

安定密度成層中の乱流せん断層に発達する
超大規模構造

赤尾 拓海

目次

第 1 章	序論	1
1.1	はじめに	1
1.2	乱流せん断層とケルビン – ヘルムホルツ (Kelvin–Helmholtz, KH) 不安定性	2
1.3	KH 不安定性から乱流への遷移過程	4
1.4	乱流中に存在する秩序構造	4
1.5	超大規模構造 (Elongated Large-Scale Structures, ELSS)	5
1.6	本論文の構成	6
第 2 章	計算手法	7
2.1	ラージエディシミュレーション (Large Eddy Simulation, LES)	7
2.2	直接数値計算 (Direct Numerical Simulation, DNS)	8
2.3	固有直交分解 (Proper Orthogonal Decomposition, POD)	9
第 3 章	安定密度成層中の乱流せん断層における ELSS の生成要因	12
3.1	導入	12
3.2	乱流せん断層の発達と壁の影響	13
3.3	結果と考察	16
3.4	結言	38
第 4 章	安定密度成層中の乱流せん断層における流れ方向の拘束効果	40
4.1	導入	40
4.2	計算条件	41
4.3	結果と考察	46
4.4	結言	69
第 5 章	安定密度成層中の乱流せん断層におけるスパン方向の拘束効果	71

目次	ii
5.1 導入	71
5.2 計算条件	71
5.3 結果と考察	73
5.4 結言	85
第 6 章 結論	86

第 1 章

序論

1.1 はじめに

乱流は私たちの身近に存在している．例えば，お風呂の湯気や煙突の排出ガスなど，目に見えるものだけでも小さなスケールの現象から大きなスケールの現象に至るまで様々な大きさに存在し，観測できる場も様々である．流体運動は層流と乱流に区別される．層流はレイノルズ数が小さい限られた部分でのみ存在するため^[1]，身近に見られる流れの多くは乱流である．加えて，航空機や乗用車などに関わる工学的事象や大気^[2]・海洋^[3,4]などの自然科学的事象においても，乱流を無視して現象を考察することはできない．

乱流現象を解明するために，多くの研究が行われてきた．Reynolds (1883) は，管内流れの染料の可視化により，層流から乱流への遷移とその条件として臨界レイノルズ数が存在することを明らかにした^[5]．Prandtl (1928) は境界層理論を構築し，壁に沿った乱流の理解を深めた^[6]．計測では，熱線流速計の開発^[7] から流速および速度変動の測定が可能となり，実験による乱流に対する定量的な評価が進んだ．

実験だけでなく，数値計算による解析も計算資源の発展に伴い行われてきた．レイノルズ平均化 (Reynolds-Averaged Navier-Stokes equation, RANS) は，Reynolds (1895) によって提唱された^[8]，変数を平均と変動に分解するレイノルズ分解を用いた運動方程式である．この RANS には，渦粘性係数を乱流エネルギーと散逸率の関係式でモデル化する $k-\epsilon$ モデルがあり^[9]，自由せん断層と壁面乱流の双方を一貫した設定で予測する手法として，計算資源が制限されている中での予測に役立っている．また，より厳密な解析としてラージエディシミュレーション (Large Eddy Simulation, LES) が提案された．この LES には，Smagorinsky (1963) によって行われた，サブグリッドスケールに対する渦粘性仮説^[10] を用いたモデルが存在する．Moin & Kim (1982) は，大規模なチャンネル乱流に対する LES により^[11]，平均だけでなく瞬時的な流れ場内の構造の再現が可能であることを示した．また，直接数値計算 (Direct Numerical Simulation, DNS) による数値解析も行われ，Orszag &

Patterson (1972) は三次元の一様等方性乱流において理論との定量比較を行った^[12]. このように乱流に対しては古くから数多くの研究が行われてきているものの, 未だ解明されていない現象が多く残っており, 現在も様々な研究が行われている.

本研究では, 大気・海洋中に存在する安定密度成層の乱流せん断層に発生する超大規模構造 (Elongated Large-Scale Structures, ELSS) を研究対象とし, 数値解析を通して ELSS の生成機構ならびに流れ場に及ぼす影響について調査した. 以下に本研究に関連する安定密度成層や乱流生成, 乱流内の構造に関する研究についてまとめ, 議論する.

1.2 乱流せん断層とケルビン－ヘルムホルツ (Kelvin–Helmholtz, KH) 不安定性

異なる速度を持った二つの並行流れに発達する乱流せん断層は, 最も典型的な乱流の一つである. 乱流に関連する様々な現象を調べるために, 多くの研究が乱流せん断層を扱ってきた. Rogers & Moser (1994) は, 自由せん断流れに対して様々な初期擾乱の強さを与えた数値シミュレーションを行い, 自己相似性を検証した^[13]. この研究に続き, Balaras & Wallace (2001) は, この自由せん断流れにおける自己相似性を LES から検証し, 自己相似は普遍的に現れる一方で成長率や乱れ強度といった状態は一意に定まらないことを明らかにした^[14]. また, 乱流混合現象が工学分野での応用に重要であることから, 運動量やエネルギー, スカラーの乱流輸送に注目した研究も存在する^[15–19].

自然環境における乱流の重要な生成機構の一つとして, せん断流れに起因する不安定性がある^[20]. せん断はケルビン－ヘルムホルツ (KH) 不安定性を引き起こし, 強い乱流運動を誘発し, 運動量やスカラー輸送を強める^[21,22]. 層流せん断層は KH 不安定性によって乱流状態へと発展する. この乱流生成の過程は環境流れにおいて一般的な過程である. 例えば, KH 不安定性により生じた乱流は海洋混合で重要な役割を果たす^[21]. KH 不安定性に起因する大規模渦は大気における実地観測でも確認されている^[23,24]. これらの研究では, 安定成層した密度分布を伴う乱流せん断層も観測されている. この安定密度成層中の乱流は, 海洋や大気で広く観測される^[2,3,25].

安定密度成層におけるせん断層を対象に, 多くの実験および数値解析が行われてきた. 例えば De Silva *et al.* (1999) は, 二点レーザードップラー流速計と二点導電率プローブを組み合わせて安定密度成層中のせん断層における瞬時局所勾配リチャードソン数を計測し, KH 不安定性が生じている場合にはバルクリチャードソン数によらず一定に近い値をとることを示した^[26]. Brucker & Sarkar (2007) は, 安定密度成層中のせん断層に対して乱流を初期擾乱とした DNS を行い, バルクリチャードソン数の収束値がレイノルズ数とプラントル数によって変化すること, 乱流運動エネルギーの収支では浮力そのものが散逸源になるの

ではなく、鉛直速度の分散が減衰しせん断の生成が減少することを示した^[27]. 成層が混合効率といった乱流混合のパラメタリゼーションに及ぼす影響も調べられている. Peltier & Caulfield (2003) は、混合効率は流れ場や段階によって大きく変動するため、一概に定数で定義するのではなく、リチャードソン数を用いた変数を用いるのが有効である可能性を示唆した^[28]. VanDine *et al.* (2021) は、一様成層で発達する乱流せん断層を DNS で解析し、KH 不安定性による乱流遷移が生じるものの、乱流遷移後の混合や振る舞いは躍層のような二層密度分布とは異なり、混合効率の値や混合効率の浮力レイノルズ数、リチャードソン数への依存性が異なることを示した^[29].

また、安定密度成層下における KH 不安定性を介した乱流生成過程についても多く研究されてきた. Thorpe (1973) は、密度成層した二流体間の KH 不安定性を用いて、KH 渦の巻き上がりから乱流遷移、減衰までの時間発展を可視化及び密度・水平速度の計測で捉えた^[30]. Strang & Fernando (2001) は、速度差と浮力差を与えたせん断界面を水槽実験で計測し、KH 不安定性が発生する条件で密度界面での取り込み（エントレインメント）のバルクリチャードソン数による変化を調べた^[31]. これにより、安定密度成層であってもせん断が十分強いと KH 不安定性から乱流が生じることを実験で示した.

この流れ場は DNS および LES でも用いられ研究されてきた. Smyth & Moum (2000) は、安定密度成層下に生じる KH 不安定性による乱流を DNS で再現し、Thorpe, Ozmidov, Corrsin 等の長さスケールの時間発展とバルクリチャードソン数を体系化した^[32]. この論文では、安定密度成層におけるせん断層の鉛直密度分布は、海洋中の躍層における乱流パッチで観測されるものと類似することが報告されている. また、Pham & Sarkar (2014) は、安定密度成層下のせん断層における流れ場を対象に SGS モデルによる LES を用い、レイノルズ数が低い場合には DNS と整合し高い場合にも運動量厚さやバルクリチャードソン数といった特性は再現できることを検証した^[33].

プラントル数が高いと密度界面はせん断層よりも薄くなり、Holmboe 不安定性が生じ、この場合にも乱流は生成される^[34,35]. Holmboe 不安定性に駆動される乱流せん断層についても、実験と数値解析の双方で研究されてきた^[35–40]. 例えば、Hogg & Ivey (2003) の研究では、二層交換流を用いた実験で界面の KH 不安定性から Holmboe 不安定性への遷移を示し、バルクリチャードソン数の大きさによって KH 不安定性と Holmboe 不安定性は明確に分けられることを示した^[41]. 本研究ではこの二つの不安定性のうち、KH 不安定性によって生成される乱流に焦点を当てる.

1.3 KH 不安定性から乱流への遷移過程

KH 不安定性によって誘起される乱流遷移過程に着目した研究も存在する。KH 不安定性はまず始めに界面の波が持ち上がり、スパン方向に整列した大規模なローラー渦を生成する。その後、流れの条件に応じ、ローラー渦の形成に続き様々な二次不安定性や渦間の相互作用が生じ、スパン方向の一様性が破れて三次元乱流の発達へと至る^[42–44]。この安定密度成層に十分発達した乱流が形成されると、この条件下では乱流運動エネルギーが粘性散逸を受けるため、乱流は減衰し始める^[32,45]。Klaassen & Peltier (1991) は、KH 二次不安定性の成長初期はせん断が主なエネルギー源となること、適度に強い成層では浮力によりこの成長が早めることをエネルギー収支から説明した^[46]。また、Mashayek (2012) は KH 不安定性は三次元の不安定性を有し、スパン方向も含めた三次元での評価が重要であることを示した^[42]。

安定密度成層が存在しない場合、せん断層における乱流は平均せん断に伴う生成機構により維持される^[47,48]。これに対し、安定密度成層中の流体では浮力が鉛直方向の乱流運動を抑制し、乱流せん断層の減衰を促進させる。この減衰過程は、乱流運動エネルギーおよびポテンシャルエネルギーの収支方程式を用いて解析されてきた^[33,49]。さらに、混合効率や乱流プラントル数といった乱流混合を特徴づけるパラメータが定量化され、地球流体の混合過程をモデル化する上で本質的な要素であることが示されている。

1.4 乱流中に存在する秩序構造

乱流に対する研究では、流れ場を構成する物理量の中に現れる、コヒーレント構造と呼ばれる特有のパターンに着目することがある。例えば、渦は一般に強い回転運動を示す流体の管状領域として特徴付けられる^[50]。Brown & Roshko (1974) は、発達中の乱流せん断層をシャドウグラフ法により可視化することで大規模な乱流構造の形成を確認し、大規模構造スケールによって混合が進むことを示唆した^[51]。Smyth & Moum (2000) は、乱流が減衰して安定するにつれて異方性が増加し、この速度勾配の異方性はレイノルズ数のみによって定められること、大スケールでの伸長効果が最小スケールにも届いていることを示した^[52]。

数値解析による流れの可視化では、安定密度成層におけるせん断層に存在する渦がヘアピン形状を取る場合があることが示されている^[53,54]。このヘアピン渦は、鉛直方向の乱流輸送に寄与する速度変動を誘起させる。Zhang *et al.* (2019) は圧縮性の混合層に対して DNS を行い、高い圧縮性を持つ混合層における大規模な構造について調査した^[55]。この条件では、ヘアピン渦が現れるが持続せず複数のリング状の渦へと移行することを確認した。DNS によって内部重力波の碎波により生じる乱流を確認した Fritts (1998) の研究では、局所的

な渦の巻き上がりから生じた渦管が連なってヘアピン渦が存在し、より小スケールの等方的な乱流に遷移する様子が確認されている^[56]。また、Holmboe 不安定性による乱流^[35]でも確認されている。このようなヘアピン渦の構造は、一般的に速度勾配に基づく物理量を用いて同定され、乱流の小スケール特性を反映する。対して、大規模な流れ構造は速度場や圧力場を用いて同定される^[57,58]。

乱流においては、小スケールおよび大スケールの構造がそれぞれ異なる役割を担っている。小スケール構造は主に粘性や分子拡散の作用によって乱流運動エネルギーの散逸および不可逆な密度混合を担い、大スケール構造は主に攪拌や混合を通じて運動量やスカラー量を輸送する。安定密度成層のせん断層では、大スケール運動の特性長さはせん断層厚さである。乱流が KH 不安定性から発達する場合、発達後も残存するローラー渦のような典型的な大規模構造 (Large-Scale Structures, LSS) の代表長さはせん断層厚さによって定められる^[59–61]。

1.5 超大規模構造 (Elongated Large-Scale Structures, ELSS)

壁面せん断流れでは、典型的な大規模構造よりも更に流れ方向に長く、蛇行する特性を持つ超大規模構造が確認されている。Hutchins & Marusic (2007) は、対数層とその下部に超大規模構造と呼ばれる非常に長く蛇行する構造を熱線を用いてスパン方向に同時計測を行うことで確認した^[62]。この研究では、中立成層の大気表層でもこの超大規模構造が確認されている。

また、安定密度成層でも乱流せん断層が発達するにつれ、LSS よりはるかに大きなスケールを持つ構造が出現する。渡邊と長田 (2019) は、安定密度成層におけるせん断層で、先述したヘアピン渦に加えこの超大規模構造に類似する構造を確認した^[54]。この構造は流れ方向に異様に長い超大規模構造 (ELSS) と呼ばれ、流れ方向に細長く伸びた正負の流れ方向速度の変動としてはっきりと表れる。この構造は強い異方性を示し、流れ方向の長さがスパン方向および鉛直方向の長さスケールを大きく上回る。

LSS と ELSS は共に乱流運動エネルギーを多く保持しており、密度変動にも寄与する。ローパスフィルタを用いた速度場の LSS/ELSS スケールの分解では、ELSS が乱流運動エネルギーの約 50% を含むことが示されている^[49]。よって、ELSS は流れ中の運動エネルギーの大きな割合を担っていることを示唆している。ELSS が十分に発達すると、流れ方向波数 k_x で評価された一次元運動エネルギースペクトルは LSS と ELSS のスケール間で k_x^{-1} のべき乗則に従う^[49]。この k_x^{-1} 則は、極中間圏に生じる雲における KH 不安定性をモデル化した数値解析でも確認されており^[22,44]、ELSS が大気乱流の特性に影響を及ぼす可能性を示唆している。

しかしながら、この ELSS は浮力の働かない一定密度流体中の乱流せん断層では現れず、安定密度成層下の浮力による鉛直方向乱流運動の抑制が ELSS の生成に影響を及ぼすと予想されているが^[49]、その生成機構は未解明である。また、安定密度成層下の ELSS の時間発達及び統計量・運動量の鉛直輸送における ELSS と LSS の関係については先行研究^[49]で示されているものの、ELSS が乱流せん断層の発達に対して及ぼす影響や ELSS が維持される機構については詳細が分かっていない。以上から、本論文では、この ELSS の生成要因と特性の理解を深めるため、各章で研究結果をまとめ考察する。

1.6 本論文の構成

ここまで、本研究の対象である安定密度成層ならびに乱流の生成過程、乱流中に存在する構造についてまとめた。以下に本論文の構成を示す。

第二章では、使用した計算手法について説明する。第三章では、安定密度成層下における ELSS の生成機構を解明するために行った LES について述べる。ELSS の発生要因が平均速度せん断によるものと仮説を立て、一定密度流体における自由発達流れと上下壁により鉛直方向の発達を抑制した流れを比較する。エネルギースペクトルや異方性の観点から評価を行った他、安定密度成層における条件や急激変形理論における条件とも比較を行い ELSS の生成要因について考察を行う。第四章では、ELSS の発生が流れ場に及ぼす影響を評価するために行った DNS について述べる。流れ方向の計算領域を狭めた DNS により ELSS の成長を抑制し、統計量と乱流エネルギー散逸率といったパラメータによって ELSS の存在が流れ場に及ぼす影響について考察する。第五章では、ELSS が持つスパン方向の特性が流れ場に与える影響を評価するために行った DNS について述べる。スパン方向の計算領域を狭めた DNS により、ELSS がもつ、スパン方向の配列やスパン方向に蛇行するといった特性の有無で統計量を評価し、ELSS のスパン方向の特性が与える影響を考察する。最後に、第六章では本論文で得られた結論をまとめ、今後の展望を記す。

第 2 章

計算手法

2.1 ラージエディシミュレーション (Large Eddy Simulation, LES)

LES は計算格子のサイズを閾値として空間にローパスフィルタをかけ、それよりも大きい流れ成分を支配方程式によって解き、それよりも小さい成分についてはサブグリッドスケール (SGS) 成分としてモデル化する計算手法である。変数 $f^{(*)}$ は $f^{(*)} = f + f^{(SGS)}$ として分解できる。支配方程式は非圧縮流体に対するナビエ・ストークス方程式である。本研究では LES を安定密度成層を持たない乱流せん断層に対して適用するため、密度変化は起こらないものとする。成分を分解した支配方程式は以下のように記述できる。

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + R_{u_i} \quad (2.2)$$

ここで u_i は速度ベクトルの i 番目成分であり、 x_i が位置、 t が時間、 ρ が密度、 p が圧力、 ν が動粘性係数である。また、 R_{u_i} は SGS の速度成分による項である。なお、本章では総和規約を用いる。変数 $f(x, y, z, t)$ の水平面での平均は $\bar{f}(y, t) = (1/L_x L_z) \int \int f dx dz$ で定義される。 f の変動は $f'(x, y, z, t) = f(x, y, z, t) - \bar{f}(y, t)$ で表され、rms (root-mean-square, 二乗平均平方根) 値は $f_{rms} = (\overline{f'^2})^{1/2} = (\overline{f^2} - (\bar{f})^2)^{1/2}$ で表される。

LES には、自由乱流混合層及び壁乱流における先行研究^[49,63,64]と同様の計算コードを用いた。LES を用いた計算コードの妥当性については、これらの先行研究で既に実験および直接数値計算 (DNS) と比較評価され、今回の計算結果に影響を及ぼさないことが確かめられている。計算コードは部分段階法に基づいており、時間積分には 3 次精度ルンゲクッタ法

を, 水平・鉛直成分の空間離散化にはそれぞれ4次, 2次精度の中心差分を適用した. 変数はスタガード格子に格納される. 圧力のポアソン方程式の解法には Bi-CGSTAB 法を用いた. SGS モデルには10次ローパスフィルタ^[65]を用いた陰的 SGS モデルを用いた. 各格子点 (i, j, k) における変数 f は $f_{i,j,k}$ で表される. x 方向のフィルタ関数 F_x は以下のように表される.

$$F_x * f = f_{i,j,k} - 2^{-10} [252f_{i,j,k} - 210(f_{i+1,j,k} + f_{i-1,j,k}) + 120(f_{i+2,j,k} + f_{i-2,j,k}) - 45(f_{i+3,j,k} + f_{i-3,j,k}) + 10(f_{i+4,j,k} + f_{i-4,j,k}) - (f_{i+5,j,k} + f_{i-5,j,k})] \quad (2.3)$$

y, z 方向のフィルタ関数 F_y, F_z も同様に書くことができる. フィルタは $F(f) \equiv F_x * [F_y * (F_z * f)]$ のように3方向に順に適用される. 以上より, 式(2.1)における SGS 項 R_{u_i} はフィルタ $F(f)$ を用いて以下のように書ける.

$$R_{u_i} = \frac{F(u_i) - u_i}{\Delta t} \quad (2.4)$$

ここで, Δt は時間の差分である. 陰的 LES におけるローパスフィルタは格子サイズ以下の解像しきれないスケールにおけるエネルギー散逸を模擬している. つまり, 式(2.4)により, u_i に対して各時間ステップごとにフィルタリングを行う. 時間発展型の数値解析では, 平均値がある時刻の空間平均として計算される.

2.2 直接数値計算 (Direct Numerical Simulation, DNS)

本節では流れ方向およびスパン方向に周期境界条件を持つ, 時間発展する安定密度成層における DNS の計算手法について説明する. 支配方程式は Boussinesq 近似を用いた Navier–Stokes 方程式であり, 以下の式で与えられる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} &= 0, \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - g \frac{\rho}{\rho_a} \delta_{i2}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u_j \rho}{\partial x_j} &= \kappa \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_j \partial x_j}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

ここで, $i, j = 1, 2, 3$ はそれぞれ x, y, z 方向に対応し, t は時間, p は圧力, ν は動粘性係数, κ は密度の分子拡散係数, g は重力加速度を表す. 重力は鉛直方向に作用し, クロネッカーのデルタ δ_{ij} を用いて表現される.

空間の離散化は水平方向には4次精度、鉛直方向には2次精度の保存型有限差分法を用いて計算され^[66]、時間積分には3次精度のルンゲクッタ法を用いる。圧力のポアソン方程式はBi-CGSTAB法によって解く。初期速度場は、流れ方向にのみ初期速度変動を加える。この初期速度変動は、空間相関を持つ乱数^[64]を用いて生成する。まず、特性長さスケール $L_f = 0.34h_0$ と速度の rms 値 u_f を与え、 $|y|/h_0 < 0.7$ に対しては $u_f = 0.025U_0$ 、この範囲外では0とする。解像度 $\Delta_f = L_f$ となる荒い補助格子を設定し、この格子各点で三つの速度成分それぞれに対し $[-1, 1]$ の範囲で一様な乱数を割り当てる。続いて、これらの乱数場をトリリニア補間 (trilinear interpolation) により細かい DNS の各格子へ内挿する。最後に、各 x - z 平面ごとに、内挿された速度場が平均速度0かつ rms 値が u_f となるように正規化する。ここで、乱数により生成された速度の統計が x - z 平面内の空間平均により定義される。このように得られた乱流速度場を初期変動として用いる。生成された変動のエネルギースペクトルは先行研究^[49,64]によって調査されており、速度場がエネルギー含有スケール L_f と目標 rms 値 u_f を持つことが確認されている。

2.3 固有直交分解 (Proper Orthogonal Decomposition, POD)

POD は流れ場をモード毎に分解し構造などの一部を抽出する方法である。ここでは本論文で用いた、速度ベクトルの水平面分布に対する POD の具体的な手順を示す。流れが定常で変動が時間平均で定義されているとき、変動成分の時系列データには Snapshot POD が用いられることが多い^[67–70]。時間発展型乱流せん断層は x 方向および z 方向に対して流れ場が一様であるが定常ではない。そのため、POD を空間平均に対する変動に適用し、以下に説明する通り x 方向の平均値を用いて評価する。ここで示す手順は、定常流れに対して POD を行う場合の t を x に置き換えることで同様の手順となる。この節でのみ総和規約を用いず、 Σ を用いて明示的に示す。また、ベクトル量を太字斜体で示し $(\mathbf{q}, \phi)$ 、行列を太字のサンセリフ体で示す $(\mathbf{R})$ 。ベクトルおよび行列の成分は添え字付きの斜体で示す (ϕ_i, R_{ij}) 。

ここで、任意の時間および鉛直位置を $(t, y) = (t_0, y_0)$ とし、変数は x と z の関数で表される。速度ベクトルの分布は (u_{ki}, v_{ki}, w_{ki}) で記す。ここで、整数 $k = 1, \dots, N_z$ と整数 $i = 1, \dots, N_x$ はそれぞれ z, x 方向の格子位置を表す。 $y = y_0$ 平面における変数 f_{ki} の x 方向の平均は z の関数で $\bar{f}_k = (1/N_x) \sum_{i=1}^{N_x} f_{ki}$ となる。速度変動ベクトルは $(u'_{ki}, v'_{ki}, w'_{ki}) = (u_{ki} - \bar{u}_k, v_{ki} - \bar{v}_k, w_{ki} - \bar{w}_k)$ と定義する。このとき全ての格子点におけ

る全ての速度成分を行列形式で並べると以下ようになる.

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} u'_{11} & \cdots & u'_{1i} & \cdots & u'_{1N_x} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ u'_{k1} & & u'_{ki} & & u'_{kN_x} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ u'_{N_z1} & \cdots & u'_{N_zi} & \cdots & u'_{N_zN_x} \\ v'_{11} & \cdots & v'_{1i} & \cdots & v'_{1N_x} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ v'_{k1} & & v'_{ki} & & v'_{kN_x} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ v'_{N_z1} & \cdots & v'_{N_zi} & \cdots & v'_{N_zN_x} \\ w'_{11} & \cdots & w'_{1i} & \cdots & w'_{1N_x} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ w'_{k1} & & w'_{ki} & & w'_{kN_x} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ w'_{N_z1} & \cdots & w'_{N_zi} & \cdots & w'_{N_zN_x} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3N_z \times N_x} \quad (2.6)$$

この行列は整数 $i = 1, \dots, N_x$ を用いたベクトル $\mathbf{q}_i = (u'_{1i}, \dots, u'_{N_zi}, v'_{1i}, \dots, v'_{N_zi}, w'_{1i}, \dots, w'_{N_zi})^T$ として,

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{q}_1 \cdots \mathbf{q}_i \cdots \mathbf{q}_{N_x}) \quad (2.7)$$

と表せる. POD は以下のように $\mathbf{q}_i$ を分解することで行う.

$$\mathbf{q}_i = \sum_{n=1}^{N_{\text{mod}}} a_i^{(n)} \phi^{(n)} \quad (2.8)$$

ここで, $N_{\text{mod}} = N_x$ はモードの数であり, $\phi^{(n)}$ は n モード目のベクトルであり, $a_i^{(n)}$ は $i = 1, \dots, N_x$ に依存する n モード目の係数である. $\phi^{(n)} \in \mathbb{R}^{3N_z}$ の成分は $m = 1, \dots, 3N_z$ に対応する $\phi_m^{(n)}$ で表す. $\phi_m^{(n)}$ と $a_i^{(n)}$ は $\mathbf{R} = \mathbf{Q}^T \mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{N_x \times N_x}$ もしくは $m_a, m_b = 1, \dots, N_x$ における $R_{m_a m_b} = \sum_{i=1}^{3N_z} Q_{im_a} Q_{im_b}$ により定義される $\mathbf{R}$ の固有値 $\lambda^{(n)}$ と固有ベクトル $\psi^{(n)}$ から得られる. また, 固有値は $\lambda^{(1)} \geq \lambda^{(2)} \geq \dots \geq \lambda^{(N_x)}$ のように値の大きい順に並べられる. POD では $\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T$ の固有値・固有ベクトルを求めるのに対して, Snapshot POD では $\mathbf{Q}^T \mathbf{Q}$ の固有値・固有ベクトルを求めることが異なる点である. これは定常な流れ場の場合, POD に用いるデータ行列 $Q \in \mathbb{R}^{n \times m}$ が一般的に $n \gg m$ であり, 通常の POD では計算に莫大な時間とメモリが必要となる. そのため, 次元の少ない $m \times m$ の固有値問題を解く Snapshot POD が用いられる. しかしながら, 本研究では $n < m$ であるため, 計算コス

トの削減を目的とせず, 全ての固有値を導出するため Snapshot POD と同様の式で計算を行う.

λ^n と $\psi^{(n)}$ の計算は MATLAB を使い, 固有値を求める `eigs` 関数を用いて $\mathbf{R}$ から求めた. 式 (2.8) の係数及びモードベクトル $a_i^{(n)}, \phi^{(n)}$ は整数 $m = 1, \dots, 3N_z$ を用いて,

$$\phi^{(n)} = \frac{1}{\sqrt{\lambda^{(n)}}} \mathbf{Q} \psi^{(n)}, \phi_m^{(n)} = \frac{1}{\sqrt{\lambda^{(n)}}} \sum_{m_b=1}^{N_x} Q_{mm_b} \psi_{m_b}^{(n)} \quad (2.9)$$

$$a_i^{(n)} = \mathbf{q}_i \cdot \phi^{(n)} \quad (2.10)$$

で計算できる.

第 n モードの速度ベクトルは $i = 1, \dots, N_x$ を用いて $\mathbf{q}_i^{(n)} = a_i^{(n)} \phi^{(n)}$ で計算できる. 第 n モードのエネルギー含有率は $\lambda^{(n)} / \sum_{n=1}^{N_{\text{mod}}} \lambda^{(n)}$ である. 第 1 モードから第 N モードまでの合計エネルギー含有率は

$$F(N) = \frac{\sum_{n=1}^N \lambda^{(n)}}{\sum_{n=1}^{N_{\text{mod}}} \lambda^{(n)}} \quad (2.11)$$

で表される. ここで, 閾値 λ_{th} を定義し, F が λ_{th} を超える最も小さいモード数を $N_{th}(\lambda_{th})$ と定義する. λ_{th} を定めることで, $\mathbf{q}_i^{(c)}$ から得られるコヒーレント成分の速度ベクトルは $i = 1, \dots, N_x$ として以下で表される.

$$\mathbf{q}_i^{(c)} = \sum_{n=1}^{N_{th}(\lambda_{th})} \mathbf{q}_i^{(n)} = \sum_{n=1}^{N_{th}(\lambda_{th})} a_i^{(n)} \phi^{(n)} \quad (2.12)$$

最後に, 全速度成分からコヒーレント成分の速度ベクトルを引くことで, 残り成分の速度ベクトルが得られる.

第 3 章

安定密度成層中の乱流せん断層における ELSS の生成要因

3.1 導入

超大規模構造 (ELSS) が安定密度成層に存在し^[49], 更に ELSS に類似する構造が壁面せん断流れでも発生^[62] することは第一章でも述べた. 壁面せん断流れと安定密度成層は, フーリエ変換を用いた波数領域における乱流運動エネルギー収支の比較^[49,71] からエネルギー輸送方程式のほとんどの項で同様の波数依存性を持つことが明らかとなっている. この二つの流れはどちらも平均せん断の影響を受けて発達する. また, 上下壁による拘束と安定密度成層は, いずれも鉛直方向の乱流運動を抑制するという点で類似した影響を及ぼす可能性が指摘されている^[54]. 壁面せん断流れでは壁面が存在することで大スケールの鉛直方向速度の変動を抑制する. 安定密度成層では, 浮力により鉛直方向速度の運動エネルギーが位置エネルギーへと変換されることで鉛直方向速度の変動を弱める. 以上より, どちらの流れにおいても乱流運動における鉛直方向の長さスケールは抑制される. 壁乱流では, ある地点での最も大きな乱流運動の鉛直長さスケールは, 壁からの距離として決まると仮定されることが多い^[72]. 乱流せん断層での鉛直長さスケールはせん断層厚さである. 安定密度成層では, 鉛直方向の運動量輸送を抑制することでせん断層厚さの増大を妨げる^[32]. また, 安定密度成層では成層の効果が鉛直方向のせん断層の発達を阻止するのに十分に強い場合に ELSS が発生する^[49]. したがって, 成層によって鉛直長さスケールが定められることは, 壁面流れの場合と同様に ELSS の発達に重要な役割を果たしていると考えられる. しかしながら, 成層流体における内部重力波などの他の現象も大規模な乱流構造に影響する可能性があるため, ELSS の発生が安定密度成層による鉛直方向の拘束に起因するかについては明らかではない. ここで, 鉛直方向運動の抑制がどのような効果をもたらすのかを明らかにするため, この抑制による効果の有無を再現したラージエディシミュレーション (LES) を行った. 鉛

直方向運動の抑制の有無で比較を行うため、安定密度成層を持たない乱流せん断層を用い、自由に発達する乱流せん断層と計算領域上下方向に設けられた二つの水平壁間に発達する壁に拘束された乱流せん断層の二つの条件で結果を比較する。また、これらの流れを安定密度成層中のせん断層とも比較することで、ELSS の発生要因を明らかにする。本研究は、閉鎖空間に放出される噴流^[73,74]に代表される平均せん断を伴う内部乱流や、燃焼器^[63]において実用的に重要である狭いチャネル・管内流れにおけるせん断層にも役立つことが期待される。

3.2 乱流せん断層の発達と壁の影響

乱流せん断層の発達を調べるため、時間発展型乱流せん断層を LES を用いて解析した。計算には地球シミュレータを用いた。図 3.1 に計算領域の概要を示す。 x, y, z 方向はそれぞれ、流れ方向、壁に垂直な方向、スパン方向とし、これらの方向の速度をそれぞれ u, v, w とする。また、各方向の計算領域のサイズは (L_x, L_y, L_z) である。

安定密度成層中のせん断層における超大規模構造は、鉛直方向の乱流運動が阻害されることで発生すると考えられる。そこで、浮力をもたない条件で (a) 自由に発達するせん断層 (Free Shear Layer, FSL) と (b) 上下が水平壁に挟まれた乱流せん断層 (Wall-confined Shear Layer, WSL) の二条件で乱流および超大規模構造の発達を比較し、超大規模構造の生成要因を明らかにする。WSL では壁によってせん断層の鉛直方向の発達が阻害される。壁は安定密度成層による鉛直方向運動の抑制と類似した効果をもたらすと考えられ、壁による効果と安定密度成層による効果を比較することで、安定密度成層中のせん断層に発生する超大規模構造も含めた考察を行う。

3.2.1 初期条件

高さ y における流れ方向の初期平均速度は図 3.1 で示すように設定し、以下の式で与える。

$$\bar{u} = 0.5U_0 \tanh(2y/h_0) \quad (3.1)$$

ここで、 U_0 は上下の流れ方向の速度差であり、 h_0 は初期せん断層厚さである。鉛直方向およびスパン方向の初期平均速度は 0 である。また、乱流への遷移を促進させるために、速度に初期変動を与えることが必要である。初期平均速度に加える速度変動の rms 値を $|y| \leq h_0/2$ の位置に対して $0.025U_0$ とした。先行研究^[49,64]で説明されているが、この変動は空間的な相関を有するランダムな変動である。なお、各条件に対して 10 回ずつ計算を行い、その都度初期擾乱の生成には異なる乱数を使用しているが、初期擾乱の rms 値は同じであり時間経

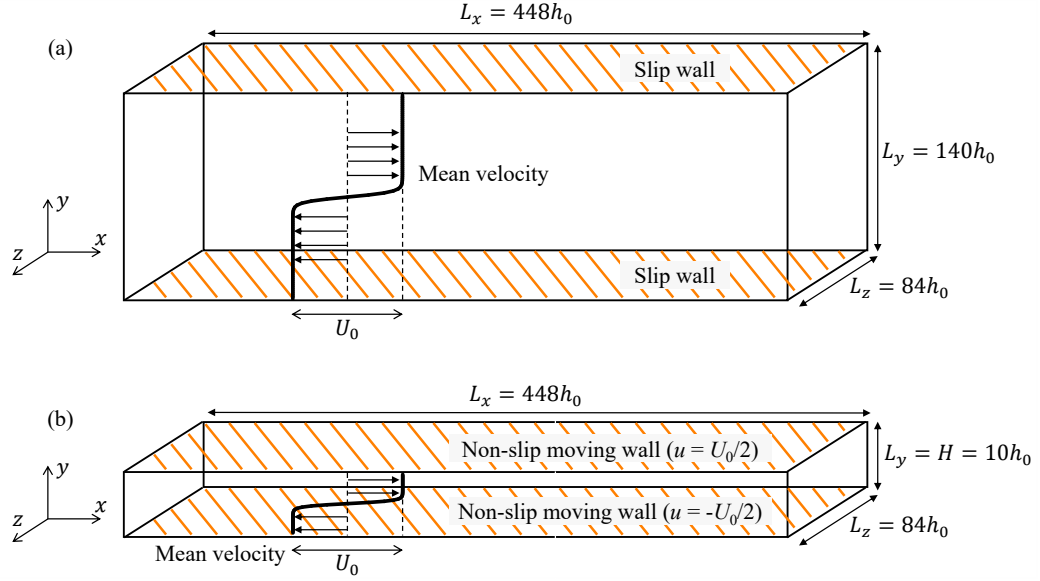


図 3.1 計算領域の概略図, (a) 自由に発達するせん断層 (Free Shear Layer, FSL), (b) 上下が水平壁に挟まれた乱流せん断層 (Wall-confined Shear Layer, WSL).

