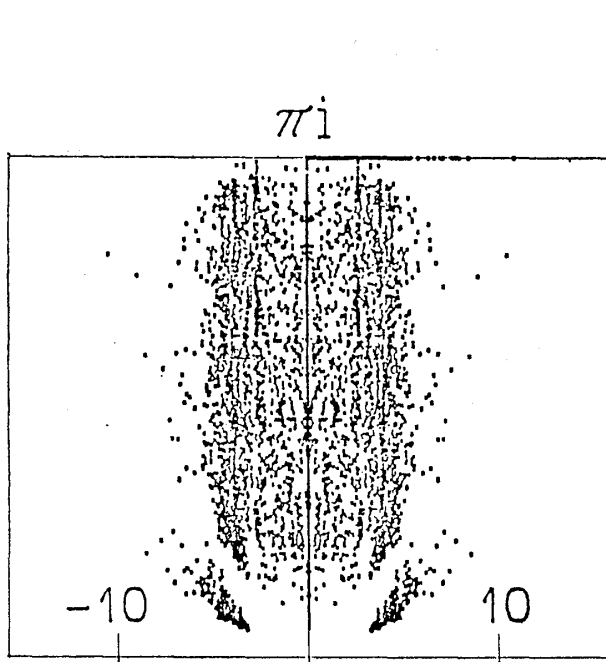


図 I. 磁場平面の計算例

$\ln y = 2 \beta H$ 面上に変換

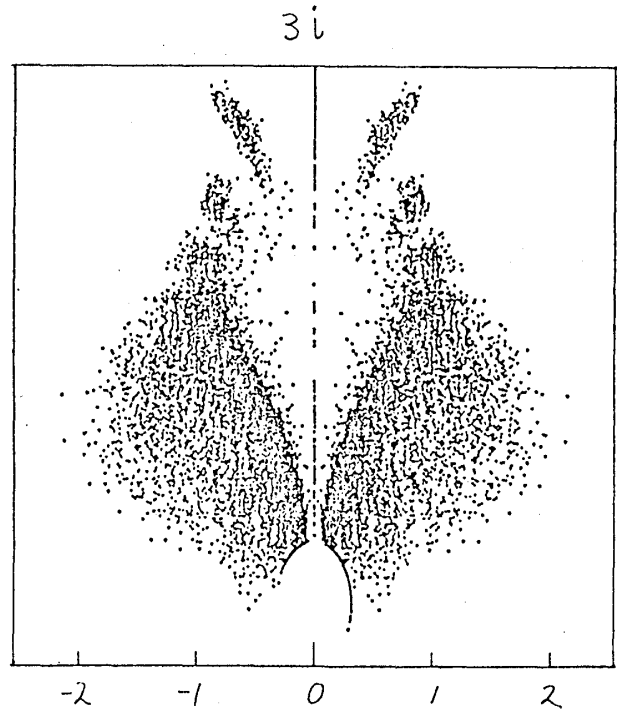


図 II. 温度平面の計算例

$2 (\ln x)^{-1} = k_B T / J$ 面上に変換

参考文献

- 1) K. Binder and A. P. Young: Rev. Mod. Phys. 58(1986)801.
- 2) Heidelberg Colloquium on Glassy Dynamics, J. L. van Hemmen and I. Morgenstern, eds, Springer-Verlag, Heidelberg 1986.
- 3) R. Rammal, G. Toulouse and M. A. Virasoro: Rev. Mod. Phys. 58(1986)765.
- 4) N. Surlas: J. Phys. (France) 45(1984)1969.
- 5) R. N. Bhatt and A. P. Young: p.215 in 2).
- 6) D. S. Fisher and D. A. Huse: Phys. Rev. Lett. 56(1985)1601.
- 7) A. Bovier and J. Frohlich: J. Stat. Phys. 44(1986)347.
- 8) A. J. Bray and M. A. Moore: p.121 in 2).
- 9) M. Randeria, J. Sethna and R. G. Palmer: Phys. Rev. Lett. 54(1985)L1321
- 10) A. T. Ogielski: Phys. Rev. B32(1985)7384.
- 11) R. B. Griffiths: Phys. Rev. Lett. 23(1969)17.
- 12) H. G. Schuster: Phys. Lett. A76(1980)269.
- 13) A. Chakravarti and C. Dasgupta: Phys. Rev. Lett. 56(1986)1404: Phys. Rev. B36(1987)793.
- 14) H. Nishimori: J. Phys. Soc. Jpn. 55(1986)3305.
- 15) Y. Ozeki and H. Nishimori: J. Phys. Soc. Jpn. 56(1987)3265.
- 16) R. Maynard and R. Rammal: J. Phys. (France) 43(1982)L347.
- 17) C. N. Yang and T. D. Lee: Phys. Rev. 87(1952)404.
- 18) Y. Ozeki and H. Nishimori: J. Phys. Soc. Jpn. 57(1988)No.3.