過後の統計的性質は乱数によらず同じである. また, レイノルズ数は FSL, WSL どちらも $Re = U_0 h_0 / \nu = 2000$ とする. サンプル数を増やして統計誤差を減らすため, FSL と WSL のどちらの条件でも計算回数はそれぞれ 10 回とし, 各時刻でアンサンブル平均をとる.

3.2.2 計算領域と境界条件

座標点の原点は, x, z 方向は端を原点とし計算領域が $x, z > 0$ となるように, 鉛直方向は $y = 0$ がせん断層の中心となるよう設定した. すなわち, 上下の壁はそれぞれ $y = \pm L_y/2$ に配置されている. FSL と WSL では, 境界条件と鉛直方向の計算領域の大きさが異なる. どちらの条件においても, x 方向および z 方向には周期境界条件を適用した. 図 3.1 にも示したが, y 方向の境界条件は FSL の条件で滑り壁の条件を適用し, WSL の条件では鉛直方向の上下に $u = \pm U_0/2$ で動く水平な滑り無し壁を設定した. 壁に速度を与えているのは, 壁により鉛直方向運動が抑制されている状態でせん断層が発達している間, 流路中央部の平均せん断を保持させるためである. 計算領域は FSL の条件で $(L_x, L_y, L_z) = (448h_0, 140h_0, 84h_0)$ であり, WSL の条件で $(L_x, L_y, L_z) = (448h_0, 10h_0, 84h_0)$ である. FSL において, 今回検討する時刻内ではせん断層の厚さは $30h_0$ 程度であり, $L_y = 140h_0$ はせん断層が壁の影響を一切受けない十分な大きさである. WSL では, 壁間距離 $H = 10h_0$ であり, 発達途中でせん断層厚さも $10h_0$ に到達することから, 以後壁の影響を受ける. 比較対象である安定密度成層中のせん断層 (Stably Stratified Shear Layer, SSSL) でのせん断層厚さが約 $10h_0$ であるため, 壁間距離を $10h_0$ とする. 乱流が壁に到達するまでの間, 乱流の発達には壁によ

る影響を受けず、それまで FSL および WSL の結果はほぼ同じである。なお、WSL では十分時間が経過するとクエット流れとなるが、本研究ではせん断層に対する壁の鉛直方向運動の抑制による影響を調査するため、クエット流れが完全に発達する前の時間を解析対象としている。

格子点の数は WSL に対して $(N_x, N_y, N_z) = (3072, 251, 576)$, FSL に対して $(N_x, N_y, N_z) = (3072, 701, 576)$ とした。格子点の y 方向位置を定める式は整数 $j = 1, \dots, N_y$ を用いて、FSL の条件で、

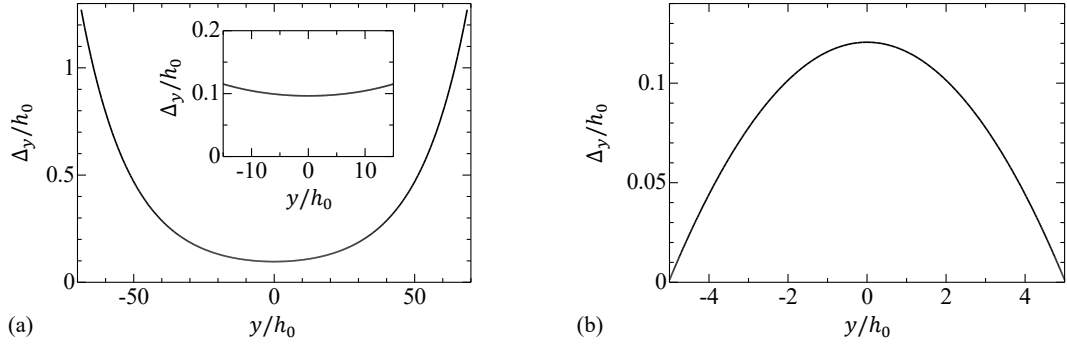
$$y(j) = -\frac{L_y}{2\alpha_y} \operatorname{arctanh} \left[(\tanh \alpha_y) \left(1 - 2\frac{j-1}{N_y-1} \right) \right] \quad (3.2)$$

であり、WSL の条件で、

$$y(j) = -\frac{L_y}{2 \tanh \alpha_y} \tanh \left[\alpha_y \left(1 - 2\frac{j-1}{N_y-1} \right) \right] \quad (3.3)$$

である。ここで、 α_y は格子の伸長係数であり、FSL では $\alpha_y = 2$, WSL では $\alpha_y = 3$ とした。図 3.2 は y 方向における格子サイズ $\Delta y(y)$ の鉛直分布を示している。FSL では乱流せん断層が格子サイズの大きい両端部に達しないため、計算精度に問題はない。加えて、乱流の発達初期に小さい格子サイズが必要であることから、乱流が発達し始める高さである $y = 0$ で最も格子サイズが小さい式 (3.2) を用いた。乱流せん断層は時間とともに発達し解析の終了時で $|y/h_0| \approx 15$ に達する。図 3.2(a) では $|y/h_0| \lesssim 15$ における $\Delta_y(y)$ を拡大図として示しており、 $\Delta_y(y)/h_0 \approx 0.1$ で y の高さによる格子サイズの変化も小さく十分な精度を確保している。

一方で、WSL では壁との相互作用が生じるために壁近傍での格子サイズが計算結果に大きく影響する。そのため壁近傍で $\Delta_y(y)$ が最も小さくなるような式 (3.3) を採用した。このときの壁近傍における $\Delta_y(y)$ は粘性底層を十分に再現できる解像度を確保しており、次章における壁近傍の平均速度分布の結果から妥当性を示している。せん断層内部では、空間解像度は渦の最小スケールであるコルモゴロフスケール $\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ に基づいて定められる必要がある。ここで、 ε は乱流運動エネルギーの散逸率である。今回の解析と同じレイノルズ数、FSL の条件によって行われた直接数値計算が先行研究^[49,54]で行われており、このとき η の最小値は $t/t_r = 90$ の時点で $0.02h_0$ であった。FSL と WSL における乱流せん断層の発達過程は、WSL の条件で乱流せん断層が壁に到達する $t/t_r = 90$ までほぼ同様に発達しており、このときの WSL における最小スケール η も $0.02h_0$ となる。今回の解析では、中心部 $y = 0$ における格子サイズ $(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)$ は FSL で $(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z) = (0.15h_0, 0.096h_0, 0.15h_0)$, WSL で $(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z) = (0.15h_0, 0.12h_0, 0.15h_0)$ である。格子サイズは 10η より小さく、

図 3.2 y 方向の格子幅の鉛直分布, (a) FSL, (b) WSL.

$\Delta_i \approx 10\eta$ のとき陰的 SGS モデルを用いた本 LES は乱流せん断流れ及び壁乱流を正確に再現できることが先行研究により証明されている [49,64].

3.3 結果と考察

3.3.1 乱流せん断層の発達

図 3.3 に FSL, $t/t_r = 60, 180, 300$ における x - y 平面の流れ方向瞬時速度分布を示す. カラーコンターの範囲は u/U_0 の最大値・最小値に基づいて定めている. 初期速度分布の範囲は -0.5 から 0.5 であるが, 大スケールの渦が圧力勾配を有し [59] 局所的に速度に影響を与えるため, 瞬時速度の値は初期値を超えることがある. このせん断不安定性より生じた渦による流速の増減は, 噴流条件において噴出口で瞬時速度が噴流速度を超えるときにもみられる [75,76]. せん断層は $t/t_r = 60$ において KH 不安定性により既に乱流状態となっており, 時間とともに y 方向に発達していく. WSL の結果を図 3.4 に示す. ここでは上側の図が x - y 平面の領域全体を示しており, その中で黒破線で囲われた一部分を下図で拡大して示している. $t/t_r = 60$ では, 乱流せん断層の速度変動は $y = 0$ の層中心でみられ, 乱流はまだ壁に達していない. $t/t_r = 180, 300$ では, 乱流せん断層は既に計算領域全体で発達しており, 壁による影響を強く受けることが考えられる.

図 3.5(a) に FSL における平均流れ速度 $\bar{u}$ の鉛直分布を示す. ここで, y は運動量厚さ $\delta_m = (1/4) \int (U_0 - 2\bar{u})(U_0 + 2\bar{u}) dy$ で正規化されている. y/δ_m で示された平均速度分布は自己相似領域と対応する時間帯では全く変化しない. 図 3.5(b) では u_{rms} を乱流せん断層に対する過去の実験結果 [77] および解析結果 [78] と比較している. 時刻 $t/t_r = 60$ から 140 では, u_{rms} は時間と共にわずかに減少する. 自己相似乱流せん断層では, $y = 0$ における u_{rms} はせん断層の発達時に時間に対して変化しないことがわかっている [79]. この傾向は本研究における $t/t_r = 140$ 以降でも見られることが図 3.5(b) からわかる. 今回の結果は既往研究における実験値 [77] や DNS の結果 [78] と概ね一致しており, 本研究の LES は乱流せん

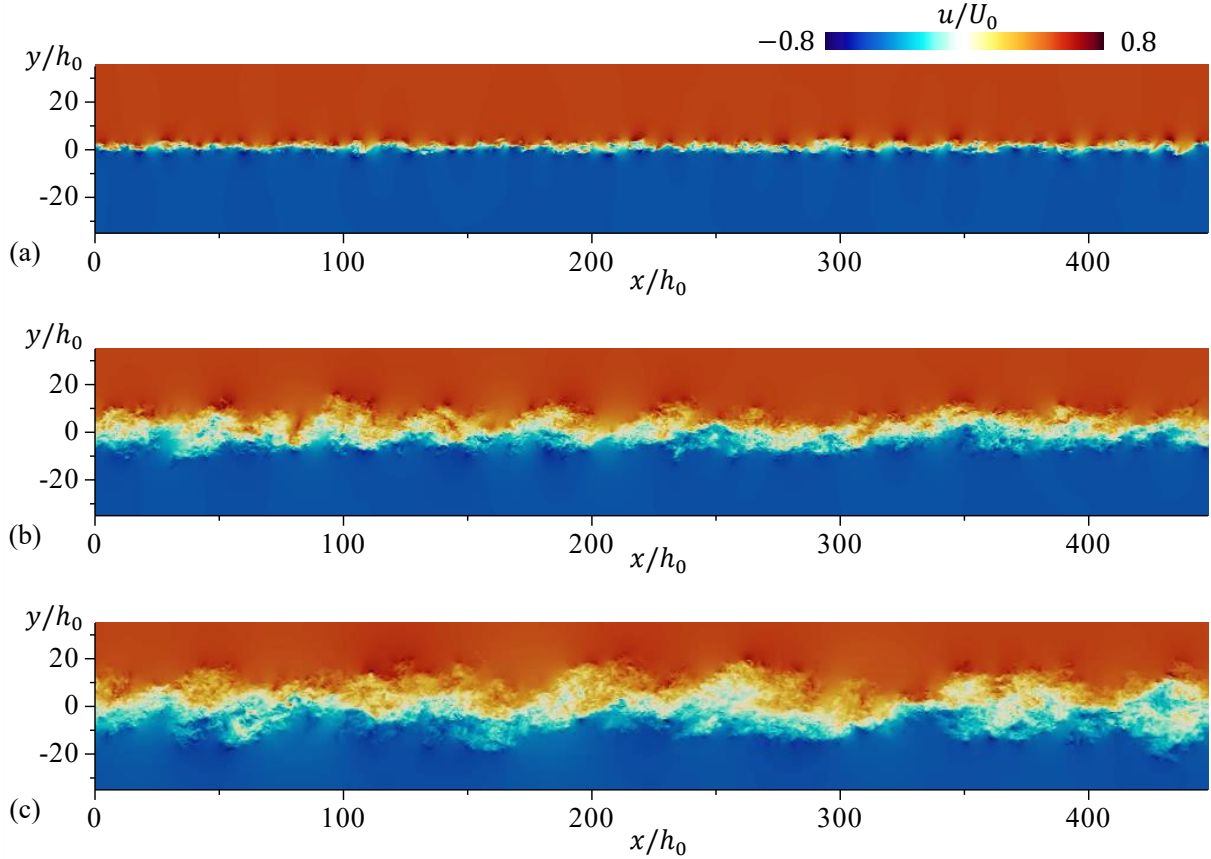


図 3.3 FSL 条件, x - y 平面における流れ方向瞬時速度の可視化図, (a) $t/t_r = 60$, (b) $t/t_r = 180$, (c) $t/t_r = 300$. 但し, 鉛直方向の可視化領域は計算領域の半分である.

断層の発達を正確に予測できている.

図 3.6(a) に WSL における平均速度分布 $\bar{u}$ を示す. $t/t_r = 60$ では $\bar{u}$ は FSL と WSL で同様の分布を示しており, $|y|$ が大きい位置では平均速度勾配 $\partial\bar{u}/\partial y$ は 0 に近い値をとっている. この時刻では乱流せん断層はまだ壁に到達していない. しかしながら, WSL では時間が経過し乱流せん断層が計算領域全体に発達すると, $y/H = \pm 0.5$ における $\partial\bar{u}/\partial y$ が増大する. 図 3.6(b)–(d) にそれぞれ u_{rms} , v_{rms} , w_{rms} の鉛直分布を示す. 速度変動は壁近傍では小さいため, 速度変動の rms 値も $y/H = \pm 0.5$ に近づくにつれて 0 へと減少していく. rms 値分布の形状は時間とともに変化する. 時刻 $t/t_r = 60$ から乱流せん断層が壁に向かって発達していくにつれて, 壁近傍の速度変動 rms 値は時間とともに増加していく. $t/t_r = 300$ では u_{rms} は $y/H \approx 0.49$ の壁近傍でピークを持つ. v_{rms} は壁によって鉛直速度変動の抑制を受けるため, 壁近傍 ($|y/H| \geq 0.3$) では u_{rms} , w_{rms} と比較して小さい値をとる.

WSL の条件では, 流れは時間とともに完全発達クエット流れに近付いていく. 本研究ではクエット流れによる流れ場への影響を考察するものではないため, WSL と FSL の比較は

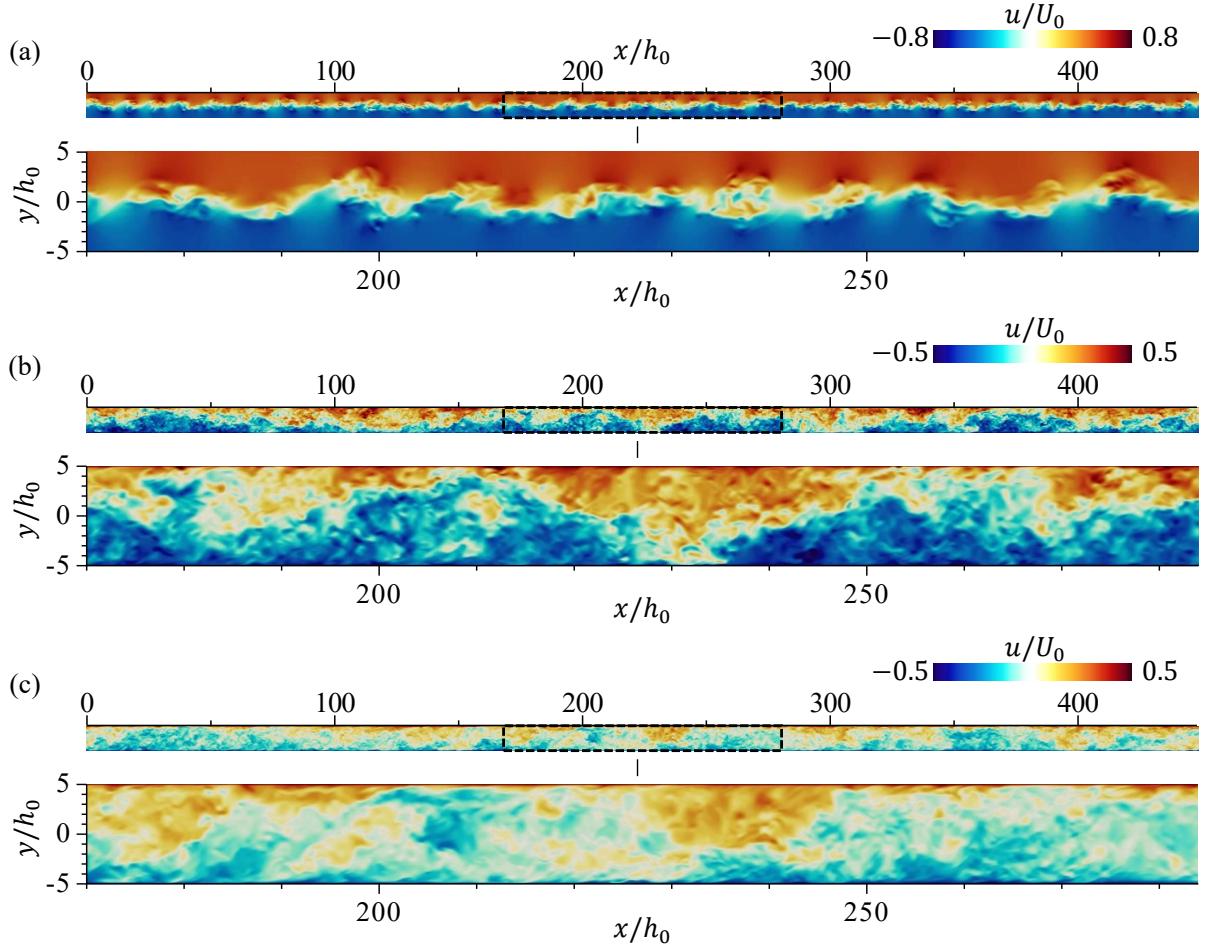


図 3.4 WSL 条件, x - y 平面における流れ方向瞬時速度の可視化図, (a) $t/t_r = 60$, (b) $t/t_r = 180$, (c) $t/t_r = 300$. 各図において, 上側の図が計算領域全体を, 下側の図が上側の図に黒破線で示した領域の拡大図を示す.

WSL で壁乱流が完全に発達する前の時刻で行う. この時刻は, 壁近傍における WSL の場合と一般的な壁乱流の場合で速度に関する統計量を比較することで決定できる. 図 3.7 に WSL と壁乱流を比較した流れ方向速度の平均値と rms 値の鉛直分布を示す. ここで, WSL の結果は計算領域下部の壁からの距離 $y_w = y + H/2$ を用いる. 位置と速度それぞれの値には壁単位とよばれる量で無次元化され, $y^+ = (y + H/2)/(\nu/u_\tau)$, $u^+ = \bar{u}/u_\tau$, $u_{rms}^+ = u_{rms}/u_\tau$ として示す. なお, u_τ は壁近傍での速度勾配 $(\partial \bar{u}/\partial y)_{\text{wall}}$ を用いた壁面せん断応力 $\tau_W = \rho \nu (\partial \bar{u}/\partial y)_{\text{wall}}$ で定義される摩擦速度であり, $u_\tau = \sqrt{\tau_W/\rho}$ である. 図 3.7(a) で平均速度分布と粘性底層 $u^+ = y^+$ および対数層 $u^+ = (1/\kappa) \ln(y^+) + A$ (但し, $\kappa = 0.41$, $A = 5.1$) の分布の比較を示す. $y^+ \lesssim 6$ では, WSL における平均速度分布は粘性底層の分布と一致する. 十分に発達した壁乱流であれば, $y^+ \gtrsim 30$ の地点で対数則に一致すると考えられる^[79]. しかしながら, WSL の条件では u^+ は対数則よりも小さい値を取っており, WSL

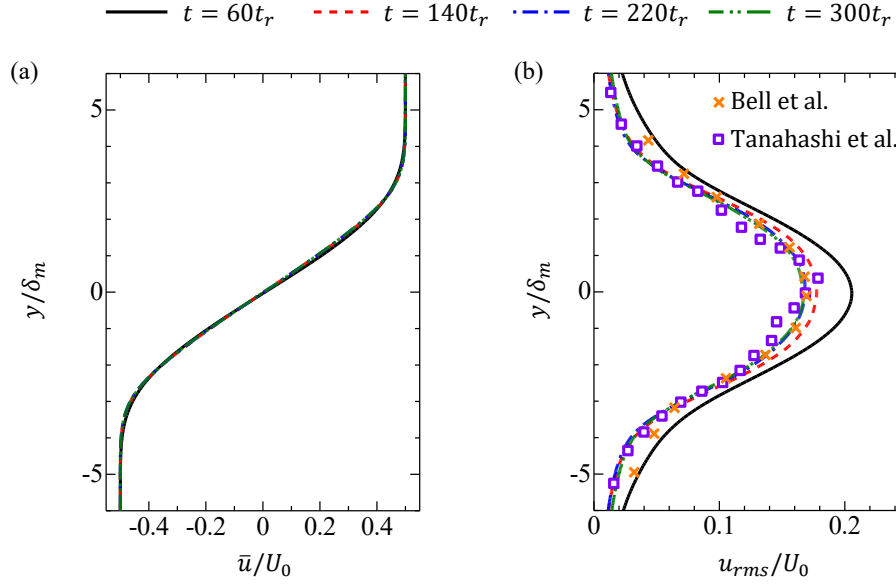


図 3.5 FSL 条件における速度の鉛直分布. (a) 流れ方向の平均速度 $\bar{u}$, (b) 流れ方向速度変動の rms 値 u_{rms} . 鉛直方向の位置 y は運動量厚さ δ_m で無次元化されている. 既往研究における実験結果^[77] と DNS の結果^[78] を比較のために示す.

では $t/t_r = 340$ においても対数層は完全には形成されていない. 図 3.7(b) では u_{rms}^+ の鉛直分布を WSL と乱流クエット流れ^[80,81] で比較している. u_{rms}^+ の分布は時間とともに完全発達クエット流れの分布に近付いていくが, 時刻 $t/t_r = 340$ においても両者の分布は一致せず, WSL はこの時刻においてもまだクエット流れにはなっていない. u^+ と u_{rms}^+ の時間変化より時刻 $t/t_r = 340$ では壁乱流は依然発達中であり, $t/t_r \leq 340$ での結果は乱流せん断層に対する壁の影響を調査する上で適切であると考え.

乱流運動エネルギーの散逸は格子サイズ以上 (グリッドスケール) の速度変動と LES 内の SGS モデルによって引き起こされる. 散逸率 ε はグリッドスケールによる散逸率 ε_G とモデルによる散逸率 ε_S を合算した $\varepsilon = \varepsilon_G + \varepsilon_S$ で表される. ここで ε_G と ε_S を以下のように示す.

$$\varepsilon_G = \nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}}, \varepsilon_S = -\overline{u'_i F(u'_i)}. \quad (3.4)$$

陰的 LES では, エネルギー散逸率は式 (3.4) の二成分の和として正確に評価できる^[49,76]. 図 3.8(a) に WSL および FSL における散逸率 ε の時間変化を示す. 乱流せん断層が発達すると, ε は時間と共に減衰していく. この減衰は FSL に比べて WSL の方がより早い結果となった. 時間発展型せん断層では ε は自己相似仮定より $\varepsilon \sim t^{-1}$ のべき乗則を持つ. このべき乗則は FSL における時刻 $t/t_r \approx 180$ 以降でみられる. 図 3.8(b) にせん断層中心における

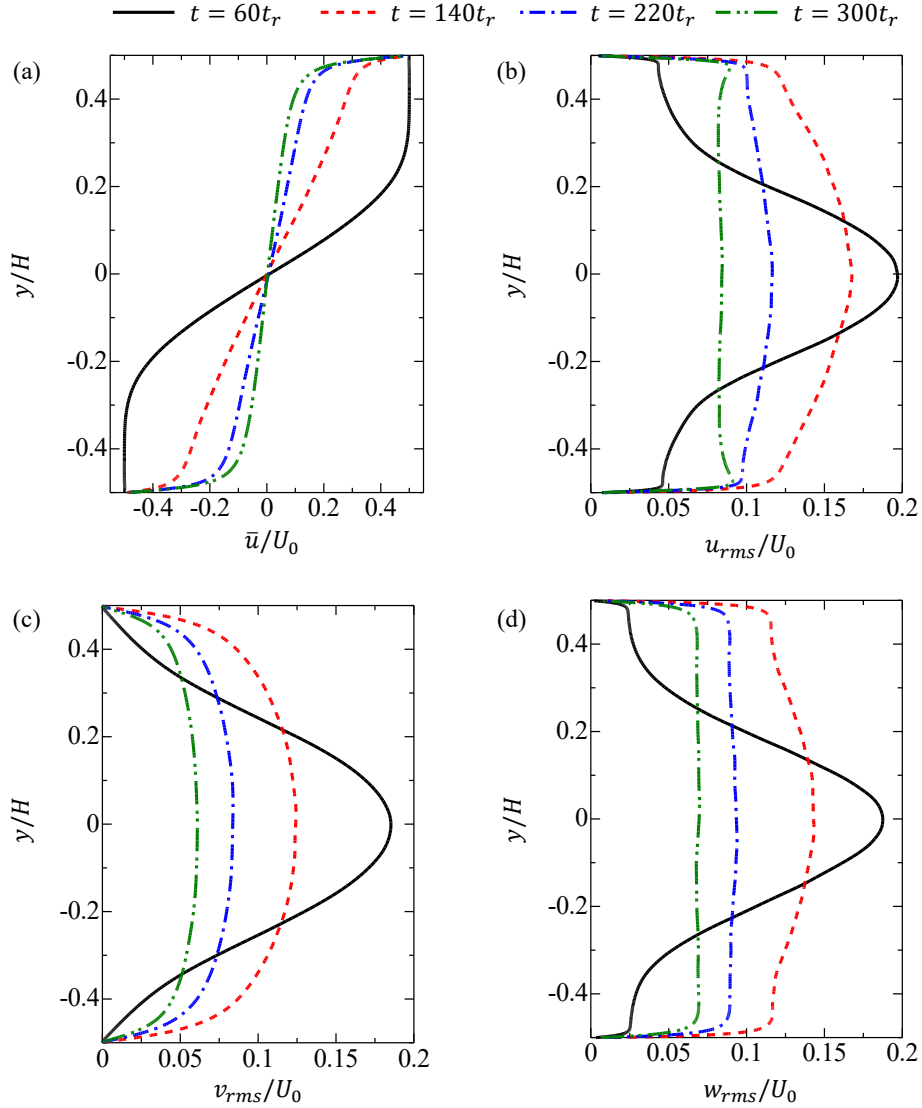


図 3.6 WSL 条件における速度の鉛直分布. (a) 流れ方向の平均速度 $\bar{u}$, (b) 流れ方向速度変動の rms 値 u_{rms} , (c) 鉛直方向速度変動の rms 値 v_{rms} , (d) スパン方向速度変動の rms 値 w_{rms} . 鉛直方向の位置 y は壁間距離 H で無次元化されている.

乱流レイノルズ数 $Re_\lambda = u_0 \lambda / \nu$ の時間変化を示す. ここで, 乱流レイノルズ数は速度変動の rms 値 $u_0 = \sqrt{(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})/3}$ とテイラーマイクロスケール $\lambda = \sqrt{15\nu u_0^2/\varepsilon}$ で定義される. 不安定性によって発生する乱流は $t/t_r = 60$ の時点で $Re_\lambda \approx 200$ であり, その後 FSL では λ の増加によって Re_λ は時間とともに大きくなるが, 対して WSL では図 3.6 で示したように u_0 の減衰によって Re_λ は時間と共に小さくなる.

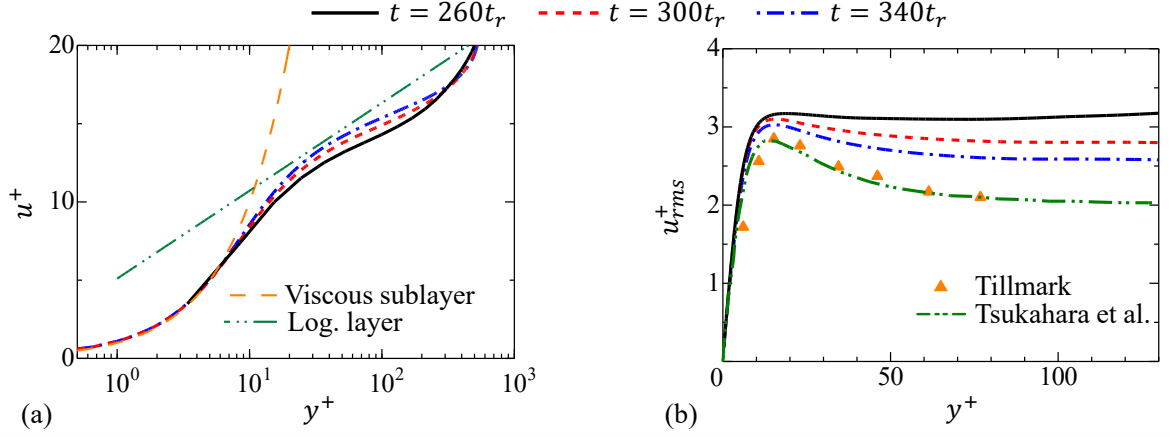


図 3.7 (a) 流れ方向の平均速度 $u^+ = \bar{u}/u_\tau$ と (b) 流れ方向速度変動の rms 値 $u_{rms}^+ = u_{rms}/u_\tau$ の鉛直分布. 縦軸はともに計算領域下部の壁面近傍における摩擦速度 u_τ により無次元化されている. 横軸は計算領域下部の壁からの距離 $y_w = y + H/2$ を ν/u_τ で無次元化した y^+ を用いている.

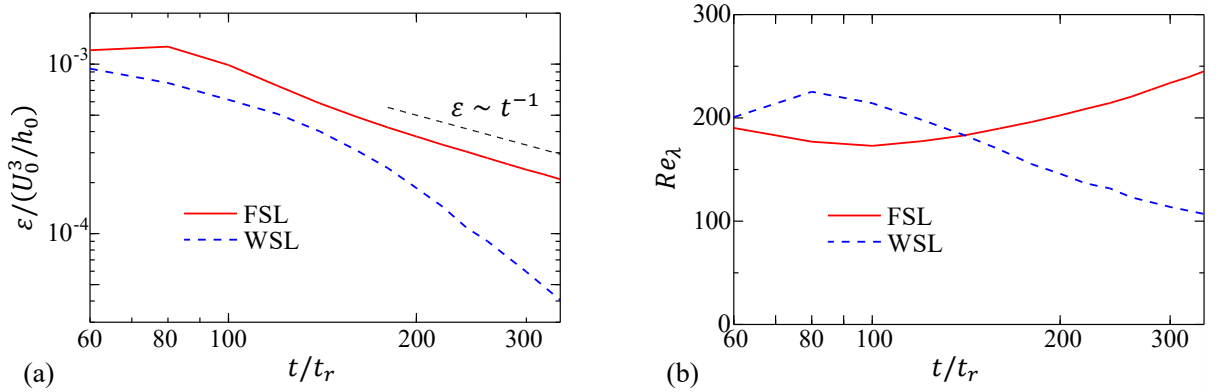


図 3.8 (a) 乱流運動エネルギーの散逸率 ε と (b) せん断層中心における乱流レイノルズ数 Re_λ の時間変化.

3.3.2 大スケール速度変動の長さスケール

この節では, 流れの特性長さスケールを FSL と WSL で比較する. 始めに, 鉛直長さスケールの一つであるせん断層厚さ δ_u を考える. せん断層厚さ δ_u は鉛直速度分布において平均速度が $\bar{u}/U_0 = \pm 0.45$ となる鉛直方向の幅で定義される. 図 3.9 に h_0 によって無次元化された δ_u の時間変化を示す. 比較のため, SSSL におけるデータ^[49] も含まれているが, こちらの比較に関しては後節で行う. FSL のような自由発達乱流せん断層では, δ_u は時間と共に増加し続ける. δ_u の増加率が $t/t_r = 100$ 以降わずかに低下するのは, 乱流せん断層における自己相似領域の特性による. この傾向は先行研究と一致する^[59,82]. δ_u の増加は,

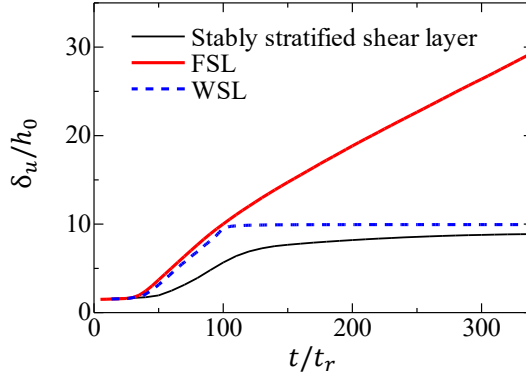


図 3.9 せん断層厚さ δ_u の時間変化. SSSL における LES の結果^[49] も比較の為示されている.

$t/t_r \approx 100$ までは類似している. WSL では, その後壁によってせん断層厚さが $\delta_u/h_0 \leq 10$ に制限されるため, $t/t_r = 100$ 以降では $\delta_u \approx 10$ で一定となる. これは $t/t_r \geq 100$ で乱流の鉛直方向運動が壁の影響を大きく受けることを意味する.

図 3.10 と図 3.11 にせん断層中心 $y = 0$ における x - z 平面の流れ方向瞬時速度分布を示す. 各図の左上には鉛直方向の長さスケールと比較するために δ_u の長さを示す矢印が記されている. u の流れ方向長さスケールは FSL, WSL とともに時間とともに大きくなる. FSL では, u の流れ方向長さスケールのみならず δ_u も時間とともに大きくなる. 図 3.10 より, FSL では $u > 0$ もしくは $u < 0$ を持つ領域はおおよそ δ_u に近い大きさである. WSL では, $t/t_r = 60$ から 300 にかけて u の流れ方向長さスケールは FSL と同様に大きくなるが, δ_u は $t/t_r \approx 100$ 以後でほとんど増加しないため, u の流れ方向と鉛直方向の長さスケール比が時間と共に大きくなる. 図 3.11(a) では図 3.10(a) と比べて見た目に大きな違いが見られないのに対して, 図 3.11(b) は図 3.10(b) と比べてせん断層の厚さが小さく, $u < 0, u > 0$ の領域がスパン方向に短く流れ方向に長い. この傾向は図 3.11(c) と図 3.10(c) の比較でより顕著となる. 図 3.11(c) に示す u の水平面分布から, δ_u よりも x 方向に長い乱流構造 (ELSS) が確認できる. 後節で説明するが, SSSL においても類似した構造が観察でき, SSSL では浮力を復元力とした安定な成層化によってせん断層の鉛直方向発達が阻害される. FSL では δ_u も増加しており, 強い非等方性をもつ ELSS は生じていない. FSL でも $u < 0$ と $u > 0$ となる領域がスパン方向よりも流れ方向でより大きくなっているものの, これは乱流の縦方向長さスケールと横方向長さスケールが異なることで生じるものである. 縦方向の積分スケールは x 方向の u の二点相関による自己相関関数によって定義され, 横方向のスケールは y もしくは z 方向の u の二点相関による自己相関関数によって定義される. 一様等方性乱流では, 縦方向の積分スケールは横方向の積分スケールの二倍の大きさとなる^[72]. したがって, 図 3.10 におけるスパン方向と流れ方向の長さスケールの違いは異方性によるもの

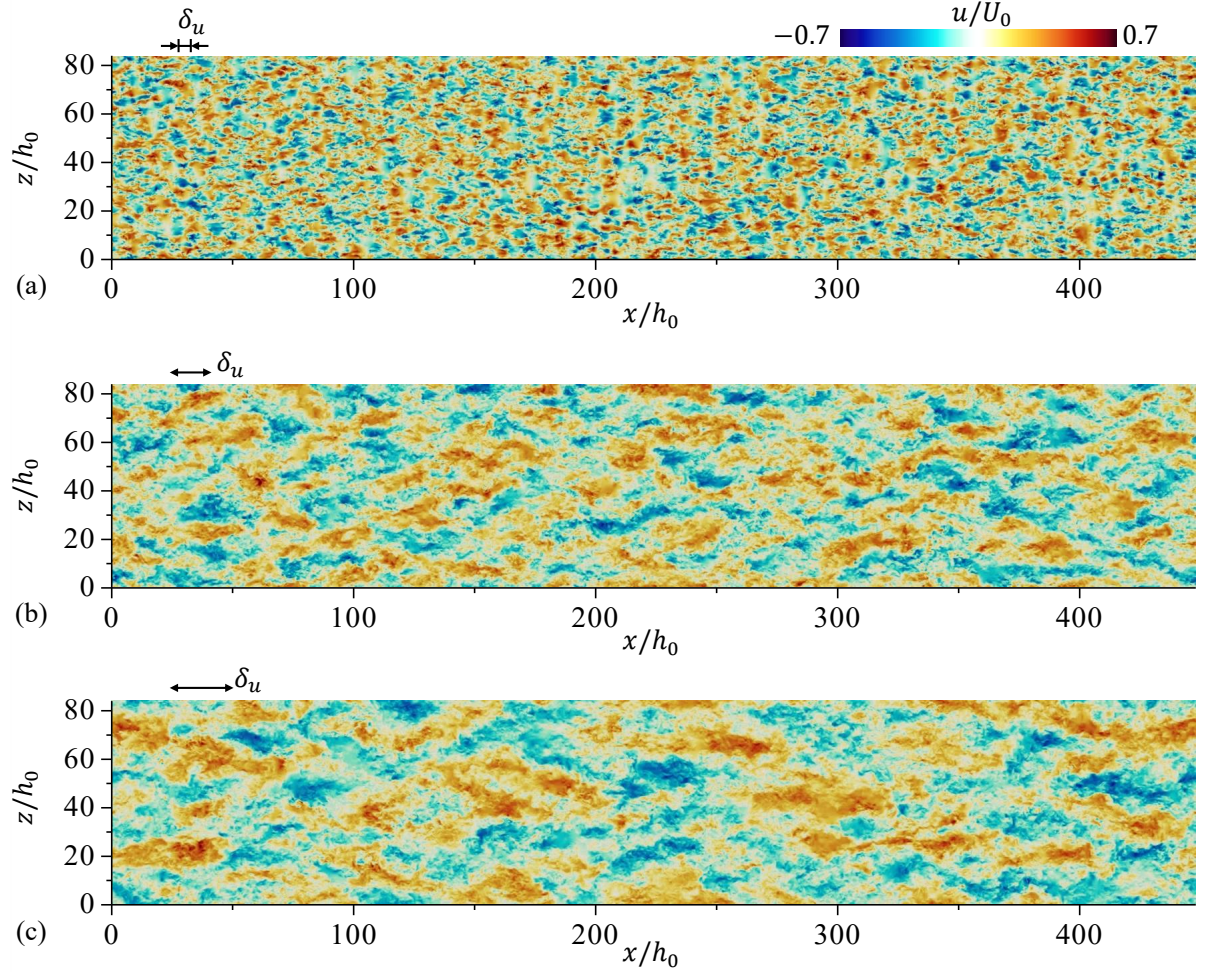


図 3.10 FSL 条件でのせん断層中心 ($y = 0$) における x - z 平面の流れ方向瞬時速度分布
(a) $t/t_r = 60$, (b) $t/t_r = 180$, (c) $t/t_r = 300$.

とはいえない。

次に、速度変動のスケール依存性を評価するため、 u の一次元エネルギースペクトルを調査した。ここで、エネルギースペクトル E_u は x 方向または z 方向のフーリエ変換によって計算した。 $u(x, y, z, t)$ の x 方向フーリエ変換は $\hat{u}(k_x, y, z, t)$ で示される。ここで、 k_x は流れ方向の波数である。 u から $\hat{u}$ の変換には高速フーリエ変換を用いた。 u のエネルギースペクトルは $\hat{u}$ と $\hat{u}$ の複素共役である $\hat{u}^*(k_x, y, z, t)$ によって、 $E_u(k_x, y, t) = \text{Re}(\widehat{\hat{u}\hat{u}^*})$ で定義される。ここで、 $\text{Re}(f)$ は複素変数 f の実数部分を示す。 $(\widehat{\hat{u}\hat{u}^*})$ は z 方向の空間平均と数値解析のアンサンブル平均によって平均化されている。スパン方向の波数 k_z によるエネルギースペクトルも同様に定義され、 z 方向の u のフーリエ変換は $\hat{u}(x, y, k_z, t)$ であり、 $(\hat{u}\hat{u}^*)$ の空間平均を x 方向にとる。エネルギースペクトルは流れ方向とスパン方向の波長 $\lambda_x = 2\pi/k_x, \lambda_z = 2\pi/k_z$ の関数として示される。

図 3.12 に $t/t_r = 60, 180, 300$ における $k_x E_u$ を (λ_x, y) の関数で示した分布を示す。

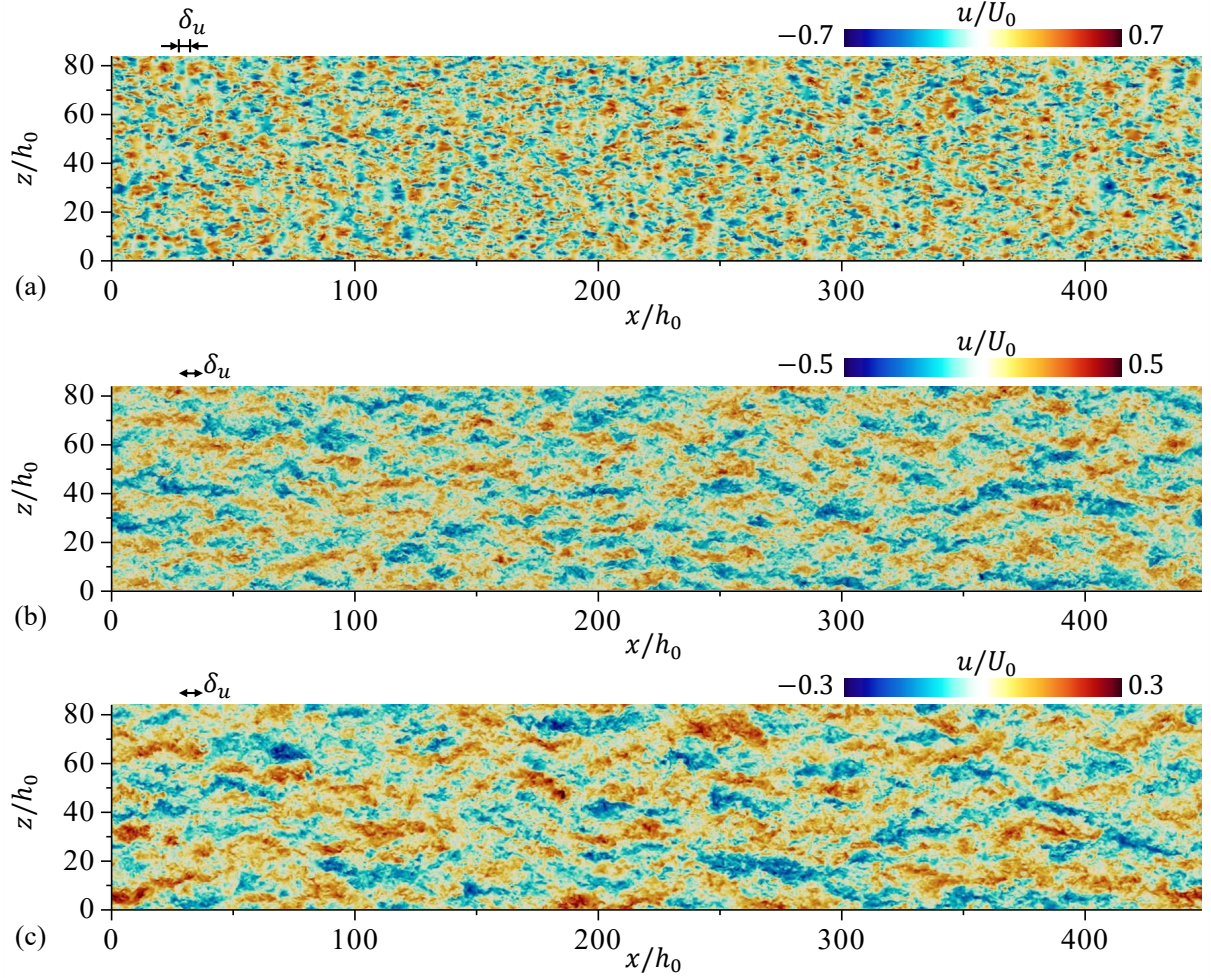


図 3.11 WSL 条件でのせん断層中心 ($y = 0$) における x - z 平面の流れ方向瞬時速度分布
(a) $t/t_r = 60$, (b) $t/t_r = 180$, (c) $t/t_r = 300$.

(a)–(c) に FSL, (d)–(f) に WSL の結果をそれぞれ示す. $y = 0$ を境に流れは上下方向に対称であるため, $y \geq 0$ における結果を示している. 横軸は波長 $\lambda_x = 2\pi/k_x$ を示す. $k_x d(\log_{10} k_x) \propto dk_x$ と $\log_{10} k_x \propto -\log_{10} \lambda_x$ の関係式から, $k_x E_u$ は対数軸上での λ_x のスケールにおける u_{rms}^2 への寄与度を示す. したがって, E_u の代わりに k_x を乗算した $k_x E_u$ を示すことで, 速度変動への寄与度を評価することができる. この手法は乱流における速度変動のスケール依存性を評価する際に広く使われている^[59,62,83,84]. 図 3.12 の縦軸と横軸はともに δ_u により無次元化されている. FSL において, y のどの位置・時刻においても $k_x E_u$ はピーク値を $\lambda_x/\delta_u \approx 3$ 付近にもち, 分布も時間とともにほとんど変化しない. また, 乱流せん断層の外側ではより速度変動も小さくなるため, $k_x E_u$ は y が大きくなるにつれて減少する. 対して, WSL では $k_x E_u$ が時間に大きく依存する. $k_x E_u$ が大きな値をとる波長域は時間とともに大きくなり, δ_u よりもはるかに大きい流れ方向長さスケールの運動が速度変

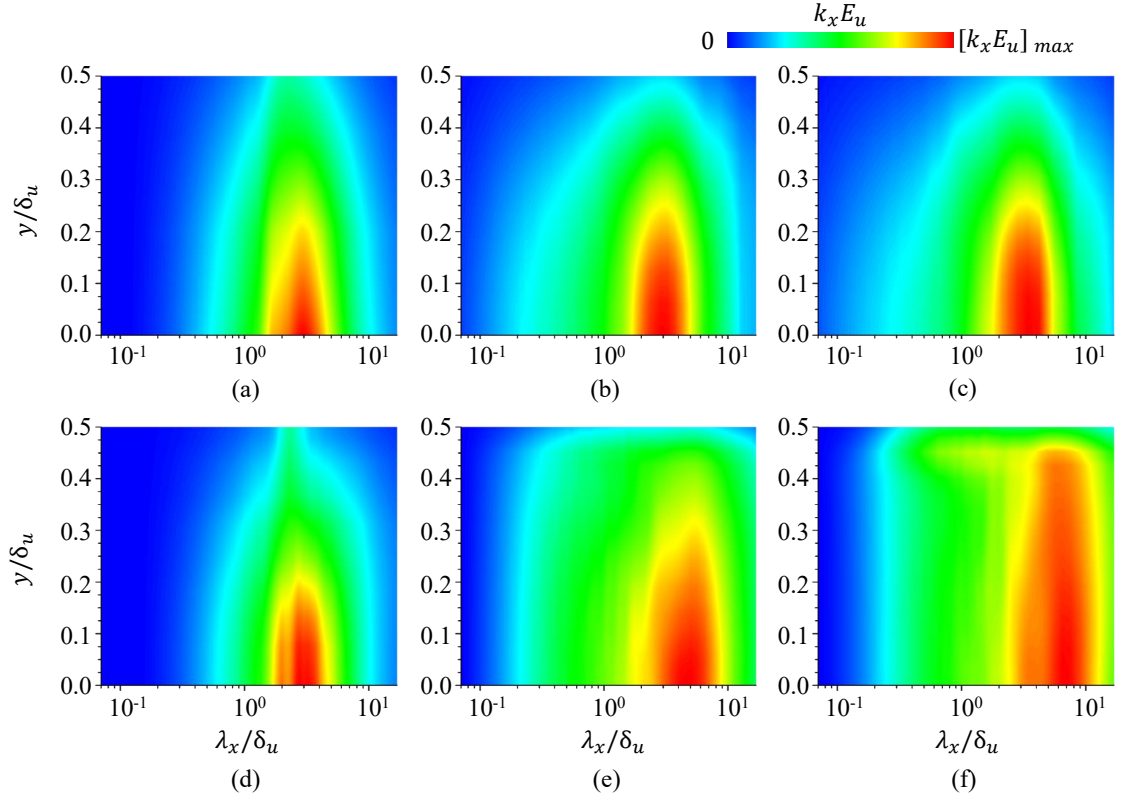


図 3.12 流れ方向速度に対するエネルギースペクトル $k_x E_u(k_x)$ の空間分布図. (a)–(c) は FSL, (d)–(f) は WSL の条件であり, (a),(d) $t/t_r = 60$, (b),(e) $t/t_r = 180$, (c),(f) $t/t_r = 300$ である.

動に対して支配的である. この支配的な長さスケールの変化は図 3.11 で可視化した ELSS の形成と関係がある. また, 乱流せん断層が壁に到達していない $t/t_r = 60$ では FSL, WSL で $k_x E_u$ の y 方向依存性に大きな変化はないものの, 時刻 $t/t_r = 180, 300$, 高さ $y/\delta_u \approx 0.5$ における $k_x E_u$ の波数依存性は大きく異なる. この高さでは, FSL では $k_x E_u$ が $y/\delta_u \approx 3$ から離れるにつれて減少していくが, WSL では $0.2 \lesssim \lambda_x/\delta_u \lesssim 2$ において $k_x E_u$ は大きな値を持つ. つまり, FSL では y が高い位置では小スケール乱流運動は無視できるのに対し, WSL では $y/\delta_u \approx 0.5$ の高さでも小スケール乱流運動は活発である. FSL ではこの位置で乱流流体と非乱流流体が共存しており, 非乱流流体では小スケール変動が存在しない^[75,85]. 対して, WSL では $t/t_r \approx 100$ 以降もせん断不安定性により生じた乱流が壁面間の領域全体に広がっており, このことから WSL では $0.2 \lesssim \lambda_x/\delta_u \lesssim 2$ といった小スケールにおいても速度変動のエネルギーを保持している. これらの違いが FSL と WSL で差が生じる原因と考えられる.

図 3.13 に $y = 0$ における $k_x E_u / (k_x E_u)_{max}$ を FSL と WSL で比較した図を示す. 時刻 $t/t_r = 60$ の時点で WSL の条件では乱流が壁に到達していないため, WSL と FSL におけ

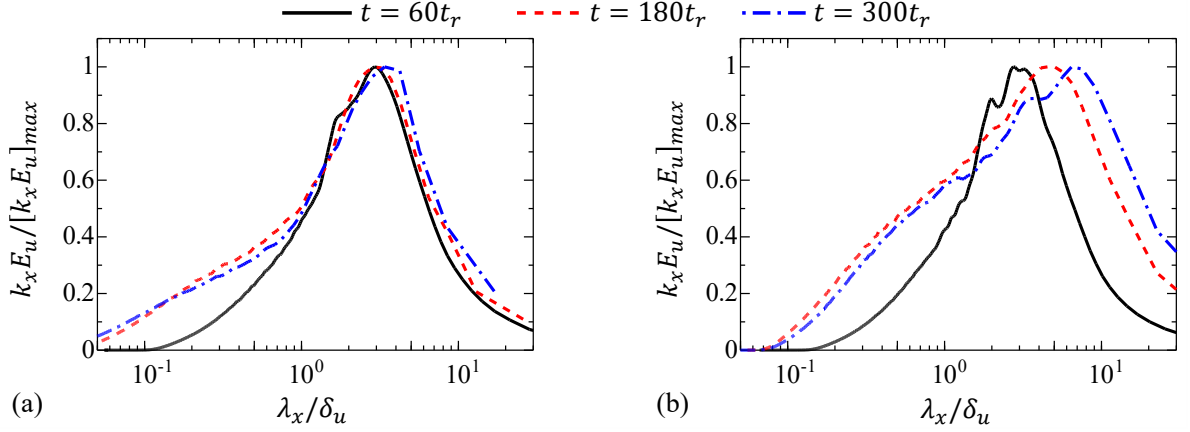


図 3.13 せん断層中心 ($y = 0$) における流れ方向速度に対する流れ方向のエネルギースペクトル $k_x E_u(k_x)$ の分布図, (a) FSL, (b) WSL.

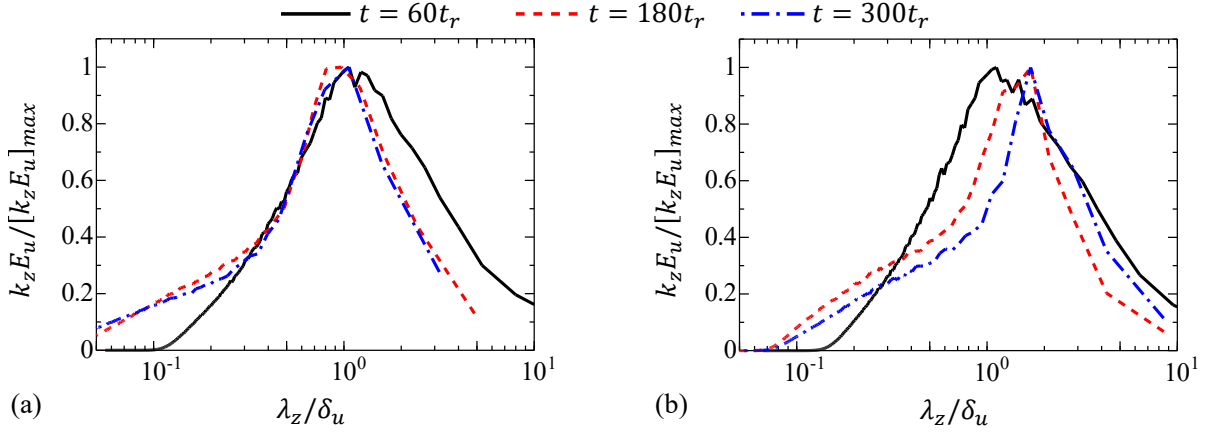


図 3.14 せん断層中心 ($y = 0$) における流れ方向速度に対するスパン方向のエネルギースペクトル $k_z E_u(k_z)$ の分布図, (a) FSL, (b) WSL.

る分布とピーク波長 $\lambda_x / \delta_u \approx 3$ は類似している. FSL ではその後も時間に関係なくピーク波長は $\lambda_x / \delta_u \approx 3$ から変化しないが, WSL ではピーク波長が時間と共により大きいスケールへ変化する. 図 3.14 に z 方向にフーリエ変換して得られたスパン方向エネルギースペクトルを示す. スパン方向のスペクトル $E_u(k_z)$ は k_z によって乗算され, λ_z に対する分布を示す. $k_z E_u(k_z)$ のピーク波長はどちらの条件, どの時刻においても $1 \lesssim \lambda_z / \delta_u \lesssim 2$ に存在する. WSL におけるピーク波長は時間とともに増加傾向にあるが, 変化幅は流れ方向のエネルギースペクトルに比べて小さい.

長さスケールの時間変化を評価するため, $k_x E_u(k_x), k_z E_u(k_z)$ のピーク波長をそれぞれ Λ_x, Λ_z と定義する. ピーク波長はその向きに対するエネルギー含有長さスケールを示す. 図 3.15 に時刻 $t/t_r = 60$ から $t/t_r = 340$ における Λ_x と Λ_z の時間変化を示す. 図 3.15(a) の SSSL 条件での結果は後節で比較する際に用いる. 図 3.15(a) において, FSL, WSL と

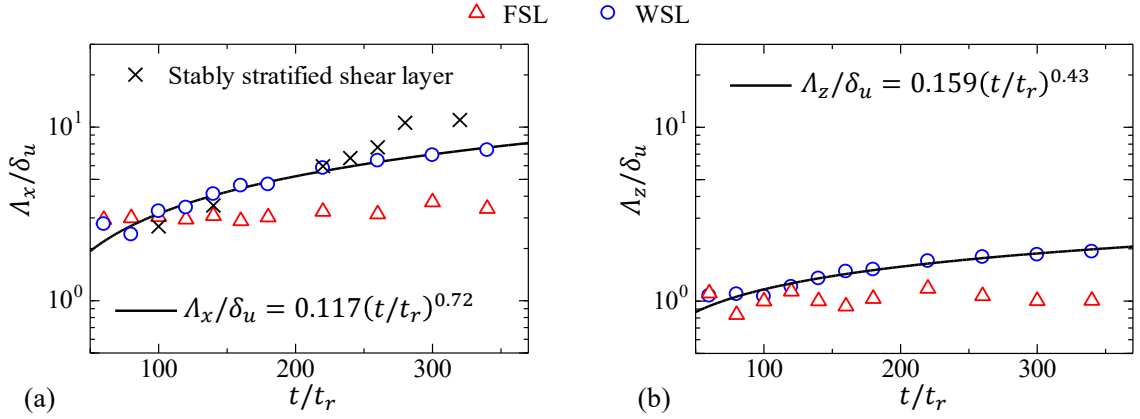


図 3.15 $y = 0$ における (a) Λ_x , (b) Λ_z の時間変化. 黒の実線は $t/t_r \geq 120$ 以後の値を用いた近似べき曲線である. (a) では SSSL における LES の結果^[49] も示す.

もに時刻 $t/t_r = 100$ までは $\Lambda_x/\delta_u \approx 3$ であるが, WSL では時刻 $t/t_r = 120$ から Λ_x/δ_u が増加し始め, FSL では時間によって Λ_x/δ_u が変化しないという差が生じる. WSL における Λ_x/δ_u の増加傾向は t のべき乗則に近似でき, 時刻 $t/t_r = 120$ 以降のデータを用いて最小二乗法で求めた近似曲線は $\Lambda_x/\delta_u = 0.117(t/t_r)^{0.72}$ となる. 同様の傾向は図 3.15(b) でもみられる. WSL における Λ_z/δ_u は, 変化率は小さいが時間とともに増加し, 一方で FSL では $\Lambda_z/\delta_u \approx 1$ で一定となる. WSL の Λ_z/δ_u に対する近似曲線も同様に求めた結果, $\Lambda_z/\delta_u \sim (t/t_r)^{0.43}$ となった. これらの結果より, Λ_x は Λ_z よりも早く増加しており, WSL の速度場は時間とともにより異方的となる. 波長 Λ_x と Λ_z はそれぞれ u の縦方向・横方向に対する積分スケールと関係がある. 前述したが, 一様等方性乱流における縦方向と横方向の積分スケールの比は 2 である. Λ_x と Λ_z の比 Λ_x/Λ_z は時間発展とともに 2 よりも明らかに大きくなっており, この流れ場が異方的になっていることを示している.

3.3.3 固有直交分解 (Proper Orthogonal Decomposition, POD)

乱流せん断層に対する壁の影響により, ELSS が発達した. ELSS はせん断層厚さよりもはるかに大きい流れ方向長さスケールと大きなエネルギーを持つ. 前節では速度分布とエネルギースペクトルを用いて ELSS の存在を示した, 本節では, ELSS の特性をより明らかにするため, 固有直交分解 (POD) を用いて ELSS に関係する速度変動を流れ場から抽出し解析を行う. POD は流れ場から大きなエネルギーを持つ乱流構造を抽出する際に用いられる手法である^[67–69,86,87]. 本研究では $x - z$ 平面の瞬時速度ベクトル $\mathbf{u}(x, y = 0, z) = (u, v, w)$ に対して時間ステップごとに POD 解析を行い, $\mathbf{u}$ を複数のモードに分解する. モードはエネルギー含有率の大きい順に並べられるので, 最初のモードが最も乱流運動エネルギーに大きな影響を及ぼすモードとなる.

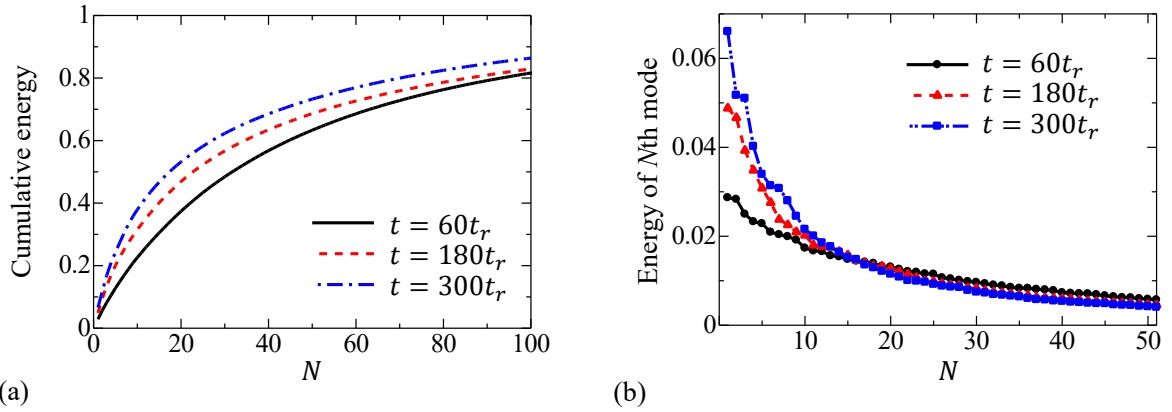


図 3.16 WSL, $y = 0$ での POD 解析における (a) 第 1 モードから第 N モードまでのエネルギー含有率の合計 (b) 第 N モードが持つそれぞれのエネルギー含有率.

図 3.16(a) に第 1 モードから第 N モードまでのエネルギー含有率の合計 $F(N)$ を N の関数として, 図 3.16(b) にそれぞれのモードにおけるエネルギー含有率を示す. POD 解析は ELSS が発生する WSL の条件に対して行われ, 図 3.16 は WSL における $t/t_r = 60, 180, 300$ の結果を示す. 図 3.16(a) より, エネルギー含有率の合計は $N = 1$ から 20 にかけて大きく増加しており, $t/t_r = 300$ では総エネルギーの 50% を 18 モードのみで保持することがわかる. また, 図 3.16(b) より, 各モードの含有率は時間とともに $N \lesssim 15$ では増加, $N \gtrsim 15$ では減少と逆の傾向を示す. すなわち, 時刻が進むにつれてより少ないモード数で多くのエネルギー含有率を保持する. よって, ELSS の発達後, より少ないモード数で ELSS のような大きなエネルギーを持つ流れ構造を記述できる.

POD 解析により, 速度場をコヒーレント成分 $\mathbf{u}^{(c)}$ と残り成分 $\mathbf{u}^{(i)}$ の二成分に分解した. コヒーレント成分は $N = 1$ から $N_{th}(\lambda_{th})$ までのモードで構成された速度成分である. ここで, λ_{th} はエネルギー含有率の閾値であり, $N_{th}(\lambda_{th})$ は第 1 モードから第 N_{th} モードまでの含有率の合計が初めて $100\lambda_{th}\%$ を超えたときのモードの閾値である. エネルギー含有率の合計から閾値を設定し分解する手法は既往研究でも広く用いられている [59,88]. なお, 以後の結果では $\lambda_{th} \approx 0.5$ を閾値として用いるが, 閾値の大きさによって各成分の傾向は変化しなかったため, 閾値の変化は結果に影響をほとんど及ぼさない. 残り成分はコヒーレント成分で抽出されなかった残りの成分で構成され, $\mathbf{u}^{(i)} = \mathbf{u} - \mathbf{u}^{(c)}$ で表される.

図 3.17 に WSL, $t/t_r = 300$, せん断層中心における $u^{(c)}$ と $u^{(i)}$ を示す. POD によって抽出されたコヒーレント成分 $u^{(c)}$ を用いて, 流れ方向の大きな長さスケールを表現できている. また, 残り成分 $u^{(i)}$ はコヒーレント成分よりも小さい長さスケールを持っている. 以上より, POD 解析は発達中の乱流せん断層で ELSS を抽出するのに有用な手法であることが確認された.

図 3.18 に流れ方向速度 $u, u^{(c)}, u^{(i)}$ の流れ方向の波数スペクトル $E_u(k_x), E_u^{(c)}(k_x), E_u^{(i)}(k_x)$

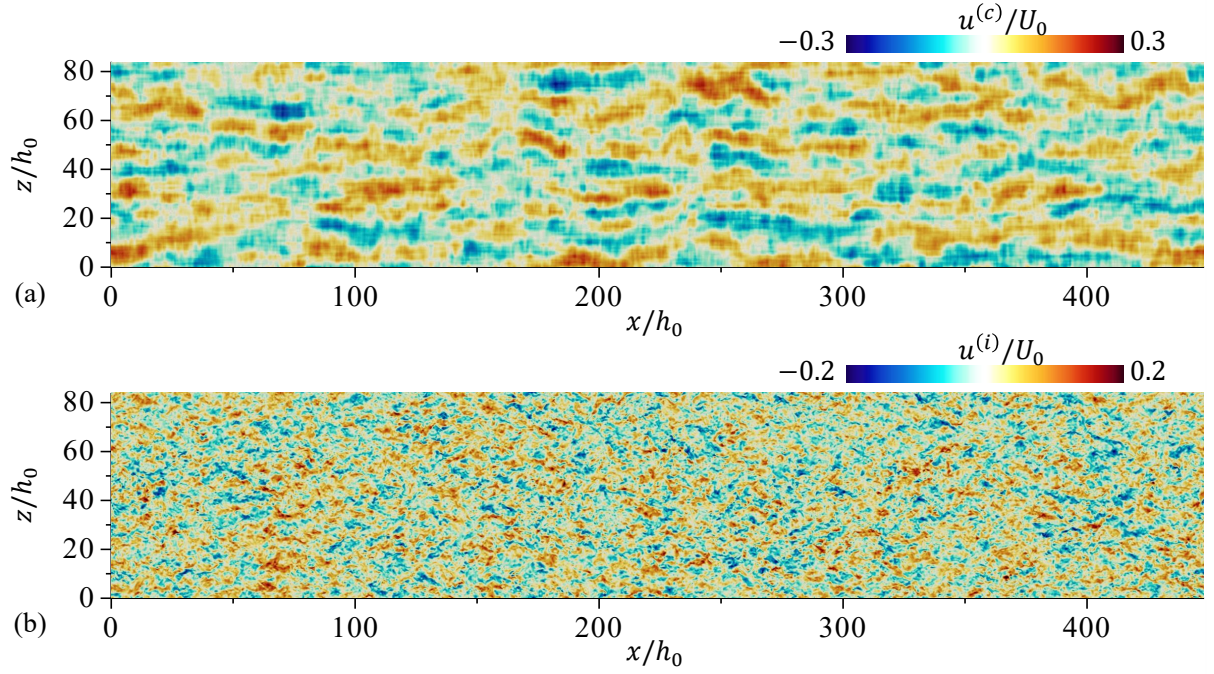


図 3.17 POD 解析により分解された流れ方向の瞬時速度場 (a) コヒーレント成分 $u^{(c)}$, (b) 非コヒーレント成分 $u^{(i)}$.

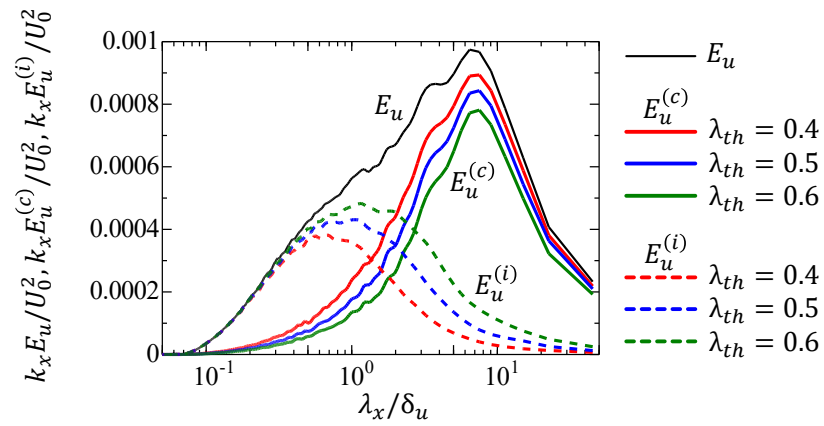


図 3.18 POD 解析によって分解された流れ方向速度成分に対するエネルギースペクトルの分布図.

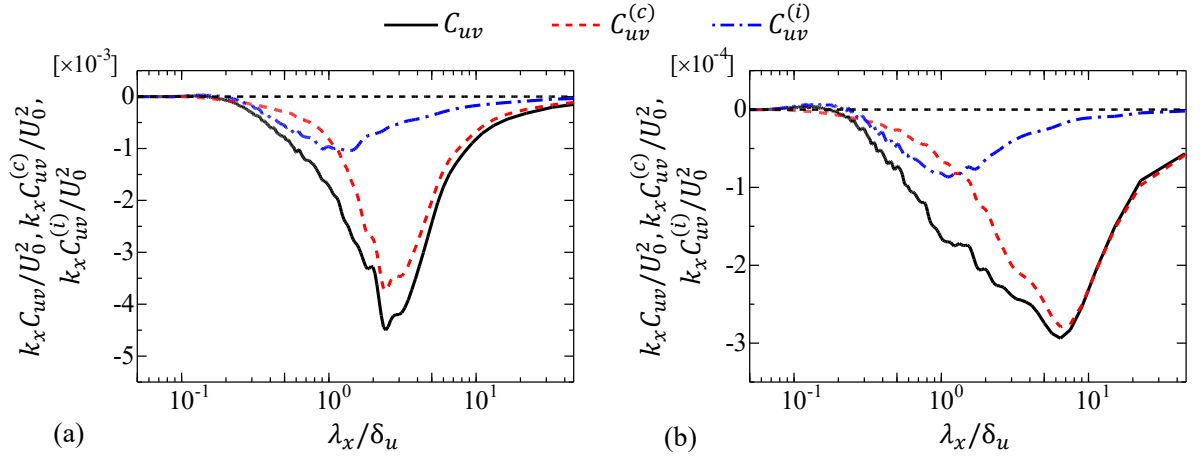


図 3.19 $y = 0$ における, POD 解析によって分解された流れ方向速度と鉛直方向速度成分に対するコスペクトルの分布図, (a) $t/t_r = 80$, (b) $t/t_r = 300$.

を示す. POD により分解されたスペクトルについては異なる λ_{th} での結果も比較する. E_u および $E_u^{(c)}$ では $\lambda_x/\delta_u \approx 7$ 付近で $k_x E_u$ のピーク値を持つが, $E_u^{(i)}$ ではピーク波長は小さくなる. 以上より, POD は ELSS の速度変動を適切に抽出できる. また, $E_u^{(i)}$ でのピーク波長は $\lambda_x/\delta_u \approx 10^0$ である. δ_u は, 乱流せん断層における ELSS よりも小さい大スケール運動の特性長さスケールの一つであるため, この大スケール運動は $\mathbf{u}^{(i)}$ に対応するモードで表現できている. また, より小さいスケールでは, $E_u^{(i)}$ の大きさは E_u に近付くため, 小スケール変動に対して $\mathbf{u}^{(i)}$ が支配的である.

レイノルズ応力 $\overline{u'v'}$ も $u' = u'^{(c)} + u'^{(i)}, v' = v'^{(c)} + v'^{(i)}$ より, 直交性から $\overline{u'v'} = \overline{u'^{(c)}v'^{(c)}} + \overline{u'^{(i)}v'^{(i)}}$ と分解できる. これを用いて, レイノルズ応力のスケール依存性を $(u', v'), (u'^{(c)}, v'^{(c)}), (u'^{(i)}, v'^{(i)})$ のコスペクトル $C_{uv}, C_{uv}^{(c)}, C_{uv}^{(i)}$ で評価する. なお, コスペクトルは二つの異なる変動量の相互相関に対するクロススペクトルの実部である. 図 3.19 に $t/t_r = 80, 300$ における $k_x C_{uv}(k_x), k_x C_{uv}^{(c)}(k_x), k_x C_{uv}^{(i)}(k_x)$ を示す. 乱流せん断層では, 負の $\overline{u'v'}$ が乱流運動エネルギーの生成に寄与する. $k_x C_{uv}$ と $k_x C_{uv}^{(c)}$ の負のピーク値は, 時刻 $t/t_r = 80$ の時点で $\lambda_x/\delta_u \approx 2$ に, 時刻 $t/t_r = 300$ の時点で $\lambda_x/\delta_u \approx 7$ に存在する. よって, 時間が経過すると $\lambda_x/\delta_u \gg 1$ である ELSS による速度変動が乱流運動エネルギー生成に対して支配的となる. このように, ELSS によるエネルギー生成に関しても, POD を用いたコヒーレント成分の抽出によって考察できた. 一方, $k_x C_{uv}^{(i)}$ は $\lambda_x/\delta_u \approx 1$ で負のピークを持ち, この波長は $k_x C_{uv}^{(c)}$ よりも小さい. また, $t/t_r = 80$ では現れないが, $t/t_r = 300$ では $0.1 \lesssim \lambda_x/\delta_u \lesssim 0.2$ でコスペクトルが正となる. C_{uv} の積分値は流れ方向運動量の鉛直乱流流束 $\overline{u'v'}$ と等しい. 小スケールにおいて $k_x C_{uv}^{(i)}$ が正となるのは, 運動量輸送が逆勾配方向に起きていることを示す. 小スケールにおける逆勾配運動量輸送はチャンネル流れや安定密度成層における既往研究でもみられ^[49,71], $k_x C_{uv}$ の波数依存性も今回の WSL における

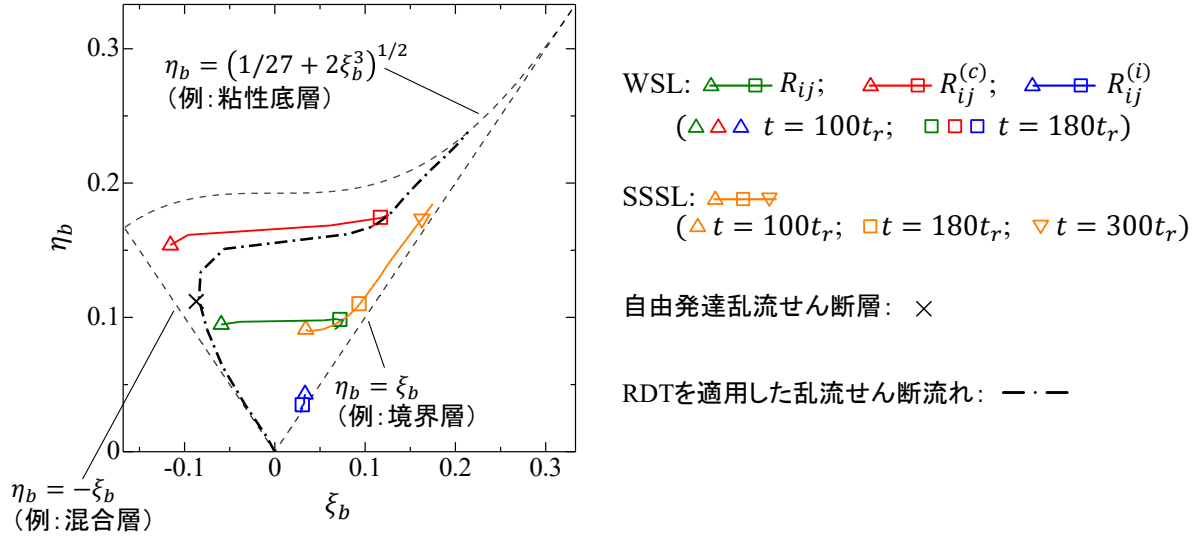


図 3.20 WSL, $y = 0$ における ξ_b, η_b の $t/t_r = 100-340$ における時間変化.

結果と定性的に一致している.

流れの大スケール等方性に対する ELSS の影響を POD によって調査した. 乱流における大スケールの等方性は, 正規化異方性テンソルによって以下で評価される.

$$b_{ij} = \frac{R_{ij}}{R_{kk}} - \frac{1}{3}\delta_{ij} \quad (3.5)$$

ここで, $R_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$ はレイノルズ応力テンソルである. b_{ij} の不変量は $\eta_b = (b_{ij}b_{ji}/6)^{1/2}$ と $\xi_b = (b_{ij}b_{jk}b_{ki}/6)^{1/3}$ で定義される. (ξ_b, η_b) の分布図は Lumley の三角形と呼ばれ, R_{ij} の異方度を調査するのに用いられる^[79]. ここでは R_{ij} に加え, POD によって分解されたレイノルズ応力テンソル $R_{ij}^{(c)} = \overline{u_i^{(c)} u_j^{(c)}}$ と $R_{ij}^{(i)} = \overline{u_i^{(i)} u_j^{(i)}}$ を用いて (ξ_b, η_b) を評価する. 図 3.20 に $y = 0$, $t/t_r = 100-340$ における (ξ_b, η_b) の軌跡を示す. 本研究の結果を自由発達乱流せん断層^[59]と SSSL^[49]における数値解析の結果と比較した. 領域を囲む三つの破線は R_{ij} における特徴的な状態を示す^[79]. 一つの大きな固有値をもつ, 軸対称の状態は $\eta_b = \xi_b$ で表される. この関係は粘性底層以外の乱流境界層におけるレイノルズ応力でみられる. もう一つの軸対称状態は一つの小さな固有値を持ち, $\eta_b = -\xi_b$ で表される. この状態は乱流せん断層でみられる. $\eta_b = \xi_b$ と $\eta_b = -\xi_b$ の線をつなぐ曲線は $\eta_b = (1/27 + 2\xi_b^3)^{1/2}$ であり, R_{ij} の二次元状態と対応する. この関係は壁乱流における粘性底層でみられる. 自由発達乱流せん断層では流れが発達した場合でも R_{ij} はほとんど変化せず, 図左側の特定の位置に存在する. 対して, 時間発達する SSSL では (ξ_b, η_b) が時間とともに変化する. WSL では, 乱流が時刻 $t/t_r \approx 100$ で壁に到達し, $t/t_r \gtrsim 100$ で流れの発達が壁の影響を受ける. WSL, R_{ij} における (ξ_b, η_b) は, $t/t_r = 100$ では $\eta_b = -\xi_b$ および自由乱流せん断層の場合に近い

値をもつ. しかし時間とともに ξ_b は増加し, $\eta_b = \xi_b$ に近づく. 時刻 $t/t_r = 180$ における R_{ij} の (ξ_b, η_b) は SSSL における値に近付いている. これより, 壁によって流体運動を抑制されたせん断層では, 流れの等方性が変化することが明らかとなった. また, POD により分解されたレイノルズ応力では, 残り成分によるレイノルズ応力 $R_{ij}^{(i)}$ の (ξ_b, η_b) はほとんど時間変化せず, $(\xi_b, \eta_b) \approx (0, 0)$ の等方性に近い特性をもつ. よって, R_{ij} での (ξ_b, η_b) の時間変化はコヒーレント成分によることがわかる.

3.3.4 安定密度成層中の乱流せん断層 (SSSL) と壁による影響の有無をもつ乱流せん断層 (WSL, FSL) の比較

前節までの FSL と WSL の比較により, 上下の水平壁で閉じ込められた乱流せん断層では速度変動の異方性が大きくなることを明らかにした. WSL における流れの発達 は安定密度成層における流れの発達^[29,31,32,38,42,89–93] を模擬したものであるため, 本節では SSSL との比較を行い類似する点および ELSS の生成要因について考察する.

安定密度成層中の乱流せん断層は, 主に大スケールの鉛直運動を抑制する浮力の影響下で発達する. $Re = 2000, Ri = 0.06$ における SSSL での解析を WSL と比較する. ここで, $Ri = g\rho_0 h_0 / \rho_a U_0$ は初期速度分布と初期密度分布によって定義されるリチャードソン数である. ここで, ρ_0 は初期密度差, ρ_a は基準密度, g は重力加速度である. SSSL に対する LES の計算領域・格子点数・初期条件およびレイノルズ数は全て FSL の条件と同じである. SSSL では, 支配方程式にブシネスク近似を用いたナビエ・ストークス方程式を用いる点が FSL と異なる. 図 3.9 ではせん断層厚さを WSL と SSSL で比較した. SSSL における δ_u は, $t/t_r \approx 150$ までは不安定性により発生する乱流混合のために急速に増加する. しかしながら, δ_u は $9h_0$ を大きく超えて成長することはない. WSL における厚さも, 壁による抑制効果のため $10h_0$ を超えることはできない. 安定密度成層では, 層の発達が浮力による鉛直方向運動の抑制によって阻害される. SSSL, WSL のどちらの流れ場も鉛直長さスケールは $\delta_u/h_0 \approx 10$ で制限され, 時間が経過してもほとんど変化しない.

速度変動の高い異方性は SSSL にもみられる. WSL, SSSL におけるエネルギースペクトル $k_x E_u(k_x)$ のピーク波長 Λ_x を図 3.15(a) で比較する. SSSL も WSL と同様に Λ_x が増加し, 大スケール速度変動の水平方向長さスケールは鉛直方向長さスケールよりも遥かに大きくなる. このように水平方向スケールが増加することで, 水平面上の速度分布でみられた ELSS が出現する. 浮力の効果が弱いとき, せん断層厚さは時間が経過しても増加し続け, ELSS も出現せずエネルギースペクトルのピーク値も $\Lambda_x/\delta_u \gg 1$ には存在しない^[49]. WSL, SSSL における ELSS は δ_u の増加が壁あるいは浮力によって阻害されることで発生する. つまり, 乱流せん断層における鉛直方向運動の抑制が ELSS の成長に関係しているといえる.

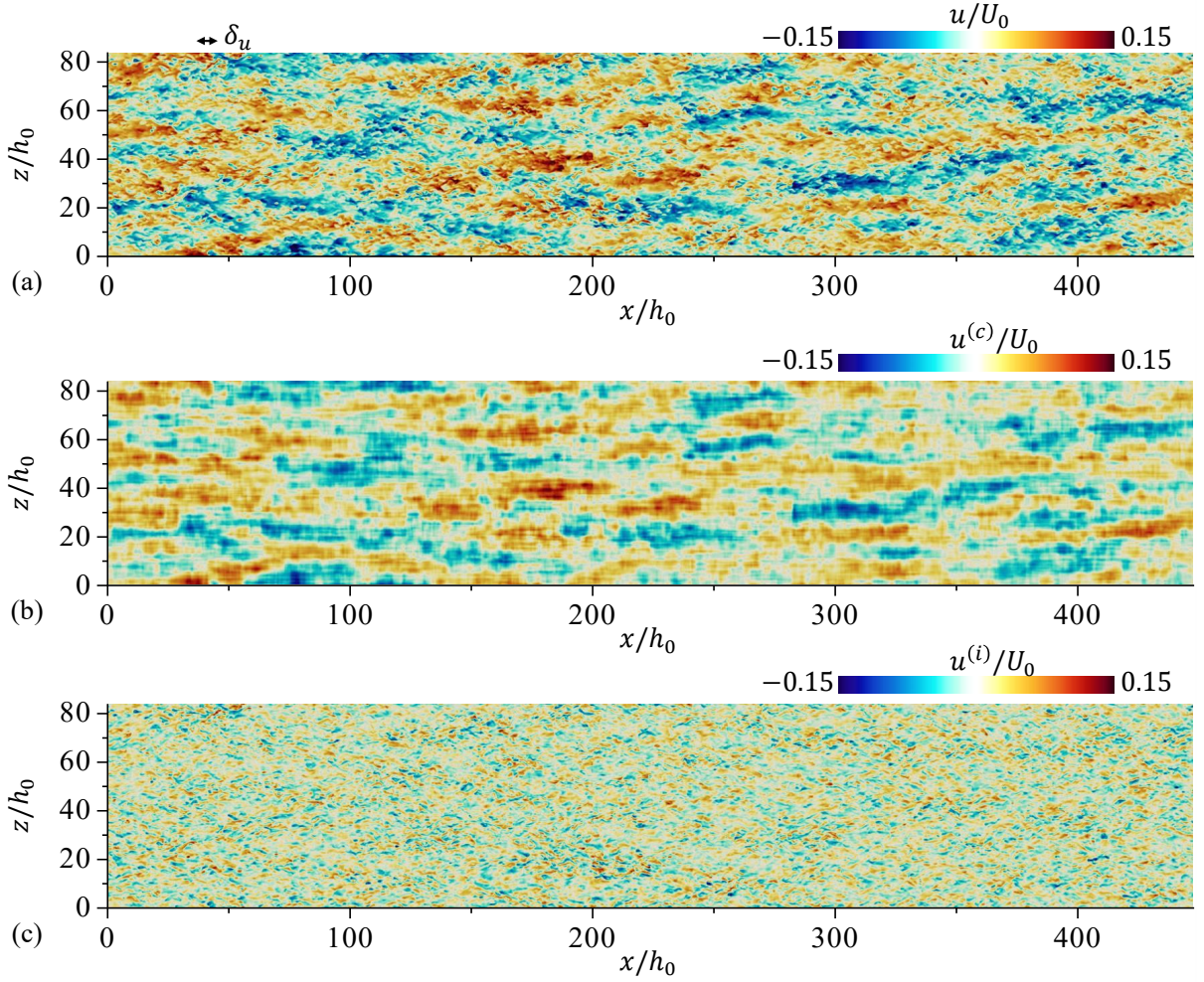


図 3.21 SSSL, せん断層中心における時刻 $t/t_r = 300$ の流れ方向瞬時速度分布に対する POD 解析. (a) 流れ方向の瞬時速度 u , (b) コヒーレント成分 $u^{(c)}$, (c) 残り成分 $u^{(i)}$. 但し, 閾値 $\lambda_{th} = 0.5$ とした.

図 3.20 では, WSL, SSSL における (ξ_b, η_b) が $\eta_b = \xi_b$ の線付近に存在し, 一つの大きな固有値を持つ軸対称状態にあることを示している. この結果は自由発達乱流せん断層とは大きく異なる. WSL と SSSL の結果は, WSL における壁による鉛直方向運動の抑制と SSSL における浮力がレイノルズ応力の等方性に同様の影響を及ぼすことを示している. WSL と SSSL で異なる点は, 長時間経過後の流れの発達である. WSL では $t/t_r = 180$ 以後 $(\xi_b, \eta_b) \approx (0.07, 0.1)$ で異方性がほとんど変化しないのに対して, SSSL では η_b, ξ_b ともに $\eta_b = \xi_b$ の線に沿って増加している. 安定成層により, SSSL では WSL よりも早く R_{ij} が減衰する. これにより, どちらの流れも $\eta_b \approx \xi_b$ の関係を持つが, 十分時間が経過すると (ξ_b, η_b) に差が生じる.

図 3.21(a) に SSSL^[49] のせん断層中心における流れ方向の瞬時速度 u を示す. ここで,

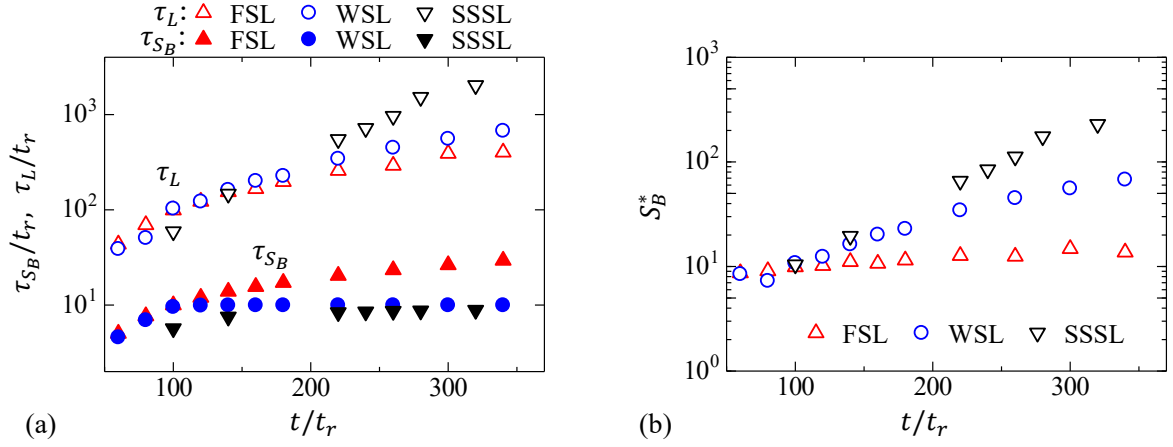


図 3.22 パラメータの時間変化 (a) 平均せん断の時間スケール τ_{SB} と大スケール乱流運動の時間スケール τ_L , (b) せん断パラメータ S_B^* .

WSL に対して行った POD 解析 (図 3.17) と同様に SSSL の速度場にも POD 解析を行う. コヒーレント成分と残り成分は図 3.21(b) と図 3.21(c) で可視化されている. $u^{(c)}$ の速度場は図 3.17 で示した WSL の結果と類似しており, SSSL においても, 大スケール速度場は流れ方向に長い異方性をもつ流れ構造によって支配的である. 以上より, POD は SSSL に対する ELSS の抽出・評価に対しても有用な手法であることがわかった.

3.3.5 ELSS の発達に対する平均せん断の効果

SSSL に関しては既往研究^[54]により既に指摘されているが, WSL および SSSL で ELSS が発達する原因は, 高いせん断率にあると考えられる. 乱流せん断流れにおける支配的なパラメータの一つとして, 平均せん断と大スケール乱流運動の時間比がある^[94–96]. この比はせん断パラメータとよばれる. ここで, 乱流せん断層の平均せん断の時間スケールを $\tau_{SB} = \delta_u/U_0$ と定義する. 大スケール乱流運動の特性時間スケールは $\tau_L = \Lambda_x/q$ であり, 速度スケール $q = \sqrt{u_{rms}^2 + v_{rms}^2 + w_{rms}^2}$ と $k_x E_u(k_x)$ のピーク波長 Λ_x を用いる. せん断パラメータは $S_B^* = \tau_L/\tau_{SB}$ で定義される. S_B^* が大きいとき, 大スケール乱流運動に対して平均せん断が強い影響を与える. 図 3.22(a) に τ_{SB} と τ_L の時間変化を示す. ここで, τ_L はせん断層中心で評価している. 多くの乱流において, 速度変動の長さスケールは流れが発達するとともに増加する. この傾向は図 3.15 で WSL, FSL における Λ_x の増加から確認できる (FSL ではせん断層厚さが時間とともに増加していくのと同様に Λ_x も増加する). 分母の q は, 図 3.5 と図 3.6 でも示しており, FSL では時間に対してほぼ不変であるのに対して, WSL では時間と共に少しずつ減衰していく. これらの関係から, τ_L の時間変化は FSL, WSL どちらの条件でも同様の増加傾向を示す. SSSL における τ_L も, 時間と共に

Λ_x は増加し q は減少することから FSL, WSL と類似した分布となる. 平均せん断の時間スケール τ_{S_B} は FSL, WSL で異なる時間変化を示す. FSL ではせん断層厚さ δ_u が増加するとともに τ_{S_B} も増加していくが, WSL ではせん断層厚さは壁により $t/t_r \approx 100$ 以降増加しないため, τ_{S_B} も増加しない. 同様に, SSSL では安定密度成層によって τ_{S_B} は一定となる. 図 3.22(b) は WSL, FSL, SSSL における S_B^* の時間変化を比較している. FSL では τ_{S_B} が増加を続けることから, S_B^* は $t/t_r \approx 100$ 以降 WSL, SSSL と比較して小さい値を取る. WSL と SSSL では S_B^* が大きく, 大スケールの流れの発達に平均せん断が強い影響を与えていることを示している.

平均せん断は流体の変形を引き起こすが, その影響は急激変形理論 (Rapid Distortion Theory, RDT)^[97] を用いて評価できる. RDT は線形化されたナビエ・ストークス方程式に依存し, 乱流に対する平均せん断の効果を解明するために用いられる^[98]. Lee らの研究^[99] では平均せん断を受ける一様乱流が DNS と RDT により調査されており, その結果から本研究の WSL と SSSL の振る舞いを説明することができる. Lee らの DNS は, 高いせん断率の場合に縞状の速度パターンを持つ細長い構造が発生し, せん断率が低い時には存在しないことを示している. RDT もせん断パラメータが大きい時に同様のストリーク構造が発生することを予測した. DNS と RDT の結果から, 線形理論で記述されるせん断変形がストリーク構造の形成に必要不可欠であることが示された. DNS と RDT 双方において, 流れ方向速度の縦方向積分長さスケールは強いせん断の影響を受けながら時間と共に単調増加する. また, せん断率が高い時は流れ方向とスパン方向の長さスケールの比が時間と共に増加するため, 大規模構造が流れ方向に伸張し, 平均せん断によって異方的になることが示唆されている. よって, 乱流せん断流れの DNS および RDT で評価されるせん断パラメータの依存性を用いて, WSL, FSL と SSSL における流体運動の違いを説明できる. ELSS のストリーク構造は WSL, SSSL の S_B^* が大きい時に見られ, FSL では S_B^* が小さく ELSS は出現しない (図 3.10, 3.11, 3.21). RDT で予想されたとおり, WSL と SSSL における強いせん断の影響が流れ方向の長さスケールの増加を引き起こし, その長さが他の方向のスケールよりもはるかに大きくなった (図 3.15).

RDT は等方性乱流が突然急激な歪みを受ける際の応答を調査するのにも用いられる^[79,98]. 図 3.20 に RDT による単純せん断^[79] に対する数値解析の結果も示す. 等方性乱流は $(\xi_b, \eta_b) = (0, 0)$ であり, 解析の初期条件でもある. 流れにせん断が加わることで, 流れは (ξ_b, η_b) の分布図において, $\eta_b = -\xi_b$ に沿って左上に進み, その後 $\xi_b > 0$ となるように発達する. ξ_b が正へと進む軌跡は, RDT と WSL に発生する ELSS に関する $R_{ij}^{(c)}$ で似ており, WSL の非等方性の状態は RDT の解と類似している. 先行研究^[54] では, SSSL での ELSS の発達に対するリチャードソン数の依存性が調査されている. リチャードソン数がせん断層厚さの増加を抑制するほど大きくない場合, SSSL では ELSS が発達しない. こ

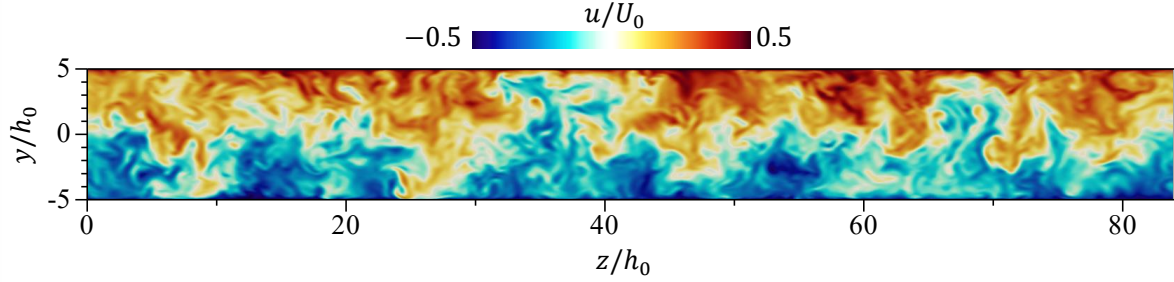


図 3.23 WSL, $t/t_r = 180$ における y - z 平面の流れ方向瞬時速度 u の可視化図.

の場合, 図 3.22(a) における FSL のように平均せん断の時間スケール τ_{SB} は単調増加する. 一様せん断流れにおける DNS および RDT でも, 平均せん断が強くない場合, 細長い構造は現れないことが示唆されている^[99]. よって, 安定密度成層中で Ri が小さい場合に ELSS が発生しないのは, せん断パラメータが小さくせん断が比較的弱いことに起因する.

WSL と SSSL では, せん断パラメータが共に大きいものの平均せん断の空間分布は大きく異なる. SSSL の平均速度分布は FSL と同様であり, 平均せん断はせん断層中心で最も強い^[49]. しかしながら図 3.6(a) のように, WSL では壁がせん断層の成長を抑制し始めた後中心線から離れた位置でせん断が強くなる. この傾向は時間経過とともに大きくなり, 強いせん断は $|y|/H \gtrsim 0.4$ に集中する. WSL の中心では平均せん断が弱くなっているにもかかわらず, ELSS はどの鉛直位置でも出現している. 図 3.23 に WSL, $t/t_r = 180$ における y - z 平面の流れ方向瞬時速度 u を示す. 図 3.15(a) におけるピーク波長の増大より, この時刻では ELSS が発達していることが確認できる. $u > 0$ と $u < 0$ の領域が広く分布しており, 速度分布はせん断層中心と壁近傍の領域で相関をもつ. 加えて, ELSS の鉛直方向の大きさはせん断層厚さ δ_u のオーダーである. せん断層における大スケール乱流運動は壁近傍では平均せん断により強く変形される. しかしながら, 乱流の鉛直方向の長さスケールは δ_u 程度であるから, この壁近傍の強い平均せん断が中心部にも影響を与える. 図 3.19 における u, v のコスペクトルも, ELSS の長さスケールで鉛直方向の乱流混合が活発であることを示している. つまり, 壁近傍におけるせん断により大きく変形した流体がせん断層中心に向かって移流している可能性がある. 対して, SSSL では ELSS に伴う鉛直方向の乱流混合は顕著ではなく^[49], 平均せん断の影響が大きく ELSS が発生する. しかしながら, 中心で発生した ELSS は鉛直方向にほとんど移流しないため, SSSL の端付近では ELSS が見られないことがわかっている. よって, 安定密度成層は ELSS の鉛直分布に大きな影響を与える.

ELSS はせん断層内部で密度勾配が局所的に大きく, 周囲の流体が一定の密度をもつ SSSL で観測される^[49,54]. 一様成層流体における SSSL も既往研究^[29,31,93,100,101] で多く調査されている. 一様成層流体においてせん断層が形成されると, せん断層外側で内部重力波が励起される. 一様成層における SSSL の過去の DNS を用いた研究では, ELSS を含

むことができない小さな計算領域が用いられてきた。したがって、ELSS が一様成層を持つ SSSL でも発達するかどうかは不明である。これらの密度分布における SSSL の ELSS は既往研究で比較される^[29,93]が、ある範囲の初期リチャードソン数ではどちらの密度分布においても δ_u の長時間挙動は類似していた。以上から、 δ_u の増加を抑制することで ELSS が発達すると予想される。よって、成層が δ_u の増加を抑制するのに十分強く、せん断不安定性が初期の乱流発達を引き起こす程度に弱いとき、一様成層においても ELSS が発達する可能性がある。将来的には、非常に大きい計算領域を用いた LES, DNS を用いることで、一様成層流体における ELSS の有無を解明できると考えられる。

3.4 結言

本章では自由発達せん断層 (FSL) と上下の壁間に発達する乱流せん断層 (WSL) に対してラージエディシミュレーションを行った. どちらの流れにおいてもせん断不安定性により乱流状態となり, 鉛直方向に発達する. FSL ではせん断層厚さ δ_u は時間とともに増加し続けるが, WSL では上下の壁により δ_u は壁面間の距離以下となる. これらの流れを比較し, 乱流せん断層に対する壁による抑制の影響を調査した.

WSL において, 壁によりせん断層厚さの成長が阻害された後, 異方性の高い速度変動が生じた. 速度場では, これらの速度変動は超大規模構造 (ELSS) とされ, ELSS の流れ方向長さスケールはせん断層厚さや ELSS のスパン方向の長さなど他の方向の長さスケールよりもはるかに大きくなる. ELSS はエネルギースペクトルの形状にも影響を与える. エネルギースペクトル $k_x E_u$ はエネルギーを多く含む長さスケールでピークを示す. δ_u で正規化された流れ方向およびスパン方向のピーク波長 (Λ_x, Λ_z) は, FSL では時間的に変化せず, $\Lambda_x/\delta_u, \Lambda_x/\Lambda_z$ もほぼ一定である. しかしながら, WSL では Λ_x/δ_u が時間とともに増加し, $t/t_r = 140$ 以降では $\Lambda_x/\delta_u > 4$ となった. また, Λ_z も時間とともに大きくなるものの, $t/t_r = 320$ でも $\Lambda_z/\delta_u \leq 2$ 程度と Λ_x に比べれば変化の割合が小さいため, 流れ方向の長さスケールはスパン方向の長さスケールに対し時間とともに相対的に大きくなる.

また, 固有直交分解 (POD) は ELSS に関する速度変動を抽出するのに有効であることを示した. POD 解析および流れ方向と鉛直方向速度成分を用いたコスペクトルの波長分布より, ELSS が鉛直方向の運動量輸送に対して支配的であることを示した. また, POD により分解した速度成分を用いてレイノルズ応力テンソル R_{ij} を Lumley の三角形により評価した. ELSS が発達する前は FSL, WSL で等方性の状態は似ているものの, WSL に発生した ELSS に関するレイノルズ応力テンソルの不変量 ξ_b, η_b は安定密度成層中のせん断層 (SSSL) の条件に近い値をとり, 類似する異方性を示した. ELSS はレイノルズ応力および乱流運動エネルギーに対して支配的であるため, ELSS によって R_{ij} の異方性は大きく変化する.

WSL における乱流運動は適度に大きいリチャードソン数 Ri をもつ安定密度成層中の乱流せん断層と特徴が一致する. そのため, WSL と SSSL^[49,54] で流れの発達を比較した. SSSL における層厚さは浮力による鉛直方向運動の抑制により時間とともにほとんど変化しない. WSL では壁による抑制が層厚さに対して同様の影響を与える. どちらの流れにおいても, せん断層の厚さが一定になった後に ELSS の異方的な速度変動が発生する. それにより, WSL と SSSL では ELSS の成長により Λ_x の増加が確認された.

WSL と SSSL におけるせん断パラメータの時間変化は, せん断層厚さが抑制されたとき

に平均せん断の効果が大きくなることを示唆している. WSL, SSSL での乱流運動は, 一様せん断流れにおける DNS や RDT と同様のふるまいを見せる^[79,99]. DNS と RDT では, 強い平均せん断を受けた乱流場では縞模様をもつ細長い構造 (ストリーク構造) が形成され, せん断による変形によって流れ方向の積分スケールがスパン方向の積分スケールよりも大きくなることを示している. Lumley の三角形上で評価される, ELSS の発達に伴う等方性の変化も RDT で予測される平均せん断をもつ流れと一致した. これらの比較より, 強い平均せん断が WSL, SSSL における ELSS の形成要因であると示唆される. 平均せん断の空間分布は WSL と SSSL で異なり, WSL ではせん断層中心から離れた位置で平均せん断が強くなる. しかしながら, 大規模な速度変動の鉛直長さスケールはせん断層厚さと同程度であり, 鉛直乱流混合は大きなスケールで活発である. そのため, 中心から離れた平均せん断が流れ場全体に影響を与え, ELSS が中心で観測される. 一方で, SSSL は中心での平均せん断が最も大きく, ELSS の流れ方向長さスケールでは鉛直方向の乱流混合も活発ではない^[49]. WSL と SSSL における ELSS の鉛直方向特性の違いは安定密度成層と関係がある. 以上の比較から, せん断層の鉛直方向運動が抑制されることによって, 強い平均せん断が生じ, その結果非常に大きな流れ方向長さスケールをもつ異方的な速度変動が発生することが示唆される. この鉛直方向の抑制効果は WSL と SSSL では異なる過程で生じるものであるため, ELSS に関連する乱流運動は鉛直長さスケールが一定となる乱流せん断層において普遍的であることが示唆される.

第 4 章

安定密度成層中の乱流せん断層における流れ方向の拘束効果

4.1 導入

安定密度成層のせん断層における ELSS は、その存在が先行研究で明らかにされ、生成要因については第三章で考察したものの、依然としてその役割については十分には理解されていない。本研究では、ELSS が流れの発達にどのように影響するかを調べるため、安定密度成層におけるせん断層の新たな直接数値計算 (DNS) を実施する。乱流構造が流れの発達に及ぼす影響を調べるにはいくつか方法がある。一つは、特定の乱流構造を除去または変調させることで、その構造の変化が流れの発達をどのように変えるかを評価するものである。この方法を用いて、多孔質構造により Kármán 渦を抑制することで、乱流後流における大規模ローラー渦の発生要因が研究された^[102]。小スケール乱流における内部せん断不安定性の役割も、同様の手法で研究されている^[103–105]。小スケールのせん断不安定性を誘発する人工的な速度変動を減衰している乱流に重ね合わせ、その不安定性の影響を評価したものである。同様に、壁乱流における大規模運動の役割は、小さな計算領域を用いた数値解析により調べられている^[106]。この場合、小さな計算領域により大規模構造の成長を抑制し、異なる計算領域の大きさ間で比較することにより、大規模構造の存在が小～中規模の乱流運動にどのように影響するかが明らかとなる。本章の研究ではこのアプローチを採用し、時間発展する安定密度成層のせん断層における ELSS の役割を調べる。DNS では、流れ方向の計算領域の大きさを複数個用意しそれぞれを比較することで、ELSS が流れの発達にどのように影響するかを明らかにする。

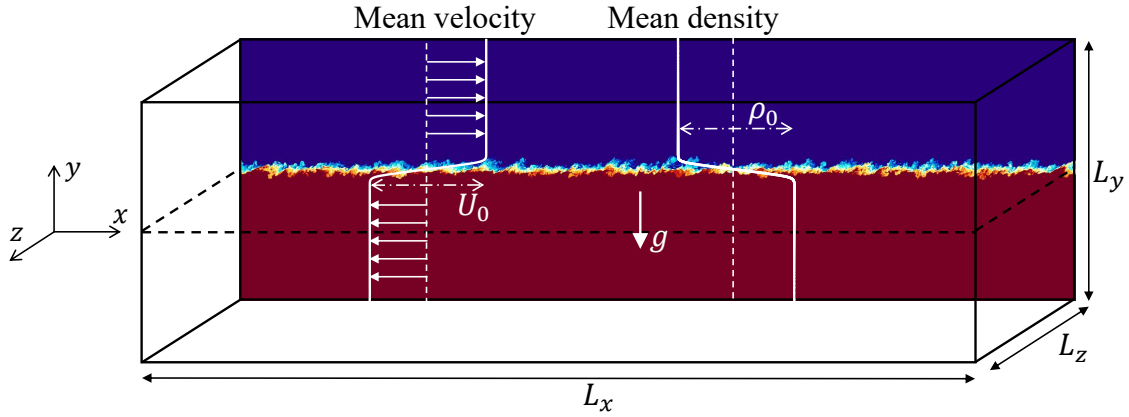


図 4.1 安定密度成層における計算領域と流れ方向平均速度と密度の分布.

4.2 計算条件

有限差分法に基づくフラクショナルステップ法を用いた DNS コードによって支配方程式を解く. このコードは所属研究室で行われた先行研究^[54,104,107–109]で用いられたものと同じであり, その妥当性は数値解析結果と実験結果の比較によって確認されている. 図 4.1 に計算領域および初期条件の簡略図を示す. 流れ方向速度および密度は初期に生成される薄い層内から発達とともに変化し, この層は KH 不安定性により乱流化する. 計算領域上面と下面間における流れ方向速度と密度の差を, それぞれ U_0, ρ_0 で表す. この条件は安定密度成層における数値計算では広く用いられているものである^[32]. 流れ方向, 鉛直方向, スパン方向をそれぞれ x, y, z とし, その方向に対応する速度成分をそれぞれ u, v, w で表す. 密度場は $\rho_a + \rho(x, y, z, t)$ で表し, ρ_a は基準密度となる定数, ρ は ρ_a からの偏差である. 流れは x, z 方向に統計的に一様であり, これらの方向に周期境界条件を課す. また, 鉛直方向の上下境界には自由滑り壁 (Free-slip) の条件を課す. 統計量は, 時間および y の関数として, 水平面における空間平均 $\bar{f}$ を用いて定義する. 変動成分は $f' = f - \bar{f}$ で定義する. 流れ方向の初期平均速度および初期密度は以下の式で与える.

$$\bar{u} = 0.5U_0 \tanh(2y/h_0) \quad (4.1)$$

$$\bar{\rho} = -0.5\rho_0 \tanh(2y/h_0) \quad (4.2)$$

ここで, h_0 は初期せん断層厚さを表す. 鉛直, スパン方向の初期速度は 0 とする. 初期速度場は, これら平均速度に速度変動を重ね合わせ, $(u, v, w) = (\bar{u} + u', v', w')$ で表す. この初期速度変動については第二章で説明している. 初期密度場には変動は与えない. 表 4.1 に計算に使用したパラメータを一覧にして条件毎に示す. 本章の研究では, ELSS が出現することにより流れの統計的な挙動がどのように変化するかについて調べる. このた

表 4.1 DNS に使用したパラメータの条件: レイノルズ数 Re , リチャードソン数 Ri , プラントル数 Pr , 各方向の計算領域 (L_x, L_y, L_z) , 格子点数 (N_x, N_y, N_z) , 時間刻み幅 Δt , 各方向の格子サイズ $(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)$. ここで, Δ_y はせん断層中心における値を示している.

条件	Re	Ri	Pr	L_x/h_0	L_y/h_0	L_z/h_0
Re06Lx28	600	0.06	1	28	80	84
Re06Lx448	600	0.06	1	448	80	84
Re12Lx28	1200	0.06	1	28	80	84
Re12Lx56	1200	0.06	1	56	80	84
Re12Lx112	1200	0.06	1	112	80	84
Re12Lx448	1200	0.06	1	448	80	84
Re18Lx28	1800	0.06	1	28	80	84
Re18Lx448	1800	0.06	1	448	80	84

条件	N_x	N_y	N_z	$\Delta t/t_r$	Δ_x/h_0	Δ_y/h_0	Δ_z/h_0
Re06Lx28	324	416	972	0.015	0.087	0.093	0.087
Re06Lx448	5184	416	972	0.015	0.087	0.093	0.087
Re12Lx28	486	700	1458	0.01	0.058	0.055	0.058
Re12Lx56	972	700	1458	0.01	0.058	0.055	0.058
Re12Lx112	1944	700	1458	0.01	0.058	0.055	0.058
Re12Lx448	7776	700	1458	0.01	0.058	0.055	0.058
Re18Lx28	648	948	1944	0.0075	0.044	0.041	0.044
Re18Lx448	10368	948	1944	0.0075	0.044	0.041	0.044

め, DNS は流れ方向の計算領域を変化させ, その条件毎の比較を行う. $Re = 1200$ では $L_x = 28h_0, 56h_0, 112h_0, 448h_0$, $Re = 1800$ では $L_x = 28h_0, 448h_0$ で条件分けを行う. ELSS は流れ方向に大きな長さスケールを持つため, L_x が十分に大きくない場合には発達が抑制される. そのため, 上記条件により流れ方向の長さを条件分けすることにより, ELSS が流れの発達に与える影響を明らかにできる. なお, 鉛直方向およびスパン方向の計算領域については全条件で固定し, $(L_y, L_z) = (80h_0, 84h_0)$ とする. なお, 鉛直方向の領域サイズ L_y は十分に発達した乱流せん断層の厚さ (今回はおよそ $10h_0$) よりもはるかに大きく, 鉛直方向の上下における境界は流れの発達に影響を及ぼさない. スパン方向の領域サイズ L_z についても, z 方向の周期境界条件の影響が最小になるよう設定している. 先行研究では, L_z に対し様々な値を用いて計算を行い, スパン方向の計算領域を狭めた効果が調べられている [49,110,111]. L_z が小さいとき, KH 不安定性によって生成されるローラー渦の三次元性

が抑制される．これは計算領域を狭めた効果により，スパン方向における軸の歪みから生まれる隣接ローラー渦間の相互作用が制限されるためである^[24,49]．先行研究による結果から，本章の計算条件における $L_z = 84h_0$ はスパン方向の周期境界条件の影響を受けない十分な大きさを持っていると考えられる．

流れの特性はレイノルズ数 $Re = U_0 h_0 / \nu$ ，プラントル数 $Pr = \nu / \kappa$ ，リチャードソン数 $Ri = g \rho_0 h_0 / (\rho_a U_0^2)$ の三つの無次元化パラメータで定まる．先行研究でも，これらのパラメータによる流れの特性に対する依存性が調査されている^[32,42,43,49,89]．本研究は ELSS の発達に着目する．ELSS は， $Ri > 0.06$ の条件下で， Re が高く初期せん断層が乱流へ発達するのに十分なときに出現する^[49,54]．このとき，これらの先行研究では ELSS に関する流れの大スケールの特徴が (Re, Ri) の変化に大きく依存しないことを示している．LES を用いた先行研究では， Re が小さい条件と同様に $Re = 40000$ においても ELSS が発達することが確認されている^[49,54]．また， Pr に対する依存性も検討されており^[89]，速度の統計量は Pr が 1 から 16 の範囲では同じように時間発展することが確認されている．これらの先行研究の結果に基づき，本研究ではレイノルズ数に対し $Re = 600, 1200, 1800$ の三条件を使用し，リチャードソン数とプラントル数は $(Ri, Pr) = (0.06, 1)$ のように固定する．この条件の範囲では，先行研究による速度および密度の統計量の結果から， (Re, Ri) が ELSS の発達に必要な条件を満たしている限り，異なるパラメータを使用しても同様の結果が得られるとみなせる．また，本研究ではプラントル数を $Pr = 1$ に固定しており，小スケールの密度変動およびその密度変動と速度場の関係に重要な役割を果たすプラントル数の影響については評価しない．これは，プラントル数の影響を評価するためには既往研究^[35,37–39]と同様に異なるプラントル数を用いた DNS を扱う必要があるが，本研究では第三章で示したような浮力の直接的な効果ではなく，平均せん断により発達する ELSS に着目するためである．密度成層のない乱流せん断層では，せん断層の厚さは時間と共に増加する．成層はこの層厚さの増大を抑制し，平均速度の勾配を維持する．この層厚さの抑制によって平均せん断は大きくなり，この平均せん断が ELSS の成長を促進させる．この働きは，急激変形理論 (Rapid Distortion Theory, RDT) によって予測される，強い平均せん断に起因する異方性構造の成長メカニズムと整合する^[99]．この過程では，浮力は主にせん断の分布に一部影響を与えるような間接的な働き方をするため，運動エネルギーから位置エネルギーへの変換などといった直接的な働き方はあまりしない．このため，非成層のせん断層の条件下でも鉛直方向の層の発達が上下壁によって抑制される場合には ELSS は成長するのに対し，平均せん断が時間とともに弱くなる自由発達せん断層では ELSS が現れない．これらの結果は第三章で示した通りである．また，KH 不安定性による乱流せん断層においても ELSS が発生することが確認されている．プラントル数が増加すると，初期せん断層の密度界面はより薄くなり，乱流遷移において Holmboe 不安定性が支配的となる．高いプラントル数を持つ流れ

場において, Holmboe 波によって誘起される乱流中に ELSS が存在するかは不明であるが, この再現には非常に大きな計算領域と高い空間解像度を有する DNS が必要となるため, 現在の環境下で計算を行うことは極めて困難である. ELSS の発達が強められたせん断に起因するならば, Holmboe 波により誘起された乱流せん断層でも ELSS が出現すると考えられる. 今後の解析技術や計算資源の発展による同条件の再現が期待される.

計算はせん断層の基準時間スケールとなる無次元化時間 $t_r = h_0/U_0$ を用い, $t/t_r = 320$ まで行われる. 計算領域は流れ方向およびスパン方向では一様な等間隔格子, 鉛直方向ではせん断層中心 ($y = 0$) が最も細くなるよう, 双曲線正接分布を使った非等間隔格子を使っている^[101]. 各方向の格子点数はそれぞれ N_x , N_y , N_z で表す. 流れ方向の長さは条件により異なるため, N_x の値も同様に条件毎に異なる. 遷移過程ではブレイド (braid) と呼ばれる領域に上層流体と下層流体の薄い界面が現れるが, この界面を一方向あたり 10 点以上の格子点で解像している. また, 遷移後の十分に発達した三次元乱流の状態では, 格子間隔は常にコルモゴロフ長さの 2 倍よりも小さい. 格子依存性を評価する先行研究^[101] により, この格子間隔は中心差分法における小スケールの乱流運動を捉えるのに十分な解像度を確保している. コルモゴロフ長さは, 流れが統計的に異方的かつ非一様である場合においても, 乱流中の力学的に最も小さなスケールの特性量として広く用いられている. 渦管の直径および渦シートの厚さが, 噴流・交流・せん断層・境界層といった一様等方性流れおよび非一様異方性流れの双方でコルモゴロフ長さにスケーリングされることは, 渦管に対する研究^[50,78,85,112–115] および渦シートに対する研究^[107,116–118] でそれぞれ多く示されている. これらの流れでは, 一次元エネルギースペクトルをコルモゴロフ長さで無次元化することで, 高波数域で同様の振る舞いを示す^[79]. 安定密度成層の乱流せん断層内における渦管半径はコルモゴロフ長さのおよそ 5 倍であり, 非成層流れでの観測結果と定量的に一致する^[54]. これらの結果からも, 遷移後の乱流せん断層における最小スケールとしてコルモゴロフ長さを用いることが妥当であると考えられる.

統計誤差を避けるため, 異なる初期速度変動を用いて DNS を N_S 回繰り返す. $Re = 1200$ における N_S は $L_x/h_0 = 28, 56, 112, 448$ に対して順に 16, 8, 5, 2 である. $Re = 600$ および $Re = 1800$ では, $L_x/h_0 = 28$ に対して $N_S = 8$, $L_x/h_0 = 448$ に対して $N_S = 2$ とする. 流れの統計量は水平方向の空間平均に基づいて定義するため, サンプル数は L_x と L_z に依存する. L_x が小さくなるにつれて, 一つの DNS から得られるサンプル数が減少するため, L_x が小さい条件では N_S がより多くなるように設定した. 本研究で示す全ての統計量は, DNS を N_S 回行ったアンサンブル平均により評価する.

流れ場における変数の三次元分布は, 水平面での平均により定義される, 高さ y および時間の関数で表される統計量を用いて解析される. そのため, これらの統計量は各高さおよび時刻における流れの状態を示す. 成層乱流混合に関する一部の先行研究では, 鉛直平均及び

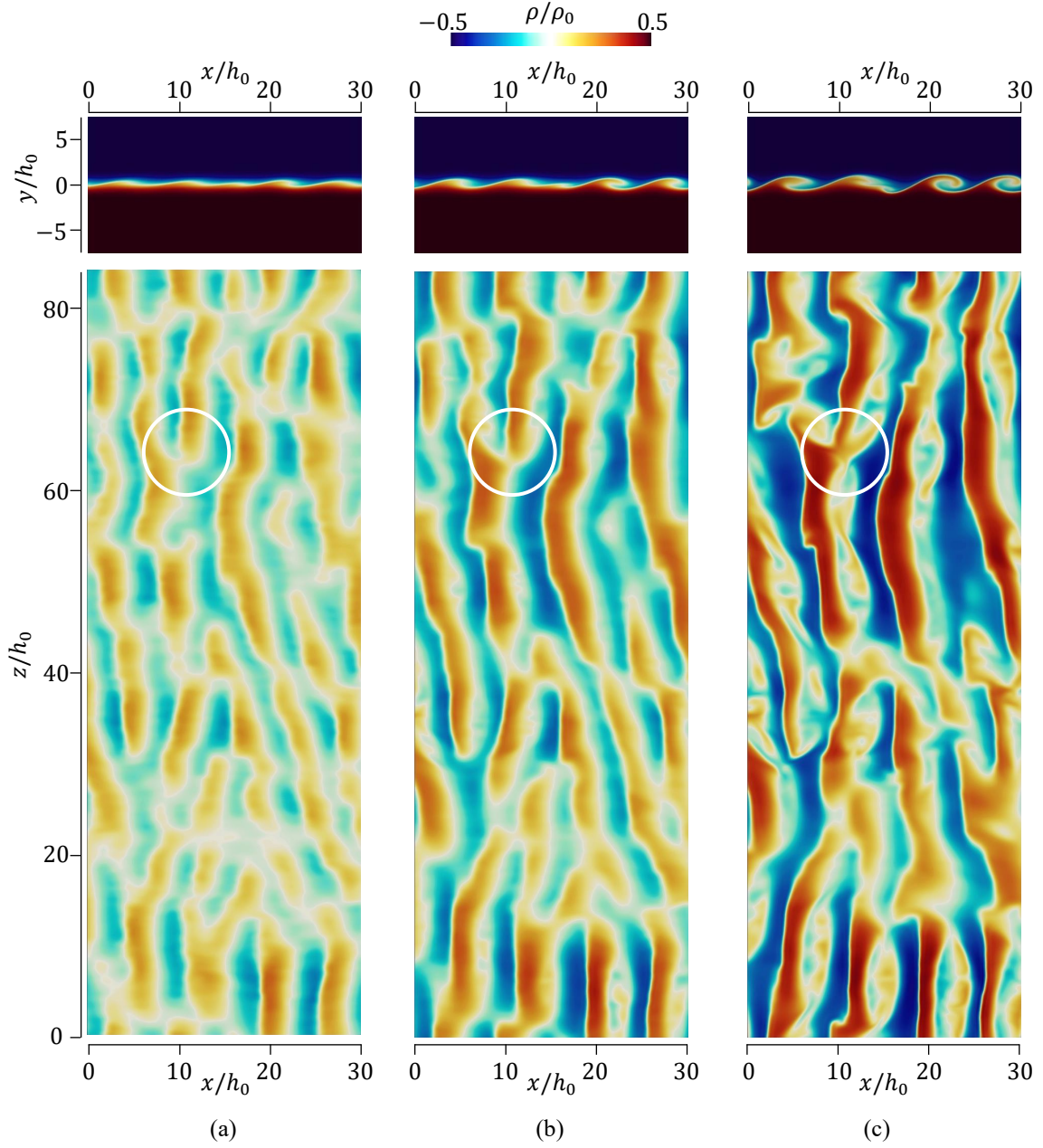


図 4.2 Re12Lx448 条件, $z = 0$ における x - y 平面とせん断層中心 ($y = 0$) における x - z 平面の密度分布. (a) $t/t_r = 30$, (b) $t/t_r = 40$, (c) $t/t_r = 50$.

鉛直密度分布に基づいて流れ全体のバルク特性を調べる解析手法が用いられている^[28,119]. しかし, これらの手法をせん断層の外縁近傍に適用すると, せん断層中心近傍のみに発達する ELSS の局所的特徴が失われる恐れがある^[49,54]. したがって本研究では, 一様な水平方向における空間平均に基づく統計量解析を使用し, ELSS に関連する流れの構成と挙動を捉える.

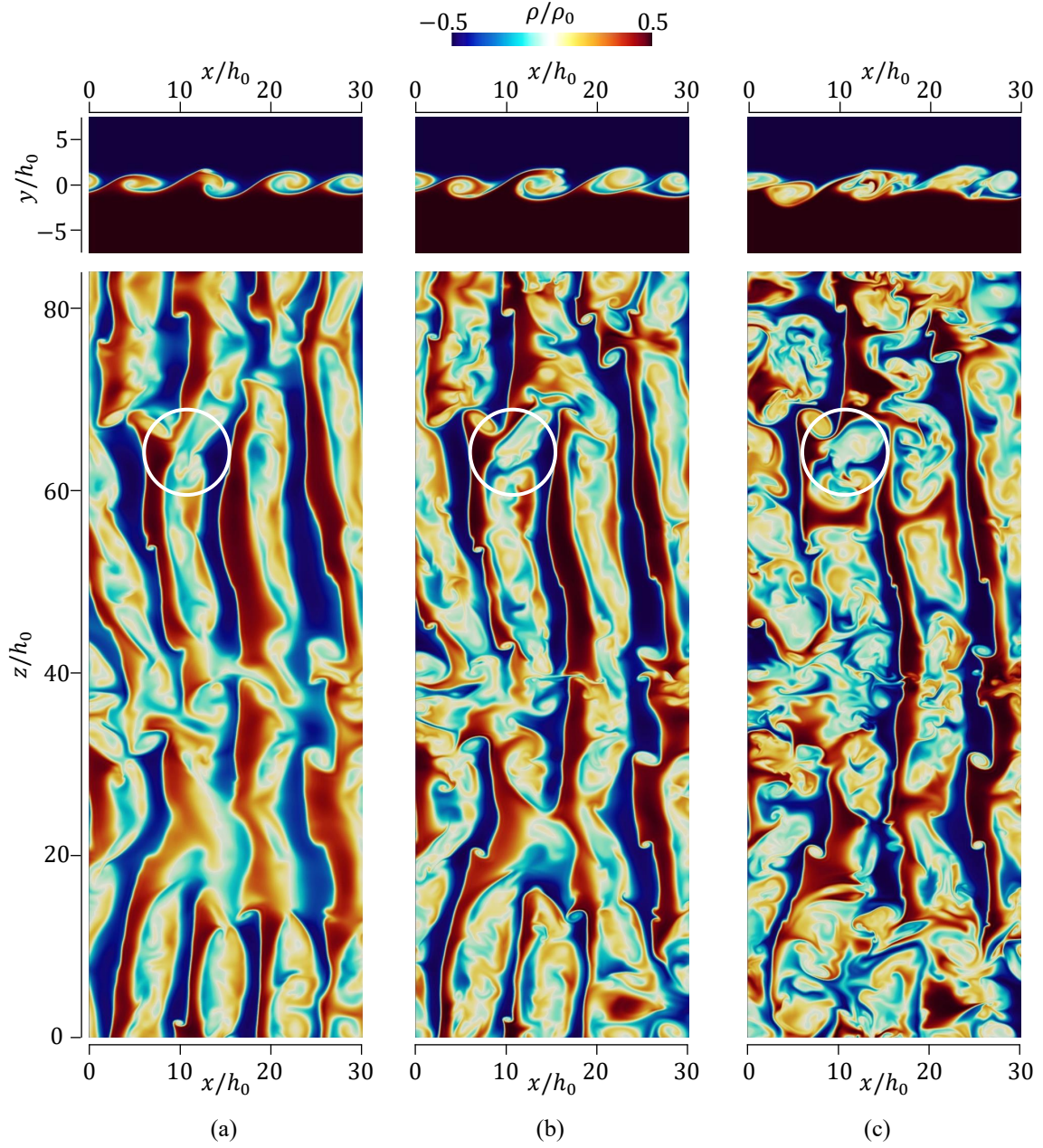


図 4.3 Re12Lx448 条件, $z = 0$ における x - y 平面とせん断層中心 ($y = 0$) における x - z 平面の密度分布. (a) $t/t_r = 60$, (b) $t/t_r = 70$, (c) $t/t_r = 80$.

4.3 結果と考察

4.3.1 瞬時速度場とせん断層の発達

初期の層流せん断層から乱流への遷移過程を, Re12Lx448 条件における二次元密度分布により図 4.2 および図 4.3 に示す. 各可視化図では, $z = 0$ における鉛直面 (x - y) とせん断

層中心 $y = 0$ における水平面 (x - z) の密度分布を $t/t_r = 30$ から 80 にかけてそれぞれ示している. なお, 視認性の観点から x および y 方向の領域のうち一部分を取り出している. (x - y) 面では $t/t_r = 30$ から 50 にかけて KH 不安定性によるスパン方向に長く伸びる二次元渦の発達が確認でき, 特に $t/t_r = 50$ の図 4.2(c) でよく確認できる. これらの渦は, x - z 面の可視化に見えるように密度が正負で縞状になるパターンを形成する. このパターンはスパン方向の長さが有限であり, また同方向に対してわずかに傾くため, 渦は完全に整列せず, 同方向に対してずれが生じている. このずれによって隣接する渦同士の相互作用が促進され, この渦自身の崩壊と小スケールの密度変動への生成へと繋がる. この変化は図 4.3 で確認でき, また図 4.2 と図 4.3 の双方に白円を加えて強調している. これらの相互作用が完全に三次元的な乱流を引き起こす. このようなスパン方向からずれた渦の相互作用による遷移機構は, 成層・非成層どちらのせん断層に対する実験および数値解析での結果とも一致している^[111,120–124]. 同様の機構は大気における KH 不安定性の観測でも報告されているものであり^[20,23,125], Fritts らによって概説がまとめられている^[44,126]. 異なる Re および Ri によるシミュレーションにおいても, 同様にずれた渦の相互作用に起因する遷移過程が観測されていることから, この遷移機構は KH 不安定性において普遍的なものと考えられる.

KH 不安定性により生じるスパン方向の各渦は, 渦中心部における対流不安定性や渦間のブレイド領域における二次的な KH 不安定性といった二次不安定性を受けることが知られている^[42,121]. しかし, ずれた渦の相互作用はこれらの二次不安定性よりも速く強い乱流をもたらす, 遷移過程において支配的な役割を果たすことが示されている^[44,127]. また, KH 不安定性を介して発達する乱流せん断層の既往研究により, 計算領域の大きさが重要であることが示されている^[49,110,111,127]. スパン方向の領域が小さい場合, 周期境界条件の影響から各渦は境界を介して自身の渦と再結合することとなり, 結果渦が完全に整列され相互作用が抑制される. このような制限下では, 遷移の初期段階において渦はほぼ二次元的な状態を保ち, 流れ方向および鉛直方向に比べてスパン方向の速度変動が著しく小さい^[49]. そのような場合には, 二次元計算やスパン方向の領域幅が小さい三次元領域での数値解析で見られるように, 各渦の二次不安定性が乱流遷移を支配している^[29,32,42,43]. この問題は, スパン方向の領域サイズを変化させた安定密度せん断層に対する既往研究でも指摘されている^[49,127]. McMullan は空間発達する非成層せん断層の数値解析におけるスパン方向の拘束効果 (confinement effect) を回避するための基準を提案した^[111]. その基準では, スパン方向領域幅 L_z を運動量厚さ $I_u = \int_{-L_y/2}^{L_y/2} (1 - 4\bar{u}^2/U_0^2) dy$ で割った値が 2.5 を超えることが必要とされている. 本章の DNS では遷移時間 $t/t_r < 100$ においてこの比が $L_z/I_u > 20$ を満たしており, この基準を満たしている. この閾値は空間発達する非成層流れに対して導出されたものではあるが, 本研究の時間発展・成層条件においてはこの比が大きく上回っているため, 拘束効果は無視できると考えられる.

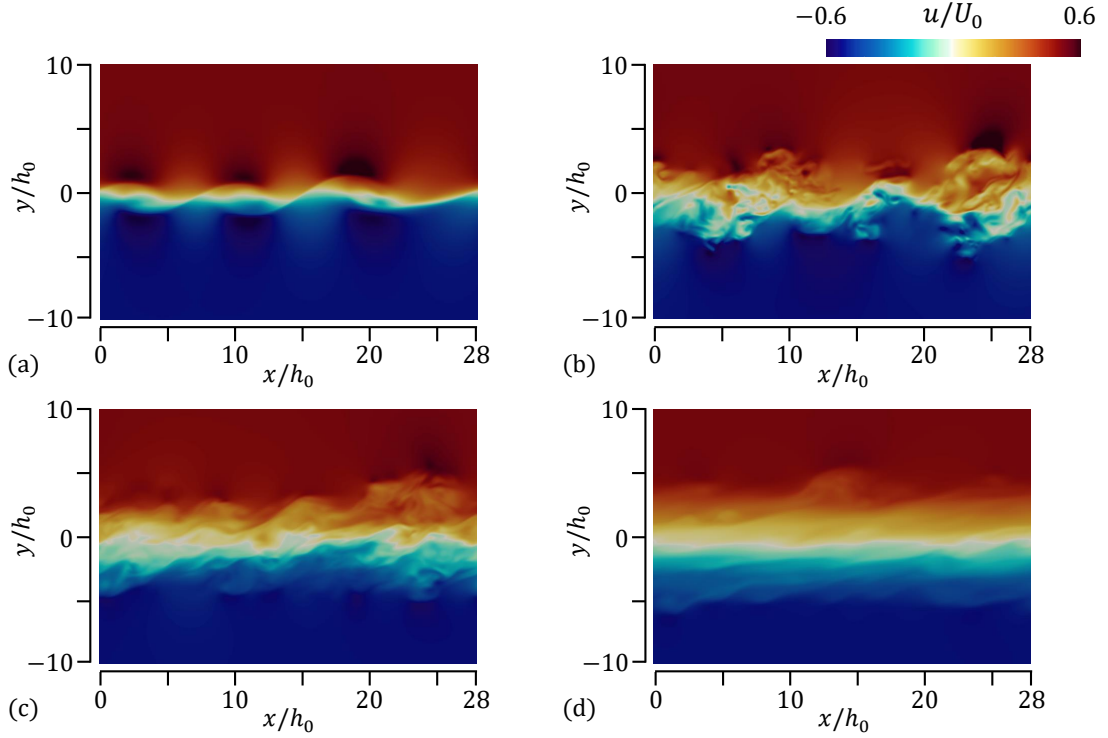


図 4.4 Re12Lx28, x - y 面における流れ方向の瞬時速度場. 時刻はそれぞれ, (a) $t/t_r = 60$, (b) $t/t_r = 120$, (c) $t/t_r = 200$, (d) $t/t_r = 320$ であり, 計算領域のうち y 方向の一部分がここで示されている.

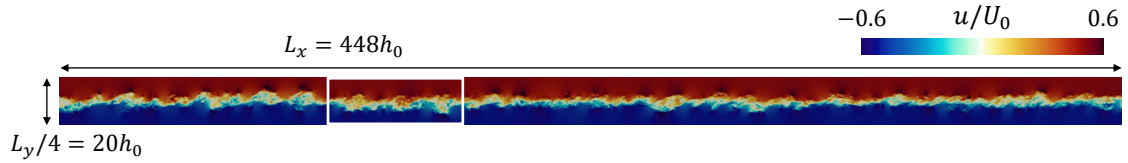


図 4.5 Re12Lx448, $t/t_r = 120$, x - y 面における流れ方向の瞬時速度場. 計算領域のうち, y 方向の一部分がここで示されている.

瞬時速度場は流れ方向の拘束効果がある場合とない場合を比較するため, Re12Lx28 と Re12Lx448 を用いて異なる計算領域間で比較する. 図 4.4, 4.5, 4.6 は各時刻, x - y 面における流れ方向の速度 u を可視化することで乱流せん断層の発達を示す. 図 4.4 では Re12Lx28 条件における流れ方向の全長を, 図 4.5 は Re12Lx448 の流れ方向の全域をそれぞれ示す. なお, 図 4.5 中の白枠は図 4.6 で可視化している領域を示す. また, どの図も鉛直方向の計算領域のうち, 乱流せん断層が発達している $|y/h_0| \leq 10$ の範囲を可視化している. 図 4.4(a) と 4.6(a) の $t/t_r = 60$ のような流れが発達する初期段階において, KH 不安定性によって生成された複数のローラー渦が確認できる. これらの渦が成長し, 隣接した渦と相互作用に

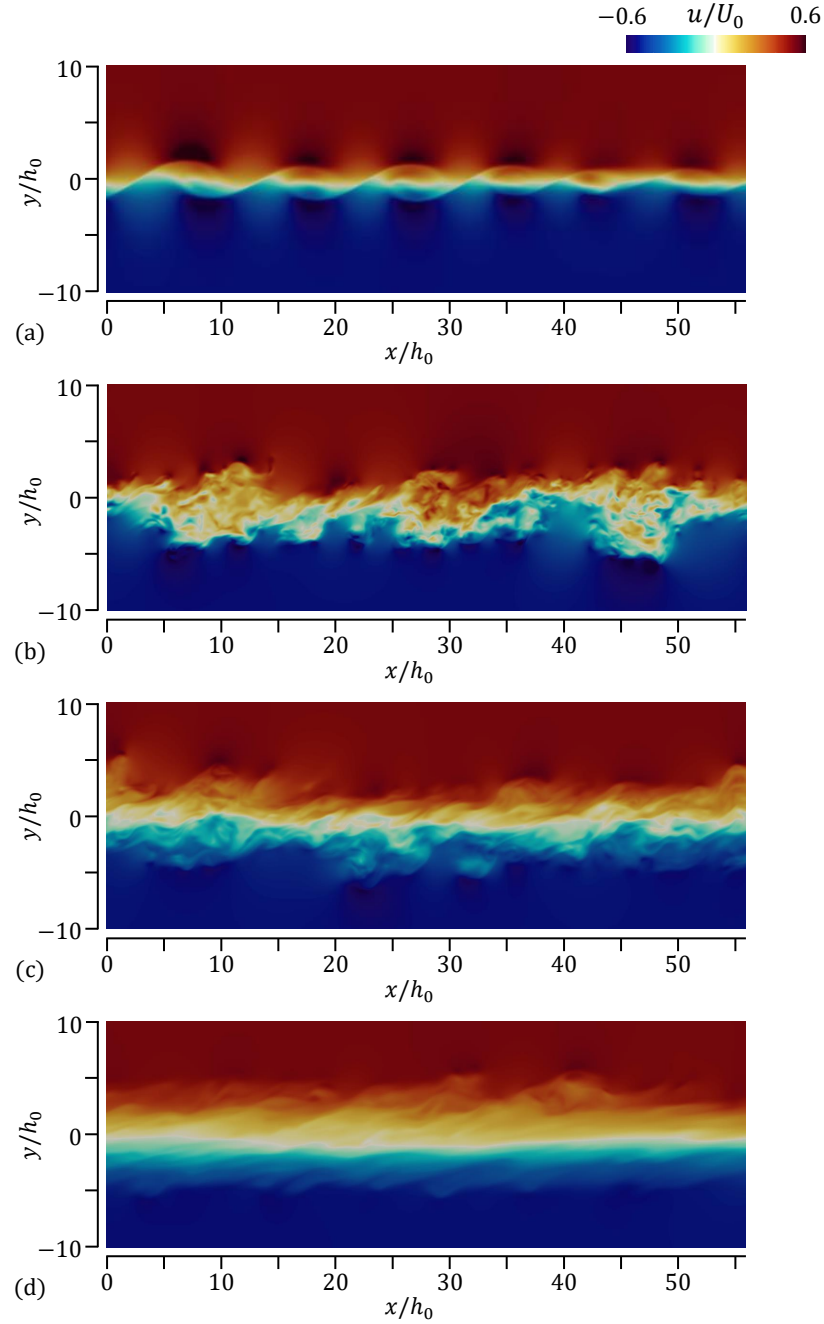


図 4.6 Re12Lx448, x - y 面における流れ方向の瞬時速度場. 図 4.5 の白枠のなかの計算領域を表示しており, 時刻はそれぞれ, (a) $t/t_r = 60$, (b) $t/t_r = 120$, (c) $t/t_r = 200$, (d) $t/t_r = 320$ である.

より崩壊, その後三次元乱流が発達し始め $t/t_r = 80$ 付近で乱流状態となる. このとき, 浮力が鉛直方向の乱流拡散を抑制するため, せん断層の鉛直方向の発達は制限される. その結果, およそ $-0.5 \lesssim u/U_0 \lesssim 0.5$ の領域に対応するせん断層厚さは, 図 4.4(c), (d) と図 4.6(c), (d) に見られるように, $t/t_r = 200$ から 320 にかけてほとんど変化しない. x - y 面

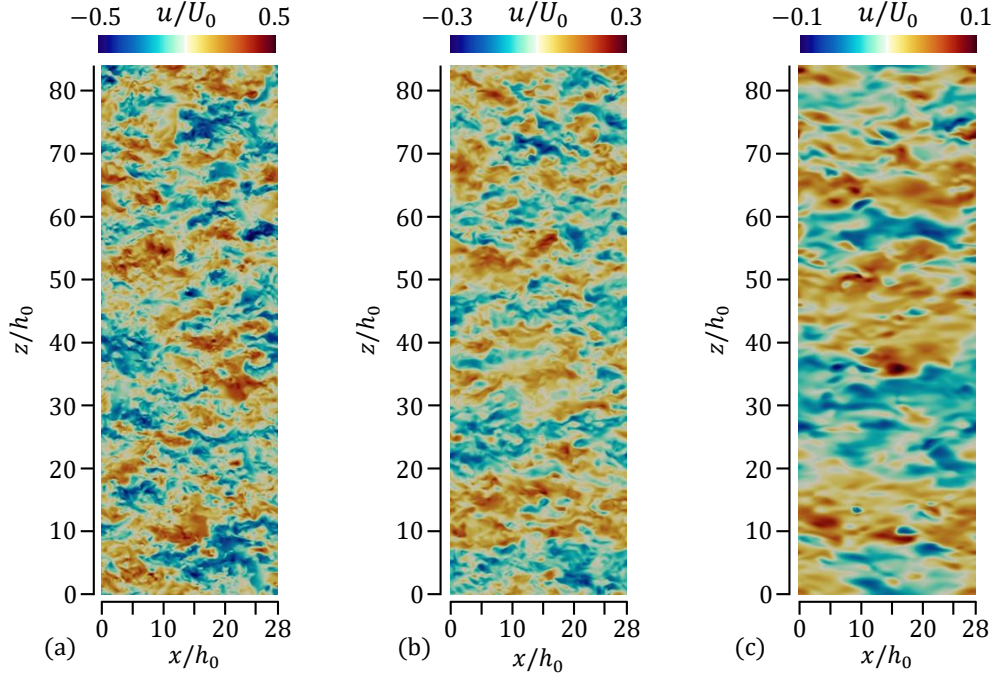


図 4.7 Re12Lx28, x - z 面せん断層中心における流れ方向の瞬時速度場. 時刻はそれぞれ, (a) $t/t_r = 120$, (b) $t/t_r = 200$, (c) $t/t_r = 320$ である.

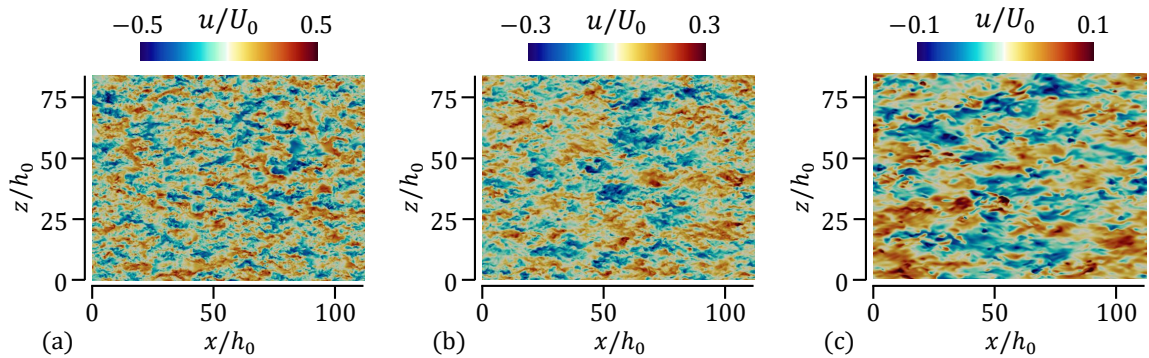


図 4.8 Re12Lx112, x - z 面せん断層中心における流れ方向の瞬時速度場. 時刻はそれぞれ, (a) $t/t_r = 120$, (b) $t/t_r = 200$, (c) $t/t_r = 320$ である.

で見られるパターンはどちらの条件でも似ており, Re12Lx28 条件における流れ方向の拘束効果は, 初期の KH 不安定性と不安定性に続く渦の崩壊に対してほとんど影響を及ぼさないと考えられる.

図 4.7–4.9 は Re12Lx28, Re12Lx112, Re12Lx448 に対し, せん断層中心における流れ方向瞬時速度場の水平面での可視化を示す. 各図は水平方向の計算領域全体を表している. x - y 面での可視化とは異なり, 水平面 x - z 面における流れ方向の速度分布は計算領域の大き

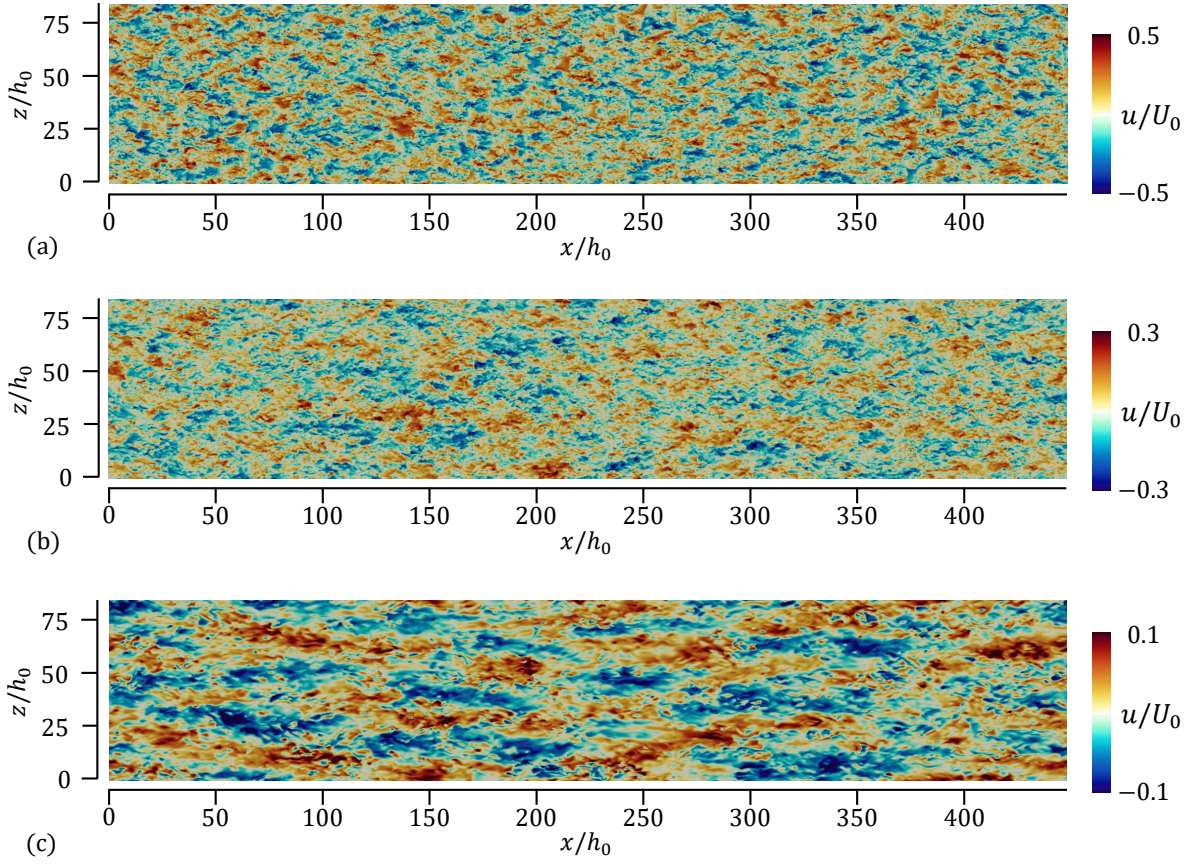


図 4.9 Re12Lx448, x - z 面せん断層中心における流れ方向の瞬時速度場. 時刻はそれぞれ, (a) $t/t_r = 120$, (b) $t/t_r = 200$, (c) $t/t_r = 320$ である.

さによって異なる分布を示している. これらの可視化図から, 流れの大規模な構造を識別できる. 乱流せん断層では, このような構造は流れ方向速度の正負となる領域が交互に現れることで可視化されることが多い^[54,128]. なお, 視覚的な解釈のためここでは $u > 0$ と $u < 0$ の領域に分けて考察するが, この基準は次節以降で考察する統計解析では用いない. 流れの発達に伴い u の正負を持つ領域の大きさはそれぞれ大きくなり, より大きなスケールによる構造が発達している. 図 4.7 に示した Re12Lx28 条件では, 構造は流れ方向におよそ領域長 L_x まで発達する. 特に図 4.7(c) の $t/t_r = 320$ の時刻では, u 正負の領域が計算領域全体へ広がり, 更に $x = 0$ と $x = 28h_0$ の周期境界を介して繋がる. 流れ構造の特性スケールが計算領域の半分を超えると, 二点相関関数の挙動に示されるように, 周期境界が人工的な影響を与える可能性があることはよく知られている^[72]. 大規模な構造の大きさが領域長 L_x に達すると, 周期境界の条件より, これらの構造は実質的に無限長の長さを持つことになる. この拘束効果は, 図 4.7(b), (c) に示すように, $t/t_r = 200$ 以降で明確にみられる.

図 4.8 と図 4.9 は, Re12Lx112 と Re12Lx448, せん断層中心における流れ方向の瞬時速度場を示している. Re12Lx448 のように流れ方向の領域が大きい場合には, 周期境界による

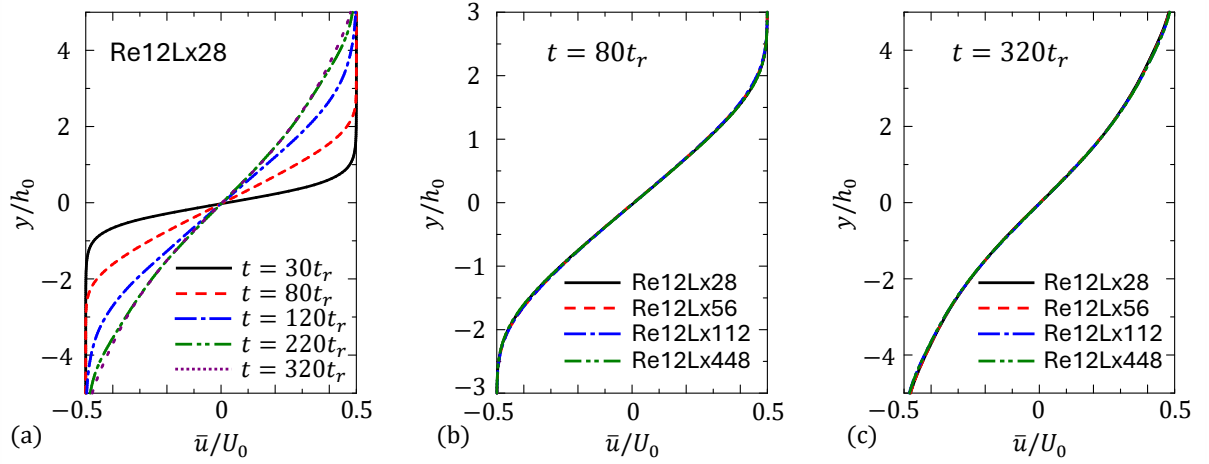


図 4.10 流れ方向の平均速度 $\bar{u}$ の鉛直分布. (a) Re12Lx28 における時間発達. (b), (c) は L_x の違いによる条件毎の比較であり, それぞれ時間は (b) $t/t_r = 80$, (c) $t/t_r = 320$ である.

人工的な影響は流れの発達に影響しない. 図 4.9 では $t/t_r = 320$ で $u > 0$ および $u < 0$ の領域をもつ構造が x 方向に大きく伸びており, ELSS の発達を示している. これらの ELSS は, LSS のような, 乱流せん断層で一般的にみられる ELSS に比べて異方性が弱い大規模構造とは異なる^[49,54]. また, 次節以降で考察するスペクトル解析によって, ELSS と LSS は流れ方向の長さスケールの違いでも区別できる. $t/t_r = 320$ において, ELSS の構造の長さはおよそ $100h_0$ に達する. 計算領域は $L_x = 448h_0$ でこれらの構造より大きいので, x 方向に沿って u の方向が交互に現れ, 同じ流れ方向に複数の ELSS が現れている. このことから, Re12Lx448 における ELSS は周期境界の影響を受けていないと考えられる. 対して, 図 4.8 に示した $L_x = 112h_0$ となる Re12Lx112 の条件では, ELSS の発達は計算領域の大きさの制限による影響を受ける. $t/t_r = 200$ までは $L_x = 112h_0$ と $448h_0$ の条件の違いで速度分布に大きな変化がないものの, $t/t_r = 320$ では Re12Lx112 の条件下における構造の長さは x 方向に明らかに短く, ELSS の成長が抑制されていることを示している. これは Re12Lx448 で見られる ELSS の長さは $100h_0$ を超えており, Re12Lx112 における計算領域の長さの半分を上回っていることに起因する. これらの比較より, 流れ方向の長さが $\mathcal{O}(10^2 h_0)$ 程度の ELSS は, 計算領域の大きさが十分に大きくない場合発達しないことが示される. よって, この計算領域の大きさを用いて ELSS の有無を比較することで, ELSS が流れの挙動に与える影響を直接検討できる.

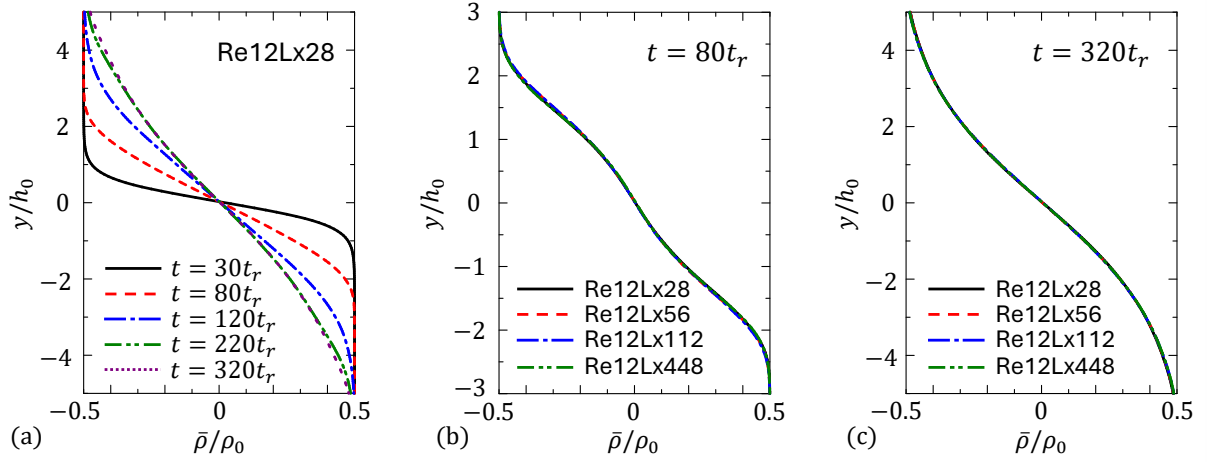


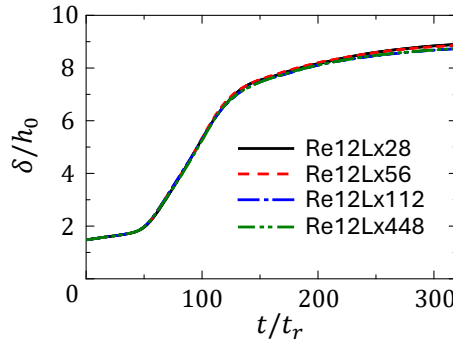
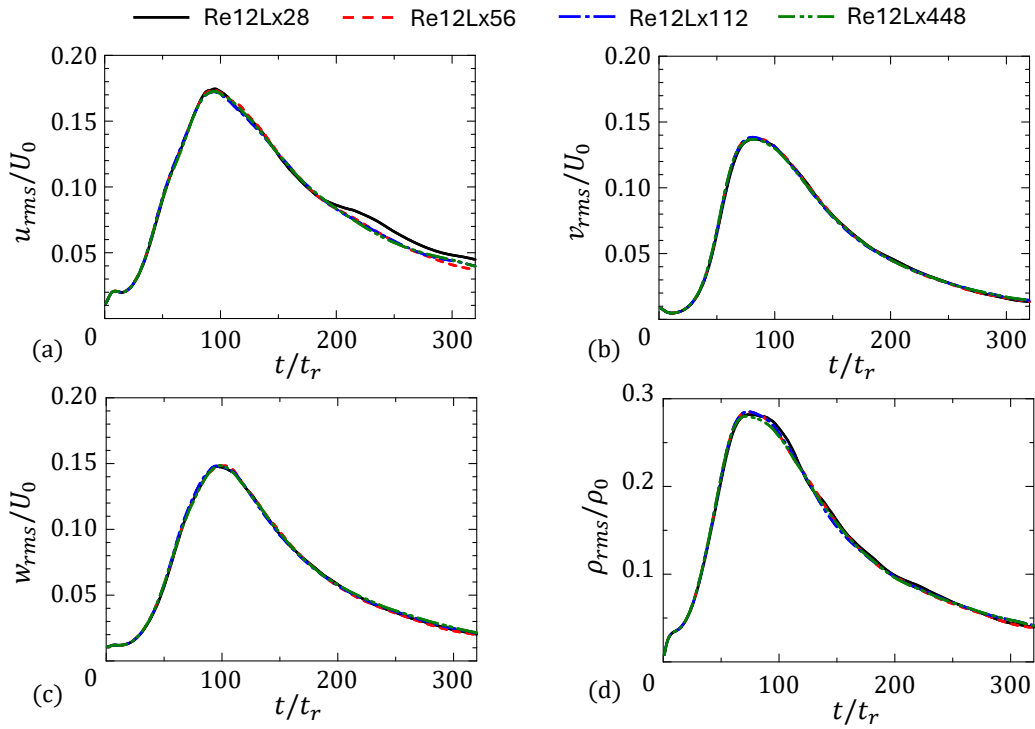
図 4.11 平均密度 $\bar{\rho}$ の鉛直分布. (a) Re12Lx28 における時間発達. (b), (c) は L_x の違いによる条件毎の比較であり, それぞれ時間は (b) $t/t_r = 80$, (c) $t/t_r = 320$ である.

4.3.2 速度と密度の統計量

速度および密度の統計量を, 異なる L_x の条件で比較する. 図 4.10(a) は, Re12Lx28 における流れ方向の平均速度 $\bar{u}$ の鉛直分布を示す. $t/t_r = 30$ では, 平均速度はせん断層を横切る形で急な勾配をもつ. 時間の経過に伴い, およそ $t/t_r = 220$ に至るまでは, 流れ方向の運動量が乱流混合の影響を受け, 平均速度分布はそれぞれせん断層中心から上下方向へ拡散していく. $t/t_r = 220$ から 320 の間では分布がほとんど変化せず, 鉛直方向の運動量輸送が抑制されていると考えられる. この平均速度の時間発展は, 安定密度成層に対する先行研究と同様である^[49]. 図 4.10(b) および (c) は, $Re = 1200$, $t/t_r = 80$ と 320 において, 異なる L_x の条件で平均速度分布を比較している. これらの比較より, 平均速度分布は流れ方向の計算領域の大きさの違いに対し有意な変化を示さないことが明らかとなった.

図 4.11(a) は図 4.10(a) と同じ時刻・条件での平均密度分布を示している. 平均密度分布の時間発展は平均速度分布と似た発展を示しており, 乱流せん断層の発達に伴って密度の鉛直輸送が行われ分布が広がっている. 図 4.11(b) および (c) は, $Re = 1200$, $t/t_r = 80$ および 320 において異なる L_x の条件で平均密度分布を比較している. 平均速度分布の結果と同様, 流れ方向の計算領域の大きさが平均密度分布に与える影響はみられない.

せん断層厚さ δ は図 4.10 における平均速度分布 $\bar{u}$ に対し, $\bar{u}/U_0 = -0.45$ 及び 0.45 となる鉛直位置の距離として定義する. 図 4.12 は $Re = 1200$ における δ の時間発展を, 初期せん断層厚さ h_0 で無次元化して示す. 層厚さは $t/t_r = 50$ 以降急激に増加した後およそ $t/t_r = 150$ となるまで増加し続け, その後層の成長が緩やかになる. 初期に生じる急速な層厚さの増加は, KH 不安定性から生成される大規模な渦の発達によるものである. その後,

図 4.12 せん断層厚さ δ の時間変化.図 4.13 せん断層中心 $y = 0$ における各方向の速度変動 rms 値 (a) u_{rms} , (b) v_{rms} , (c) w_{rms} と密度変動 rms 値 (d) ρ_{rms} の時間変化.

浮力が大規模な鉛直方向運動を抑制し、せん断層のさらなる成長が制限される。この傾向は先行研究における結果とも一致する^[32]。平均速度分布が L_x の大きさによる影響をほとんど受けないため、せん断層厚さ δ も同様に流れ方向の計算領域の大きさによる影響をほとんど受けない。

図 4.13 は、 $Re = 1200$ 、せん断層中心 $y = 0$ における速度成分 (u , v , w) 及び密度 ρ の変動に対する rms 値の時間変化を示す。これらの rms 値は、乱流せん断層の発達に伴い初めは増加し、その後乱流減衰により減少する。 $t/t_r = 190$ 以降の $Re12Lx28$ における u_{rms}

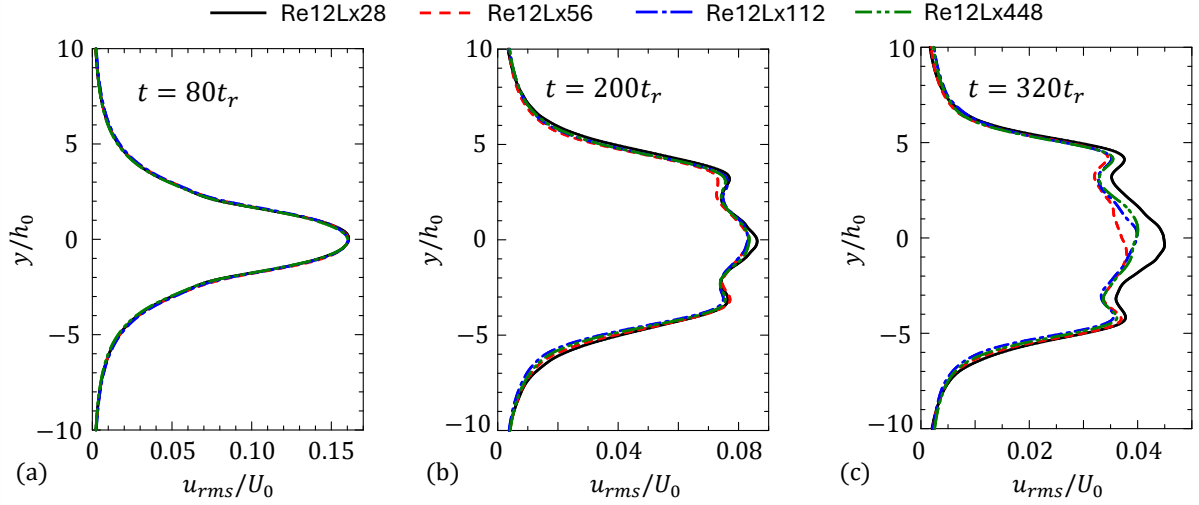


図 4.14 u の変動の rms 値 u_{rms} の鉛直分布, (a) $t/t_r = 80$, (b) $t/t_r = 200$, (c) $t/t_r = 320$.

を除き, rms 値は異なる L_x の条件間で大きな差は生じない. Re12Lx28 では, $t/t_r = 190$ 以降 u_{rms} の減少が緩やかになる. この変化は流れ方向の構造が x 方向の計算領域のサイズに達した時間と対応する. v , w , ρ の rms 値は u_{rms} と比べて L_x に対する感度が小さい. v , w の流れ方向のスケールは乱流の横方向のスケールに対応し, 対して u のスケールは流れ方向となる縦方向のスケールを表す. 一般に, 大きなスケールでは横方向スケールは縦方向スケールと比べてかなり小さい^[54]. つまり, u_{rms} で L_x への依存性がより強くなる原因は, 流れ方向において u の特性スケールが大きいためだと考えられる.

図 4.14 は流れ方向の速度変動の rms 値を鉛直分布で示したものである. 速度変動は $y = 0$ に中心をもつせん断層内で最大となり, 外側に向かって減少する. せん断層の下端および上端の間では非対称な分布をとっているが, これはサンプル数が有限であることから統計的な不確かさが生じるためである. 考察に影響するような差異をなくすようアンサンブル平均を取り入れているが, 誤差を完全に除去することは難しい. 図 4.14(a) で示す $t/t_r = 80$ では, 計算領域の大きさによる違いはほとんど見られない. しかしながら, 図 4.14(b), (c) で示す通り, Re12Lx28 における u_{rms} は $t/t_r = 200$ 以降で他の条件と比べて増加していることがわかる. この u_{rms} の増加は, 乱流せん断層の内側領域である $|y/h_0| < 5$ のみで生じる. $|y/h_0| > 5$ は外側領域となり, 乱流流体と非乱流流体の双方が観測される間欠的な領域である^[90]. これら二つの領域は一般に薄い界面によって隔てられており, その性質は成層流れ^[90,91,101,129–136]に限らず様々な流れ^[137–143]で調査されている. DNS を用いた先行研究では, この間欠的な領域で特性長さスケールが減少することを示している^[49,54]. したがって, Re12Lx28 における拘束効果は外側領域の u_{rms} には大きな影響を与えず, この領域における変動は計算領域の大きさによる影響をほとんど受けない. また, せん断層内部では乱流特性における y 方向の依存性が弱い^[49,54]. その結果, せん断層内では異なる鉛直位置で

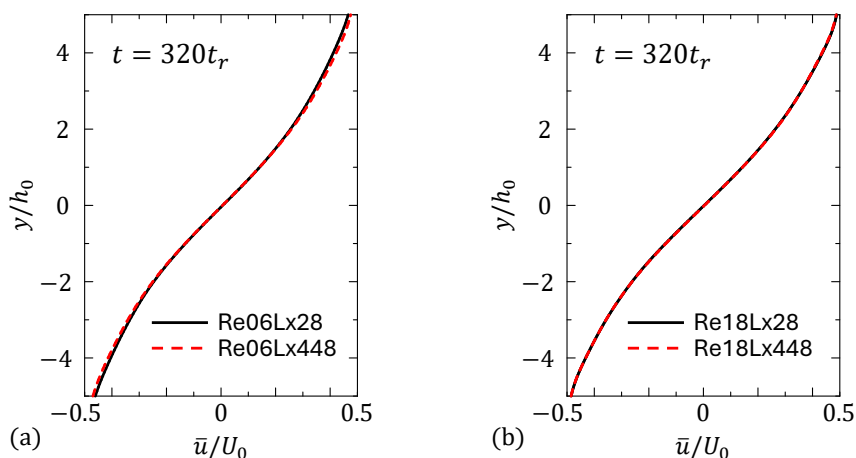


図 4.15 $t/t_r = 320$ における流れ方向の平均速度 $\bar{u}$ の鉛直分布. (a) $Re = 600$, (b) $Re = 1800$.

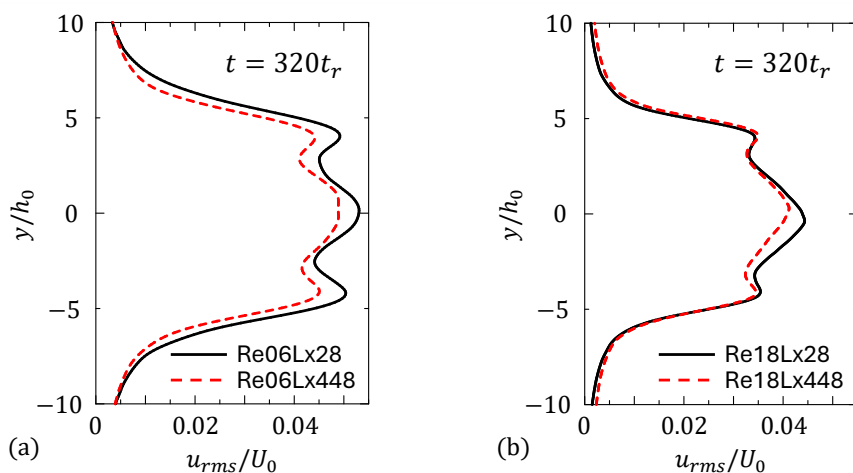


図 4.16 $t/t_r = 320$ における流れ方向速度変動 rms 値 u_{rms} の鉛直分布. (a) $Re = 600$, (b) $Re = 1800$.

解析を行った場合でも同様の結果が得られる. 以上から, 以下の議論では $y = 0$ の位置となるせん断層中心に焦点を当てて考察を行う.

図 4.15 と図 4.16 は, $t/t_r = 320$ における流れ方向速度 u の平均速度と変動の rms 値を $Re = 600, 1800$ の条件で鉛直分布に示したものである. 平均速度分布は, どちらの Re においても L_x による変化はほとんど見られない. 対して, rms 値の分布は L_x が小さいときに増加する. $Re = 600$ および $Re = 1800$ における L_x の大きさへの依存性は, 先述した $Re = 1200$ の結果と同様の傾向を示す.

図 4.17 はせん断層中心における乱流レイノルズ数 $Re_\lambda = u_{rms} \lambda_x / \nu$ の時間変化を示す. ここで $\lambda_x = u_{rms} / (\partial u / \partial x)_{rms}$ はテイラーマイクロスケールである. Re_λ は一般的に大規

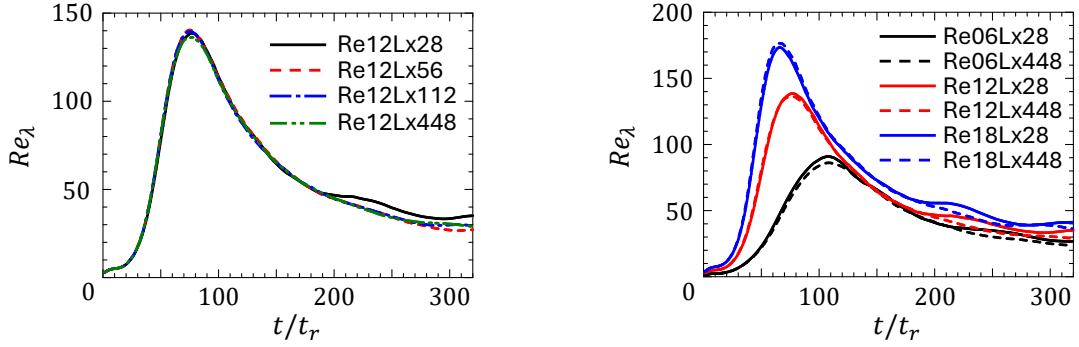


図 4.17 せん断層中心 $y = 0$ における乱流レイノルズ数 Re_λ の時間変化. (a) $Re = 1200$ における L_x の差異, (b) $L_x/h_0 = 28$ および 448 における Re の差異.

模な乱流運動と小規模な乱流運動のスケール差を特徴付けるために用いられる. 図 4.17(a) では, $Re = 1200$ の結果を異なる L_x の条件で比較し, 図 4.17(b) では $L_x/h_0 = 28$ および 448 に対して異なる Re の条件で比較している. 遷移過程では, Re_λ はそれぞれ $Re = 600, 1200, 1800$ で 90, 140, 180 のピークを示す. その後, 乱流の減衰により Re_λ は時間とともに減少する. 時刻 $t/t_r = 320$, $L_x/h_0 = 448$ の条件では, Re_λ の値はそれぞれ $Re = 600, 1200, 1800$ で 22, 29, 36 である. 図 4.17(a) に示すように, 流れ方向の計算領域が $28h_0$ と小さい場合, 主に $L_x/h_0 = 28$ における u_{rms} の増大 (図 4.14) が原因で Re_λ の値も影響を受ける. 同様の変化は図 4.17(b) の通り他の Re を取るときにも確認できる.

4.3.3 二点相関とスペクトル解析

ELSS の発達をエネルギースペクトルを用いて解析する. 本研究では, フーリエ変換を x 方向に適用する. $u(x, y, z, t)$ の x 方向フーリエ変換を $\hat{u}(k_x, y, z, t)$ とし, その複素共役を $\hat{u}^*$ とする. ここで, k_x は流れ方向の波数である. 速度 u の一次元エネルギースペクトル E_u は以下のように表される.

$$E_u(k_x, y, t) = \text{Re}[\overline{\hat{u}\hat{u}^*}], \quad (4.3)$$

ここで, $\text{Re}(f)$ は複素変数 f の実部を表し, 平均 $\bar{f}$ は f の z 方向に沿った平均を表す. スペクトルは波長 $\lambda_x = 2\pi/k_x$ の関数で表す. 全エネルギーへの各スケールの寄与度を評価するため, スペクトルを波数 k_x で乗算し, 片対数グラフでの可視化を行っている.

図 4.18 は, $Re = 1200$ の条件で, せん断層中心での流れ方向速度の波数スペクトル $k_x E_u(k_x)$ を, 初期せん断層厚さ h_0 で無次元化した波長 λ_x に対して示したものである. 各条件で計算領域の大きさが異なることから, λ_x の範囲も異なり, 解析できる最大波長は領域の長さによって決まる. 図 4.18(a) で示す時刻 $t/t_r = 120$ では, どの条件においても基本

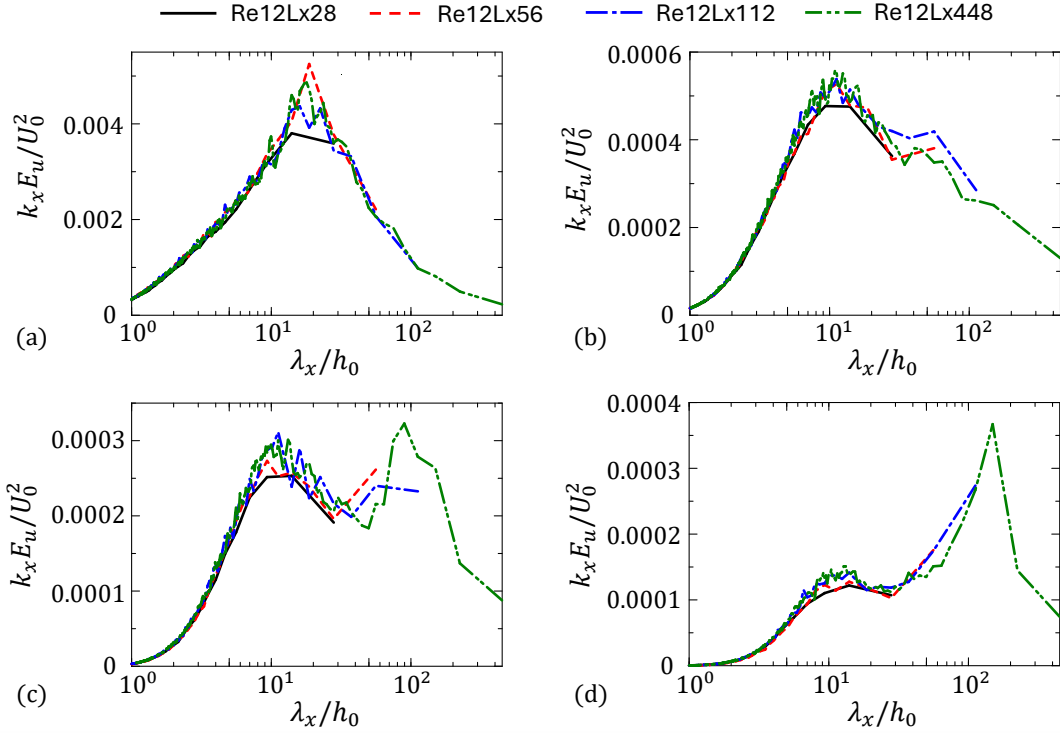


図 4.18 $Re = 1200$, せん断層中心における流れ方向速度の波数スペクトル $k_x E_u(k_x)$. (a) $t/t_r = 120$, (b) $t/t_r = 240$, (c) $t/t_r = 280$, (d) $t/t_r = 320$. なお, スペクトルは波長 $\lambda_x = 2\pi/k_x$ に対してプロットされている.

的に類似した分布を示し, $\lambda_x/h_0 \approx 10\text{--}20$ で一つのピークを持つ. この波長はせん断層厚さ δ のおよそ 2 倍であり, このピークは乱流せん断層の典型的な大規模構造の大きさに対応する. ここで, Re12Lx28 の条件では他の条件と比較しピークが小さい. これは, Re12Lx28 の計算領域の大きさが LSS のスケールよりもわずかに大きい程度であることから, 拘束効果によりこれらの構造の発達を部分的に抑制するためである. この現象により, Re12Lx28 条件の u_{rms} では, 図 4.13(a) で示した通り他条件とは異なる変化が生じる. 対して, Re12Lx56, Re12Lx112, Re12Lx448 の条件では計算領域の大きさが LSS のスケールよりも十分に大きいため, LSS は拘束効果を受けない. 流れが発達するにつれて, スペクトルの形状は大きく変化する. 図 4.18(b) の時刻 $t/t_r = 240$ となるまでに, $\lambda_x/h_0 \gtrsim 30$ である長波長側のエネルギーが増加し, 図 4.18(c), (d) の時刻 $t/t_r = 280, 320$ では $\lambda_x/h_0 \approx 50\text{--}100$ に二つ目のスペクトルピークが現れる. この二つ目のピークは, 図 4.9 の考察で示した ELSS の形成に関係する. 図 4.18(b) に示す通り, Re12Lx56 と Re12Lx112 の各条件で確認できる最長波長に近い部分ではどちらも Re12Lx448 と同様にエネルギーが増加している. しかしながら, Re12Lx448 では ELSS のピークがはっきりと確認できる一方で, Re12Lx56 と Re12Lx112 の条件ではこの特徴を完全には捉えられていない. また, Re12Lx448 における ELSS に対応

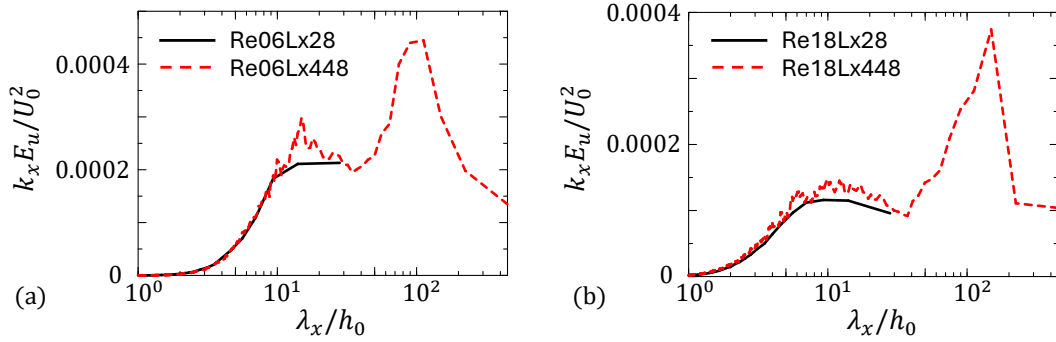


図 4.19 $t/t_r = 320$, せん断層中心における流れ方向速度の波数スペクトル $k_x E_u(k_x)$ の波長分布. (a) $Re = 600$, (b) $Re = 1800$.

するピーク波長は時間とともに増大し構造が成長し続けていると考えられるが, $Re_{12}Lx_{56}$ と $Re_{12}Lx_{112}$ の条件ではそのようなピーク波長の増大は確認できない. これらの比較より, 計算領域の大きさの制限から大スケール側が切り捨てられるため, $Re_{12}Lx_{28}$, $Re_{12}Lx_{56}$, $Re_{12}Lx_{112}$ では流れ方向全てのスケールにわたるエネルギー分布を正確に評価することはできず, ELSS の発達が妨げられることが示される.

図 4.19(a), (b) はそれぞれ $Re = 600, 1800$ に対する時刻 $t/t_r = 320$ におけるエネルギースペクトルを示しており, 各図では $L_x/h_0 = 28$ と 448 のスペクトルを比較している. $L_x/h_0 = 448$ では二つのピークをもつスペクトル形状が確認でき, どちらのレイノルズ数においても ELSS が存在していることを示している. 一つ目のピークよりも小さい, $\lambda_x/h_0 \lesssim 5$ のような小スケールにおけるスペクトルのエネルギーは, レイノルズ数が多い条件でより大きい分布を示す. これは大規模・小規模の乱流運動でスケールの差が増すためである. $\lambda_x/h_0 \approx 10^2$ に存在する ELSS に対応したピークは, $Re = 600$ と 1800 の間でわずかに異なる. このような ELSS のピーク波長がレイノルズ数に依存して変化することは, 安定密度成層のせん断層に対する LES, DNS を用いた既往研究でも示されている^[49,54]. これらの研究では, $Re = 40000$ においてもスペクトル形状が定性的に同じであることを示している. また, 図 4.19 でみられるように, 各計算領域の大きさ L_x に対する分布の変化は $Re = 1200$ における傾向と一致している.

図 4.18 における, 十分に時間が経過したときのエネルギースペクトル $k_x E_u(k_x)$ の第一ピーク, 第二ピークはそれぞれ LSS と ELSS に対応する. 短波長側となる第一ピークの波長 Λ_{LSS} は $10h_0$ 近傍に位置し, LSS に対応する. より波長が長い方となる第二ピークの波長は, 計算領域 L_x が大きい場合にのみ現れ, ELSS に起因することから Λ_{ELSS} として表す. 図 4.20 は $Re = 1200$ に対する Λ_{LSS} と Λ_{ELSS} の時間発展を, せん断層厚さ δ で無次元化し示す. なお, Λ_{ELSS} は両方のスペクトルピークが明らかに同定できる時刻でのみデータを示す. KH 不安定性から乱流が十分に発達するまでの遷移は, 概ね $t/t_r \approx 100$

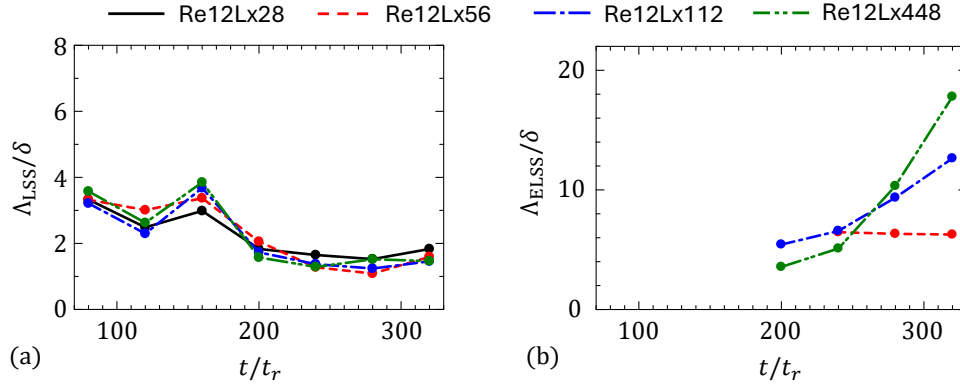


図 4.20 $Re = 1200$ におけるエネルギー Spektral のピーク波長の時間変化. (a) LSS(Λ_{LSS}), (b) ELSS(Λ_{ELSS}).

までに完了する. その後, LSS の長さスケール Λ_{LSS} はおよそ $t/t_r = 160$ まで増加する. $t/t_r = 160$ 以降は ELSS が出現し始めるにつれ, LSS と ELSS のスケール間の差が大きくなる. すなわち, ELSS は成長を続ける一方で LSS のスケールは減少する^[49]. この相互作用により, $t/t_r = 160$ 付近で一旦 Λ_{LSS} に山がみられる. Re12Lx112 と Re12Lx448 では, ELSS に関係するピークは $t/t_r = 200$ 以降に現れ, Re12Lx56 では $t/t_r = 240$ 以降に現れる. Re12Lx28 では典型的な ELSS の長さスケールに対して L_x がはるかに小さいため, ELSS のピークは観測されない. 図 4.20(a) に示す通り, Λ_{LSS} は $t/t_r = 160$ 以降減少し, 全条件でほぼ一定の比 $\Lambda_{LSS}/\delta \approx 1.5$ となる. この現象は ELSS が形成する時期と同時期であり, ELSS が成長するにつれて LSS と ELSS のスケール間の差が大きくなる. 対して, 図 4.20(b) に示す Λ_{ELSS} は L_x の大きさに強く依存する. Re12Lx448 では Λ_{ELSS} は時間とともに大きく増加し, ELSS が連続的に発達していることを示している. L_x が小さいほど発達がより妨げられ, ELSS の発達に対する拘束効果の影響が現れている. Λ_{LSS} では Λ_{ELSS} と異なり L_x の大きさによる影響が小さく, これはせん断層厚さに近いスケールを持つ LSS が ELSS とは独立して発達することを示唆している. したがって, LSS と ELSS のスケール間では構造間の相互作用が限定的であることを意味する.

流れ方向の長さに基づく ELSS の時間スケールは $T_{ELSS} = \Lambda_{ELSS}/u_{rms}$ で見積もられる. $t/t_r = 320$ において, この時間スケールは Re12Lx448 のとき $T_{ELSS}/t_r = 3.9 \times 10^3$ となる. ELSS の時間スケールは, 安定密度成層におけるせん断層の基準時間スケール t_r よりも遥かに大きい. 平均せん断の特性時間スケール $T_S = \delta/U_0 \approx 9$ は T_{ELSS} より遥かに小さく, ELSS は平均せん断により歪められ続ける. このように急速に歪みが生じる結果, 本研究で観察されるように ELSS の長さスケールは大きく増加する.

図 4.21(a), (b) は $Re = 600, 1800$ における Λ_{LSS} および Λ_{ELSS} の時間発展を示す. 各図ではそれぞれ $L_x/h_0 = 28$ と 448 の結果を比較している. ELSS に対応する Spektral

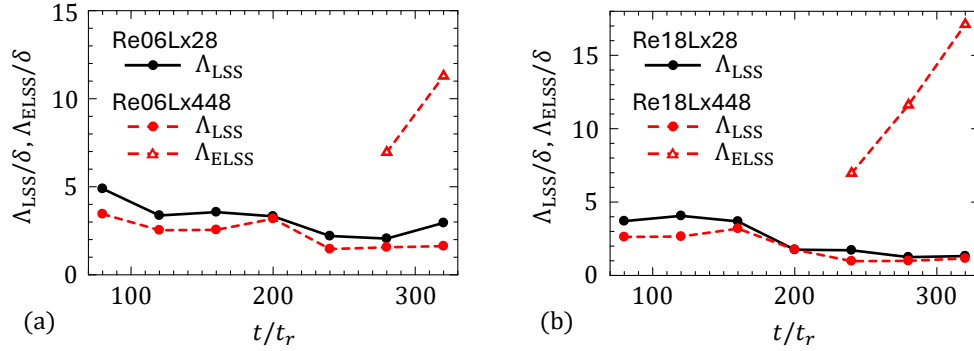


図 4.21 Λ_{LSS} と Λ_{ELSS} の時間変化. (a) $Re = 600$, (b) $Re = 1800$.

ピークは $Re = 600$ では $t/t_r = 280$, $Re = 1800$ では $t/t_r = 240$ のとき出現する. よって, $L_x/h_0 = 448$ に対する Λ_{ELSS} のプロットはこれらの時刻以降のものを示す. $Re = 1200$ の場合と同様, Λ_{ELSS} は時間とともに増加し, Λ_{LSS} はわずかに減少する. また, ELSS の成長により LSS と ELSS のスケール差は時間とともに増大する. $t/t_r = 320$ における長さのスケール比 $\Lambda_{\text{ELSS}}/\Lambda_{\text{LSS}}$ は $Re = 600, 1200, 1800$ に対してそれぞれおよそ 7, 12, 15 である. 高い Re で比が大きいのは, 図 4.17 に示すように, 遷移がより早くなることに起因する. 同一時刻でみたとき, 高 Re 条件での乱流は遷移後の経過時間がより長く, その分だけ平均せん断の影響を長時間受けるため, 異方性がより強まり, $\Lambda_{\text{ELSS}}/\Lambda_{\text{LSS}}$ も大きくなる.

流れの構造は, 速度を二点間の相関関数を用いて解析することもできる. 本研究では, 流れ方向速度 u の縦方向および横方向の自己相関関数をそれぞれ R_{ux} , R_{uz} とし, 以下の式で定義する.

$$\begin{aligned} R_{ux}(r_x, y, t) &= \frac{\overline{u'(x, y, z, t) u'(x + r_x, y, z, t)}}{u_{rms}^2(y, t)}, \\ R_{uz}(r_z, y, t) &= \frac{\overline{u'(x, y, z, t) u'(x, y, z + r_z, t)}}{u_{rms}^2(y, t)}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

ここで, r_x と r_z はそれぞれ x , z 方向の二点間の距離である.

図 4.22 は $Re = 1200$ における各 L_x 条件での流れ方向速度の自己相関関数 R_{ux} を示す. なお, $L_x/2$ を超える二点間距離は周期境界条件により実質的に $L_x - r_x$ と対応する^[72] ため, r_x の範囲は $0 \leq r_x \leq L_x/2$ に限られる. r_x が大きいときの相関関数の値は時間とともに増加し, 流れ方向の特性長さスケールの増大を示す. 図 4.22(a), (b) で示す $Re12Lx28$ と $Re12Lx56$ の条件では, 解析可能な r_x の範囲では R_{ux} は 0 にまで減衰せず, ELSS のような大きな流れ方向構造の全長を捉えるには計算領域の大きさが不十分であることを示している. 対して図 4.22(d) で示す $Re12Lx448$ では, 時間が経過し続けても相関の分布が広く捉えられており, 流れ方向に長い ELSS のような構造を捉えるのに十分な計算領域を確保し

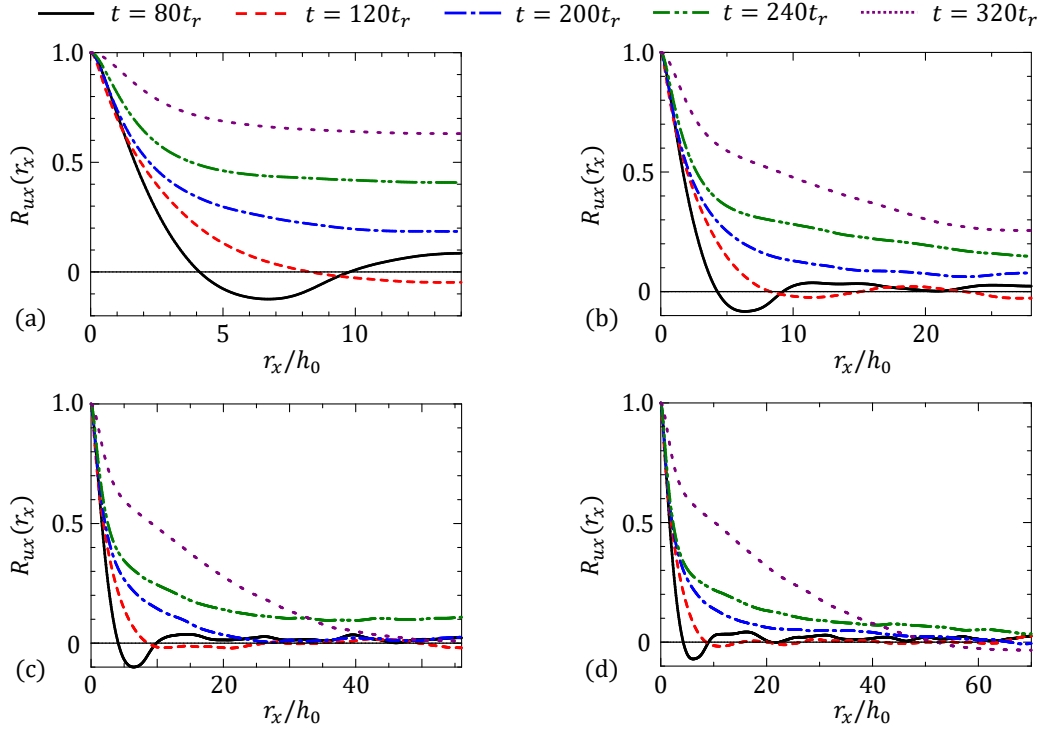


図 4.22 $y = 0$ における流れ方向速度 u の縦方向自己相関関数 $R_{ux}(r_x, y, t)$. (a) Re12Lx28, (b) Re12Lx56, (c) Re12Lx112, (d) Re12Lx448.

ていることが確認できる.

図 4.23 は図 4.22 と同じ示し方で横方向の自己相関関数を比較する. スパン方向に見たとき, ELSS は u が正負交互に配置されるような分布を取ることから, r_z が大きくなるにつれて R_{uz} は正負の間で振動する. 同様の相関分布は非成層の乱流せん断層においても確認されている^[55]. $r_z = 0$ から始めると, r_z が増加するにつれて R_{uz} は 1 から 0 へと値が小さくなっていく. $t/t_r = 320$ のとき, R_{uz} が初めて 0 点を通るのは Re12Lx28 のとき $r_z/h_0 = 9.0$, Re12Lx448 のとき $r_z/h_0 = 8.0$ である. Re12Lx28 においてはスパン方向のスケールがより長く, 十分に発達した ELSS が無い場合, 流れの構造間の間隔が増大することを示している. R_{uz} は 0 を超えた後極小値をとり, その極小値をとる位置は隣接する ELSS (基準からみて反対の流れ方向速度を持つ構造) のスパン方向との間隔に対応する. 極小値は Re12Lx28 で $r_z/h_0 = 15.0$, Re12Lx448 で $r_z/h_0 = 12.2$ に存在する. これは, ELSS が十分に発達しない場合, 正負の u をもつ構造のスパン方向中心間距離が大きくなることを示しており, 図 4.7 や図 4.9 で見られる可視化されたパターンと一致する.

ELSS の空間分布について調べるため, 二次元の自己相関関数についても評価を行う.

$$R_{uxz}(r_x, r_z, y, t) = \frac{\overline{u'(x, y, z, t) u'(x + r_x, y, z + r_z, t)}}{u_{rms}^2(y, t)}. \quad (4.5)$$

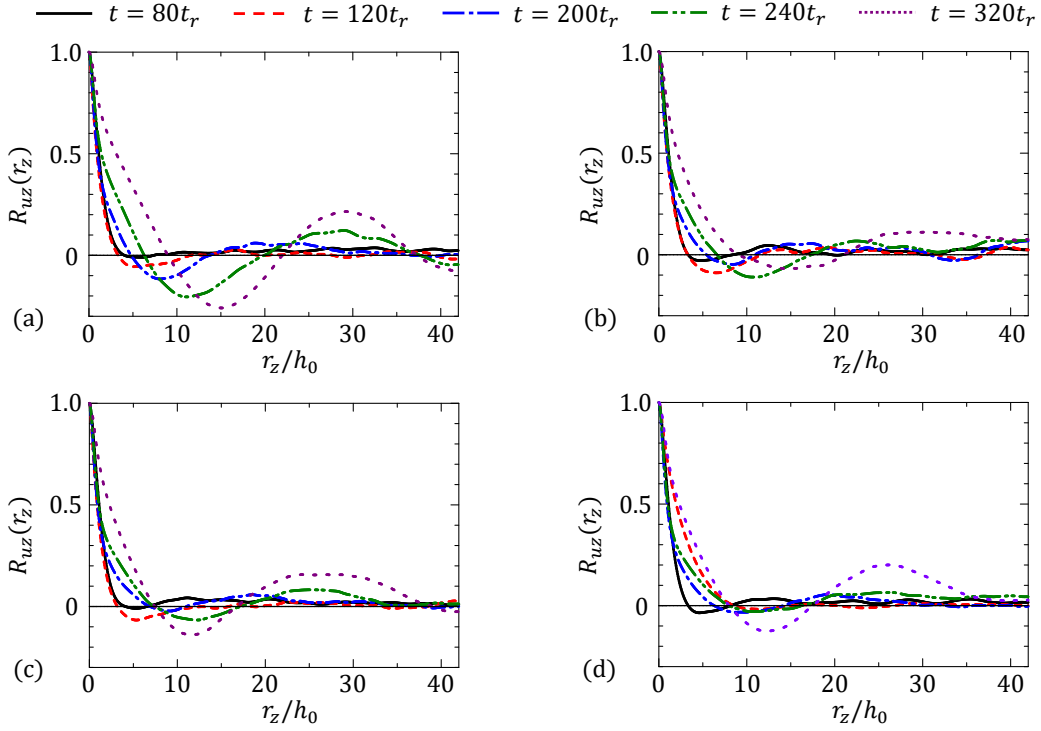


図 4.23 $y = 0$ における流れ方向速度 u の横方向自己相関関数 $R_{uz}(r_z, y, t)$. (a) Re12Lx28, (b) Re12Lx56, (c) Re12Lx112, (d) Re12Lx448.

図 4.24 は $y = 0$, $Re = 1200$ における異なる L_x の条件間で二次元の自己相関関数を比較したものである. Re12Lx112 と Re12Lx448 では, $(r_x, r_z) = (0, 0)$ 近傍の正の相関が X 状に広がっており, ELSS の蛇行する特徴が反映されている. ELSS は図 4.9 にもみられるように, 流れ方向に対しわずかに傾いている. この二次元の自己相関関数でみられるパターンは, 乱流境界層で観測される超大規模構造 (Superstructures) と類似している^[62]. R_{uxz} の X 状の分布は ELSS の傾きを表す. $r_x = 50h_0$ において, Re12Lx448 における $R_{uxz}(r_z)$ のピークは $r_z = 9.3h_0$ で極大となり, ELSS が x 軸から約 10 度傾いていることを示す. この傾斜角は, 乱流境界層における超大規模構造で報告されている値と同程度となる^[62]. 対して, Re12Lx28 と Re12Lx56 では X 状のパターンは現れない. これらの計算領域が小さい条件では, 蛇行特性が現れるのに十分な領域を持っておらず, ELSS は周期境界を通して人工的に結合される.

流れ方向速度の縦方向, 横方向の積分スケールは, 自己相関関数 $R_{ux}(r_x)$, $R_{uz}(r_z)$ をそれぞれ積分したものとして以下のように定義される.

$$L_{Ix} = \int_0^{r_{x0}} R_{ux}(r_x) dr_x, \quad L_{Iz} = \int_0^{r_{z0}} R_{uz}(r_z) dr_z. \quad (4.6)$$

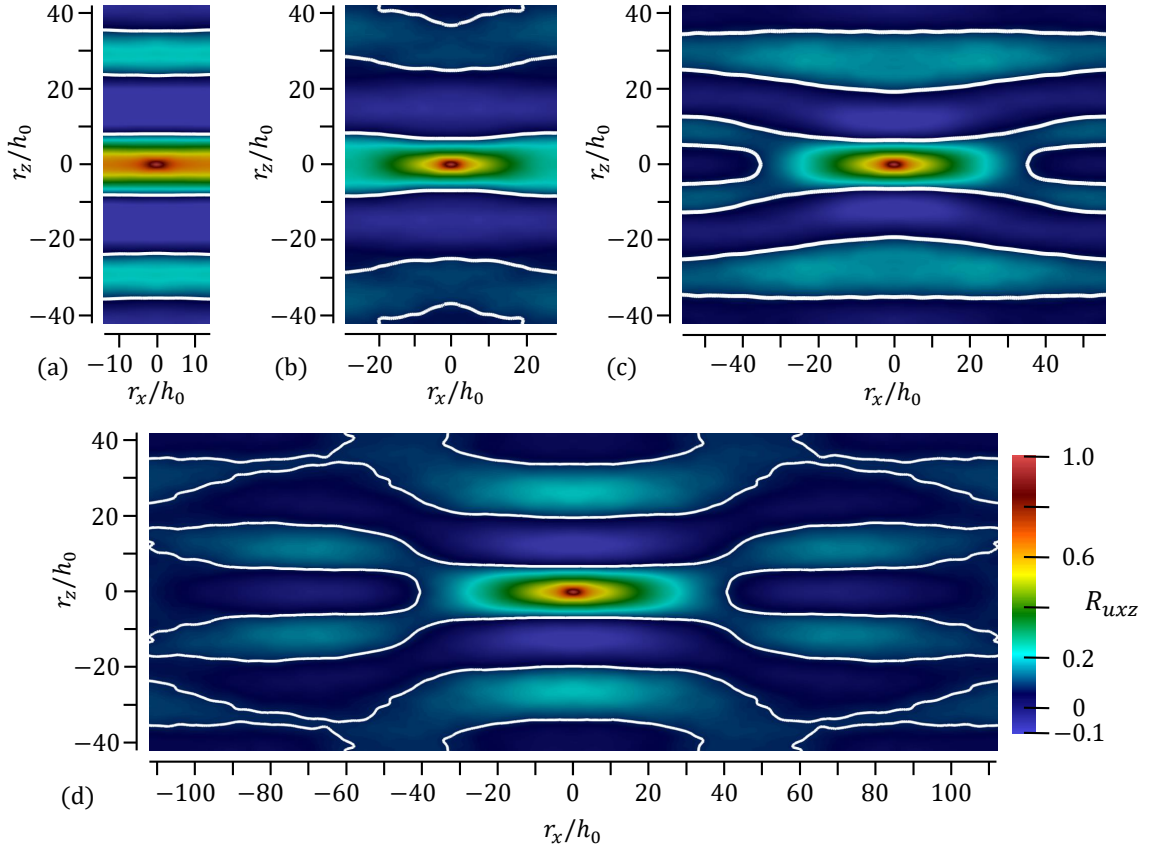


図 4.24 $y = 0$, $t/t_r = 320$ における流れ方向速度の二次元自己相関関数 $R_{uxz}(r_x, r_z, y, t)$. (a) Re12Lx28, (b) Re12Lx56, (c) Re12Lx112, (d) Re12Lx448.

相関の分布は流れの構造に依存して変化するため、積分の上限 r_{x0} および r_{z0} を決める方法は先行研究でさまざまに用いられてきた^[144]. その中で一般的な方法の一つとして、相関関数が 0 となる位置との距離を用いるものがある^[145,146]. しかしながら、この方法は相関に現れる振動の影響を受けやすい. この問題を避けるため、相関関数が所定の閾値に達するまで積分し、以遠の寄与を無視する方法も存在する^[147,148]. 本研究では後者の方法を用い、 r_{x0} , r_{z0} をそれぞれ $R_{ux} = 0.05$, $R_{uz} = 0.05$ となる位置として定義する. なお、領域 L_x の制限から R_{ux} が閾値に到達しない場合は、積分は $r_{x0} = L_x/2$ まで行うものとする. 積分範囲の選定に対して閾値を設定することにより、積分長さスケールの値に対してわずかに影響を及ぼすものの、以後述べる考察や結論には影響しない.

図 4.25 は初期 KH 不安定性から三次元乱流が発達していく $t/t_r = 80$ における $Re = 1200$ での積分長さスケールの時間変化を示す. 図 4.25(a) に示す縦方向の積分長さスケール L_{Iz} は、時刻 $t/t_r = 200$ まで異なる L_x の条件間で大きな変化はない. およそ $t/t_r = 200$ 以降で ELSS が発達し始めると L_{Iz} は条件間で差が生じ始める. 特に L_x が小さい条件では、拘束効果により ELSS の発達が抑制されるため、 L_{Iz} の成長も Re12Lx448 と比べて抑

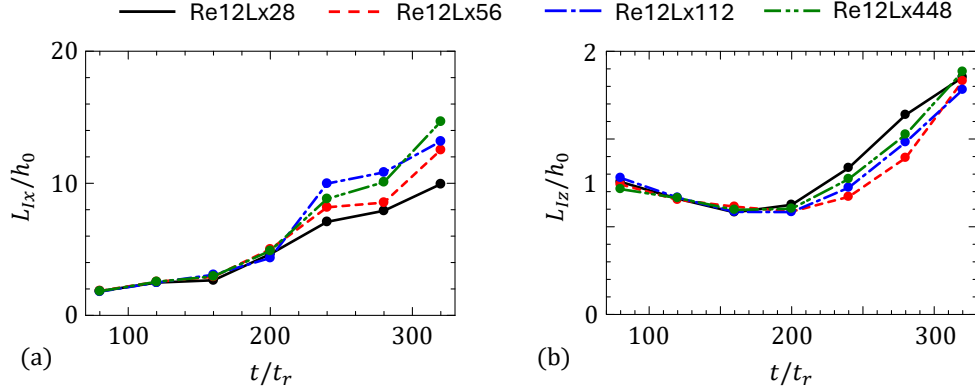


図 4.25 $Re = 1200$ における流れ方向速度の (a) 縦方向積分スケールと (b) 横方向積分スケールの時間変化.

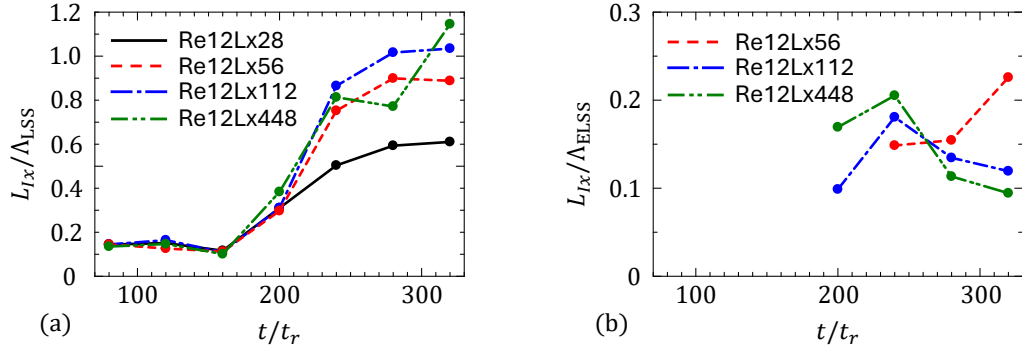


図 4.26 $Re = 1200$ における, 縦方向の積分長さスケールをそれぞれ Λ_{LSS} , Λ_{ELSS} で正規化した (a) L_{Ix}/Λ_{LSS} , (b) L_{Ix}/Λ_{ELSS} の時間変化.

えられる. 図 4.25(b) に示す横方向の積分スケールは, 縦方向の積分スケールとは異なる変化を示す. L_{Iz} は $t/t_r = 200$ までわずかに減少し, その後緩やかに増加する. この挙動は全ての条件で一貫して見られるが, ELSS が発達し始める $t/t_r = 200$ 以降は条件間の差が現れる. これらの結果より, 計算領域の制約により ELSS の発達が抑えられると, 大規模構造よりも大きなスケールで生じる, 速度変動のスパン方向の構造形成も計算領域の制約による影響を受けることがわかる.

図 4.26 は, 流れ方向速度の縦方向積分長さスケール L_{Ix} を, スペクトルピークの波長に関する特性長さスケール Λ_{LSS} , Λ_{ELSS} を比較するため, 正規化した値 L_{Ix}/Λ_{LSS} , L_{Ix}/Λ_{ELSS} をそれぞれ時間変化に示す. 積分スケールがいずれかの波長と相關する場合, 正規化した値は時間によらずほぼ一定となるはずである. $t/t_r = 160$ までの初期段階では L_{Ix}/Λ_{LSS} はおよそ 0.18 でほぼ一定であり, 空間相関に関する長さは LSS の大きさにスケールリングされることを示す. その後 ELSS が発達し始めると, L_{Ix}/Λ_{LSS} は急速に増加す

る. これは, 二点間の距離が増加したときの速度相関に対して ELSS がより大きな影響を与えていることによる. ELSS の成長は計算領域の大きさに影響を受けるため, L_{Ix}/Λ_{LSS} の値も L_x が異なると変化する. $Re_{12}L_x448$ のような ELSS が十分確認できる条件では L_{Ix}/Λ_{ELSS} はおよそ 0.1 から 0.2 となる一方, L_{Ix}/Λ_{LSS} はおよそ 0.2 から 1.2 へと増加する. 以上より, ELSS が十分に発達すると, 流れ方向の積分長さスケールは LSS の長さスケールではなく ELSS の長さスケールと関連するようになることを示している.

4.3.4 乱流混合・散逸に関するパラメータ

ここまでの結果で, 流れ方向の計算領域が小さいと ELSS の発達が抑制され, 実質的に ELSS がない状況が再現され大規模な流れの特性が変化することを確認した. ELSS の役割をさらに理解するため, 本節ではエネルギー散逸係数および混合に関するパラメータを調査し, ELSS の有無が乱流特性と混合過程にどのように影響するかを明らかにする.

エネルギー散逸係数は, 乱流運動エネルギーの散逸率 $\varepsilon = \overline{\nu(\partial u_i'/\partial x_j)^2}$ を大スケールの代表速度 U と長さ L で無次元化し定義する.

$$C_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{U^3/L}. \quad (4.7)$$

安定密度成層下における十分に発達した乱流では, C_ε は各流れにおいて概ね一定に保たれる傾向がある. 一様乱流では, この一定となる背景にはレイノルズ数によって異なる物理機構が存在する. 高レイノルズ数では, エネルギーカスケードと散逸のつり合いによって一定となる^[149]. 低レイノルズ数では, 散逸へ大きく寄与する水平方向速度の鉛直勾配により散逸係数が一定となる^[150]. これに対し, 安定密度成層における乱流せん断層は一様な乱流と異なり, 低レイノルズ数であっても活発なエネルギーカスケードが生じる^[49]. 本節では, ELSS の発達がこの散逸係数に対してどのような影響を及ぼすか調べる. 散逸係数は, 乱流せん断流れに関する既往研究^[151]に従い, 流れ方向速度を用いて定義する.

$$C_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{u_{rms}^3/L_{Ix}}. \quad (4.8)$$

ただし, 安定密度成層におけるせん断層には一様乱流と異なり LSS と ELSS という二つの特性長さスケールが存在し, これらは積分長さスケール L_{Ix} とは異なる. これらの構造の影響を評価するため, LSS および ELSS の長さスケールを用いたエネルギー散逸係数も併せて定義する.

$$C_\varepsilon^{(LSS)} = \frac{\varepsilon}{u_{rms}^3/\Lambda_{LSS}}, \quad C_\varepsilon^{(ELSS)} = \frac{\varepsilon}{u_{rms}^3/\Lambda_{ELSS}}. \quad (4.9)$$

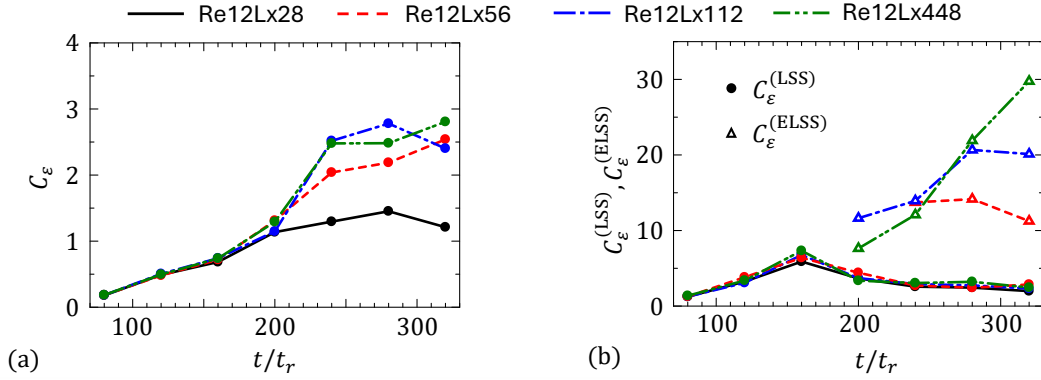


図 4.27 $Re = 1200$ における各条件での、各長さスケールによって定義された散逸係数の時間変化. (a) 積分長さスケール L_{Ix} による散逸係数 C_ϵ , (b) LSS と ELSS の長さスケールによる散逸係数 $C_\epsilon^{(LSS)}$, $C_\epsilon^{(ELSS)}$.

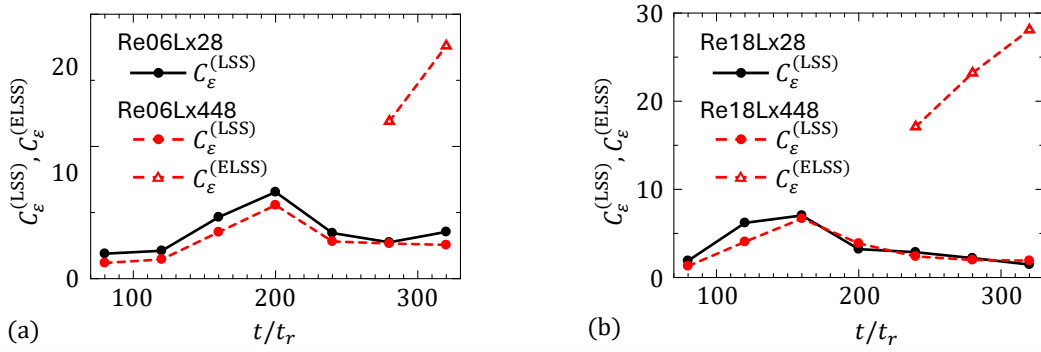


図 4.28 $C_\epsilon^{(LSS)}$ と $C_\epsilon^{(ELSS)}$ の時間変化. (a) $Re = 600$, (b) $Re = 1800$.

これらの定義により、ELSS の有無に応じて各スケールが全体的な散逸の挙動にどのように寄与するかを比較できる。

図 4.27(a) は $Re = 1200$ における各計算領域の大きさを変えた条件に対し、積分長さスケールに基づく散逸係数 C_ϵ の時間変化を示す。どの条件でも C_ϵ はおよそ $t/t_r = 280$ まで時間とともに増加し、これは図 4.25 に示す積分長さスケールの急激な増加に対応する。 L_x が小さい場合、拘束効果により積分長さスケールの成長が抑制されるため、 C_ϵ の値は大きく増加せず低い状態を維持する。図 4.27(b) は、ELSS と LSS の特性長さスケールを用いて定義した散逸係数 $C_\epsilon^{(ELSS)}$ と $C_\epsilon^{(LSS)}$ を比較する。なお、 $C_\epsilon^{(ELSS)}$ の値は、ELSS に対応する二つ目のスペクトルピークが明確に確認された時刻に対してのみ示す。 L_x が十分大きいとき、 $C_\epsilon^{(ELSS)}$ は時間とともに増加し、積分スケールに基づく C_ϵ の後半の時刻に近い動きを示す。これに対し、 $C_\epsilon^{(LSS)}$ は ELSS が形成された以後ではおよそ 2 程度で一定となる。

図 4.28 は、 $Re = 600, 1800$ における $C_\epsilon^{(LSS)}$ と $C_\epsilon^{(ELSS)}$ の時間変化を示す。どちらの結果も $Re = 1200$ でみられたものと傾向が一致しており、 $C_\epsilon^{(LSS)}$ は $L_x/h_0 = 28, 448$ の双方

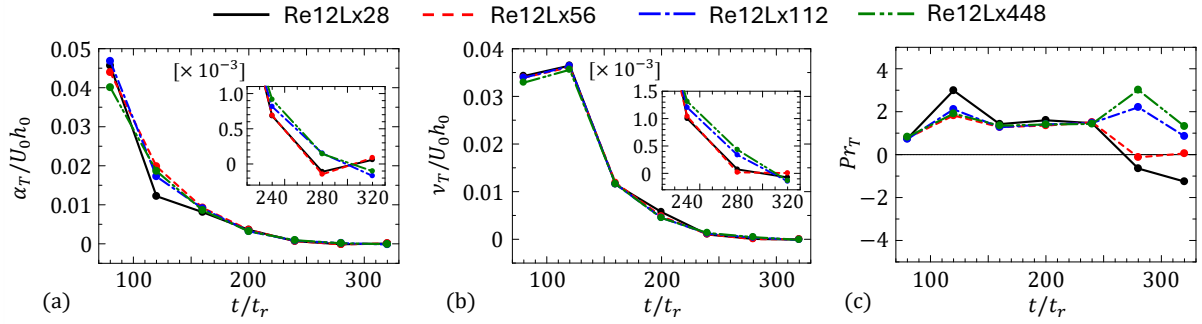


図 4.29 $Re = 1200$ における各パラメータの時間変化. (a) 渦拡散係数 α_T , (b) 渦粘性係数 ν_T , (c) 乱流プラントル数 Pr_T .

で途中値が上昇するものの ELSS との分離が見られる時刻後では値が減少の後一定に近い変化をとる. また, $Re = 1200$ の場合と同様に $C_\varepsilon^{(ELSS)}$ は $Re = 600, 1800$ で時間とともに大きく増加する.

これら三つの異なるスケールを用いて定義される散逸係数の挙動は, 安定密度成層のせん断層におけるエネルギーを評価する上で重要な意味を持つ. L_x が小さい場合, ELSS の発達 は人工的に制約され, ELSS が形成されないか, 蛇行特性が失われる. ELSS はこのように計算領域の大きさによって変化が生じているにも関わらず, LSS のスケールに基づく散逸係数 $C_\varepsilon^{(LSS)}$ は, ELSS が発達し始めた後もほぼ一定の値を取る. この結果より, エネルギー散逸率は主に LSS によってスケールリングされ, 散逸が生じる小スケールへ向かうスケール間のエネルギー伝達へは LSS が支配的な役割を担うことが考えられる^[49]. 対して, ELSS はこの散逸へのエネルギー伝達の過程において直接重要な役割を果たさない.

乱流混合をモデリングする上でもう一つ重要なパラメータは乱流プラントル数であり, これは $Pr_T = \nu_T / \alpha_T$ で定義される. ここで, ν_T と α_T はそれぞれ渦粘性係数と渦拡散係数を表す. 安定密度成層におけるせん断層では, ν_T と α_T は以下で導出される.

$$\nu_T = -\frac{\overline{u'v'}}{\partial \bar{u} / \partial y}, \quad \alpha_T = -\frac{\overline{\rho'v'}}{\partial \bar{\rho} / \partial y}. \quad (4.10)$$

ν_T , α_T はフラックスリチャードソン数および混合効率と密接に関係しており, 安定密度成層における乱流混合のモデル化とパラメータ化において重要な役割を果たす^[152,153].

図 4.29 は $Re = 1200$ に対する ν_T , α_T , Pr_T の時間変化を示す. 乱流フラックス $\overline{u'v'}$, $\overline{\rho'v'}$ の時間変化ならびにコスペクトルの解析に基づくそれらのスケール依存性は, 同一流れに対する先行研究で詳細に評価されている^[49]. ν_T , α_T はいずれも, 乱流の減衰により時間とともに概ね減少する. 初期 KH 不安定性から乱流が十分に発達した $t/t_r = 80$ の時点で Pr_T はおよそ 0.7 である. 成層せん断流れに関する実験・数値解析の双方でも近い Pr_T の

値を取ることが示されている^[154–156]. Re12Lx112 および Re12Lx448 では, ELSS の発達後も Pr_T は正のままである. しかし, ELSS の形成が関係する $t/t_r > 240$ 以降, Re12Lx28 および Re12Lx56 における Pr_T は Re12Lx112 および Re12Lx448 と異なる傾向を示す. $t/t_r = 320$ では, Re12Lx112 および Re12Lx448 において ν_T と α_T はともに負となる. せん断流れにおける古典的な乱流モデルでは, 乱流の運動量と密度はそれぞれの平均勾配に沿って下方へ輸送されると仮定され, すなわち $\nu_T > 0$ と $\alpha_T > 0$ とされている. ν_T と α_T が負となるときは逆勾配拡散となり, 運動量と密度は平均勾配とは逆方向へ輸送される. 先行研究では, 安定密度成層における乱流せん断層では逆勾配方向への輸送が主に LSS と ELSS の中間スケールで生じることを示している^[54]. この中間スケールにおける運動量および密度フラックスが ν_T と α_T を負にさせ, 本研究での計算領域の条件間での結果の差から, ELSS の存在に強く影響されることが分かる. 乱流の減衰により乱流の運動量および密度フラックスの絶対値は時間とともに減少するものの, 乱流運動エネルギーや密度分散への相対的な寄与度は依然として重要な指標である. これら寄与度は流れの長期的な発達に影響を及ぼし続ける可能性がある.

波数空間における乱流運動エネルギーの収支は, スパン方向の速度成分に対して ELSS のスケールへの逆方向エネルギー伝達が生じることを示している^[49]. これは, 安定密度成層におけるせん断層と, 緩衝層および対数層のような壁面乱流の壁面近傍領域が類似していることを示している. これらの領域では, スパン方向速度成分における逆方向へのエネルギー伝達も観察されており^[71], ELSS に類似した超大規模構造が存在することが知られている^[62]. さらに, 安定密度成層におけるせん断層は LSS と ELSS のスケール間で k_x^{-1} のスケールリングを示し, 壁面乱流で確立されている k_x^{-1} 則を反映している^[157]. このように安定密度成層におけるせん断層と壁面乱流が類似しているのは, 壁または浮力によって鉛直方向の乱流運動が抑制される状況下で平均せん断が働くことに起因すると考えられる. 第三章で行った鉛直運動が平行な壁によって拘束される壁間せん断層についての研究結果からも, この類似している原因を同様に結論付けている. 第三章と本章での研究結果から, 観測される逆方向のエネルギー伝達は三次元のせん断駆動型の乱流では固有の特徴であることが示唆される.

4.4 結言

本章では, 時間発展する安定密度成層におけるせん断層について異なる流れ方向の計算領域の大きさ L_x を適用し複数の条件で DNS を行った. 十分発達した乱流せん断層には, せん断層厚さに匹敵する大きさの典型的な大規模構造 (LSS) に対応するものと, 流れ方向の長さが LSS よりも著しく大きい超大規模構造 (ELSS) に対応するもの, 二つの明確に異なる大スケールの長さスケールが存在する. 流れ方向の計算領域の大きさが小さい場合, ELSS

の成長は抑制されるか、蛇行特性が失われるなどして変調される．異なる L_x を用いた条件での結果を比較することで、ELSS が流れの発達に与える役割が明らかとなる．速度と密度の平均値および変動の rms 値といった統計量は、LSS の特性を反映する．計算領域が小さい場合、ELSS は失われるなどといった大きな構造の変化があるのにもかかわらず、LSS に関係する統計量は大きくは変化せず、LSS の発達が ELSS の形成から概ね切り離されている．積分長さスケールおよび ELSS の長さスケールによって定義された散逸係数は時間とともに増加するものの、LSS の長さスケールを用いた散逸係数は ELSS の発達後ほぼ一定の値をとる．このことから、エネルギーの大スケールから小スケールへの伝達は主に LSS によって駆動され、ELSS の寄与は小さいことが示唆される．しかしながら、LSS と ELSS の中間スケール^[54] で生じる逆勾配拡散は、ELSS が発達する計算領域が大きい条件で ν_T, α_T が時間とともに減少し負となることと関係しており、ELSS の発達が抑制される場合には逆勾配拡散は確認できない．以上より、ELSS は LSS より大きなスケールにおいて重要な役割を果たし、流れ方向速度の大規模な変動に影響を及ぼす．一方で、LSS より小さなスケールの乱流特性は、ELSS の存在、有無によってほとんど影響を受けない．

第 5 章

安定密度成層中の乱流せん断層におけるスパン方向の拘束効果

5.1 導入

第四章では、流れ方向に対して計算領域を変化させることで ELSS の有無を再現し、流れの発達に与える役割について調査した。ELSS は、流れ方向に非常に長いスケールをもつことに加え、流れ場ではスパン方向に正負の速度変動が交互に現れるのが特徴である。したがって、ELSS がスパン方向に配列され並んでいる状況も流れの発達に何らかの重要な影響を及ぼしていることが考えられる。そこで本章の研究では、安定密度成層内のせん断層における統計的な特性に対し、ELSS がスパン方向に配列されていることがどのように影響するかを調べる。第四章と同様に直接数値計算を用いるが、本章ではスパン方向の計算領域の大きさを変化させて結果を比較する。スパン方向の計算領域が小さすぎる場合、ELSS のスパン方向の配列は大きく変化する。異なる条件間で比較することでスパン方向の拘束効果を評価し、スパン方向の配列が流れ場に与える役割を明らかにする。

5.2 計算条件

安定密度成層下における時間発展型せん断層を調査するため、直接数値計算 (DNS) を用いた解析を行う。支配方程式及び各種条件は第二章、第四章で示したものと同一であり、ここでは第四章と異なる計算領域等のパラメータについて述べる。図 5.1 に計算領域の概略図を示す。計算領域の基本設定ならびに境界条件、初期速度・密度分布の設定、擾乱の発生方法については第四章で述べた研究内容と同一である。各方向の計算領域は L_x, L_y, L_z で表され、流れ方向・鉛直方向・スパン方向をそれぞれ x, y, z , 対応する速度成分をそれぞれ u, v, w と定義する点も同じである。レイノルズ数は $Re = 1200$ で固定し、リチャードソン

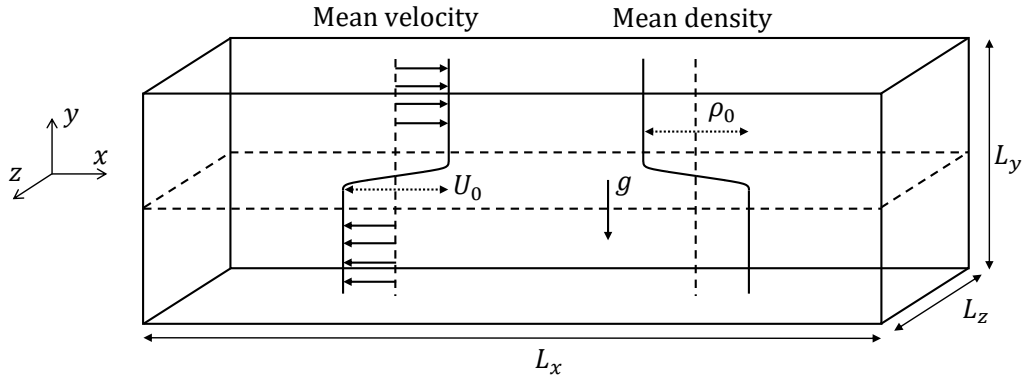


図 5.1 安定密度成層における計算領域の概略図.

表 5.1 各条件とその条件下における各方向の計算領域 (L_x, L_y, L_z) , 格子点数 (N_x, N_y, N_z) , 計算回数 N_S .

条件	L_x/h_0	L_y/h_0	L_z/h_0	N_x	N_y	N_z	N_S
Lz07	448	80	7	7776	700	128	23
Lz14	448	80	14	7776	700	243	12
Lz28	448	80	28	7776	700	486	6
Lz42	448	80	42	7776	700	729	4
Lz56	448	80	56	7776	700	972	3
Lz84	448	80	84	7776	700	1458	2
Lz14f	448	80	14	9332	840	293	1

数, プラントル数は $(Ri, Pr) = (0.06, 1)$ で第四章と同一である. 第四章では計算領域を x 方向に狭めていたのに対し, 本章の研究では計算領域を z 方向に狭める. 設定した条件を表 5.1 に示す. x および y 方向の計算領域の大きさは全ての条件で一定であり, 異なる L_z に対して DNS を実施する. L_x および L_y はいずれも流れの発達に影響を与えない十分な大きさである. 計算時間についても第三, 四章と同様, 乱流状態へ遷移し十分に発達するまでとし $t/t_r = 320$ に到達するまで進める. 格子点数は全時間にわたり格子間隔がコルモゴロフスケールの 2 倍より小さくなるよう設定する. なお, $L_z = 14h_0$ の条件では, 格子依存性を調査するため格子点数を増やした条件も別途設定する. 時間刻みは Lz14f の条件では $0.0083t_r$, 他の条件では $0.01t_r$ に設定する. 解析は異なる初期速度変動の乱数を適用し N_S 回繰り返す. 統計量は水平面での空間平均に加え N_S 個の解析によるアンサンブル平均を用いて評価する.

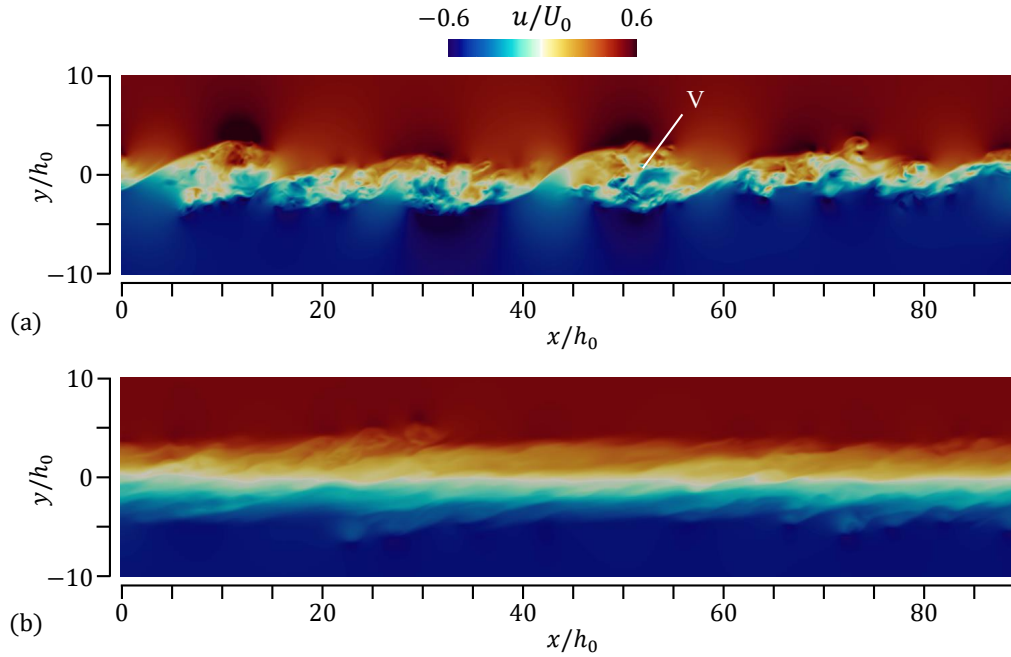


図 5.2 $L_z = 7h_0$ 条件における x - y 平面の流れ方向速度可視化図. (a) $t/t_r = 120$, (b) $t/t_r = 320$.

5.3 結果と考察

5.3.1 瞬時速度場

図 5.2, 5.3 は, L_z07 , L_z84 の条件に対して $t/t_r = 120, 320$ における x - y 平面上の瞬時速度場の分布を可視化したものである. 初期の平均せん断は KH 不安定性を誘起し, その結果, 各図内の v で示したように大規模なスパン方向の渦が形成される. これらの渦はその後崩壊し, 時間とともに減衰する三次元の乱流へと発達していく. この遷移過程は, x - y 平面での可視化では類似した挙動が確認できる. KH 不安定性によって起きる乱流遷移の詳細なメカニズムについては, 先行研究^[49,127] で考察されている.

図 5.4, 5.5, 5.6 は, せん断層中心 ($y = 0$) における水平面での流れ方向速度を L_z07 , L_z14 , L_z84 の条件に対して可視化したものである. x - y 平面ではあまり違いがみられなかったのに対し, 水平面上ではスパン方向の計算領域の大きさによる違いが明らかにみられる. $t/t_r = 120$ では, L_z07 と L_z14 の条件下で, 図中 v で示すように小スケールの変動を伴わない, スパン方向に比較的長い正負の速度の塊が現れる. これらの塊は KH 不安定性に由来するスパン方向の渦に対応する. L_z が小さい場合, これらの渦は小スケール乱流へ崩壊することなく, 長時間持続する. 第四章でも述べたが, スパン方向の計算領域が十分に大きい

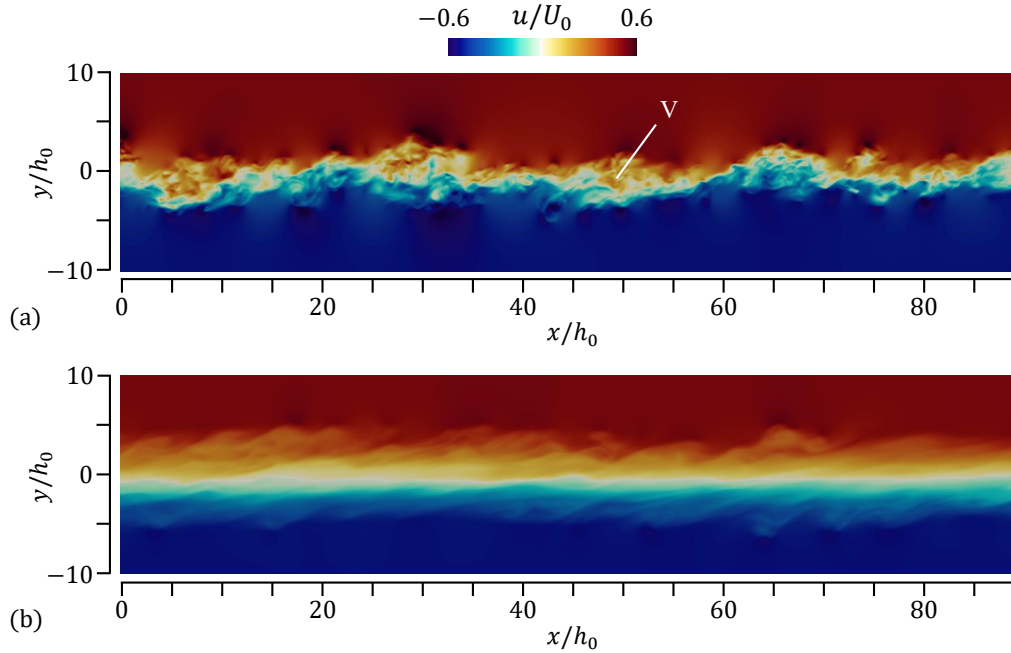


図 5.3 $L_z = 84h_0$ 条件における x - y 平面の流れ方向速度可視化図. (a) $t/t_r = 120$, (b) $t/t_r = 320$.

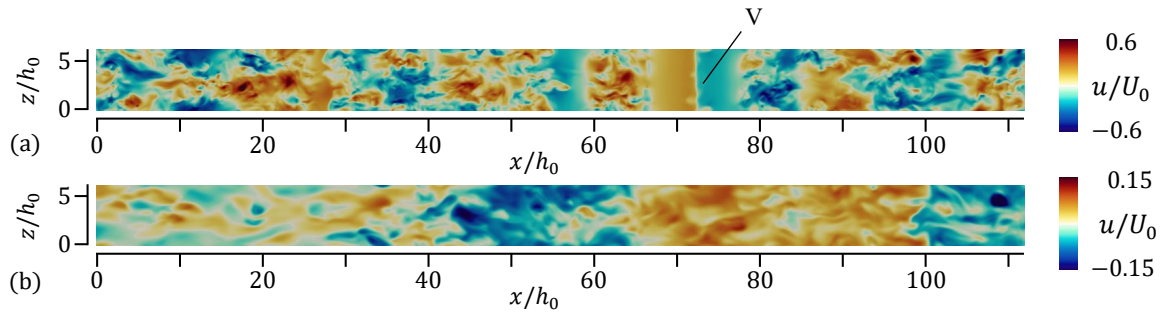


図 5.4 $L_z = 7h_0$ 条件, せん断層中心 ($y = 0$) における x - z 平面の流れ方向速度可視化図. (a) $t/t_r = 120$, (b) $t/t_r = 320$.

場合, KH 渦の多くは蛇行挙動を示し, その軸はスパン方向からずれていく. この軸のずれが隣接する渦同士の相互作用を促進させ, 渦の崩壊および小スケール乱流の発生を促す. その結果, 図 5.6(a) では小スケールの速度変動が水平面全体に分布し, 初期 KH 渦のような塊が確認できない. L_z が小さい場合, 拘束効果により各渦が周期境界を介して自身と結合することとなる. この効果が渦の軸がずれていくことを抑制させ, 渦の相互作用を阻害し, 三次元乱流の発生が遅れるか発生しなくなる. 遷移中のこの拘束効果は, 非成層せん断層に対して行われた既往研究^[111] と同じ傾向を示す.

流れ場が十分に発達する $t/t_r = 320$ では, 速度分布は遷移過程と大きく異なる. 図 5.6(b)

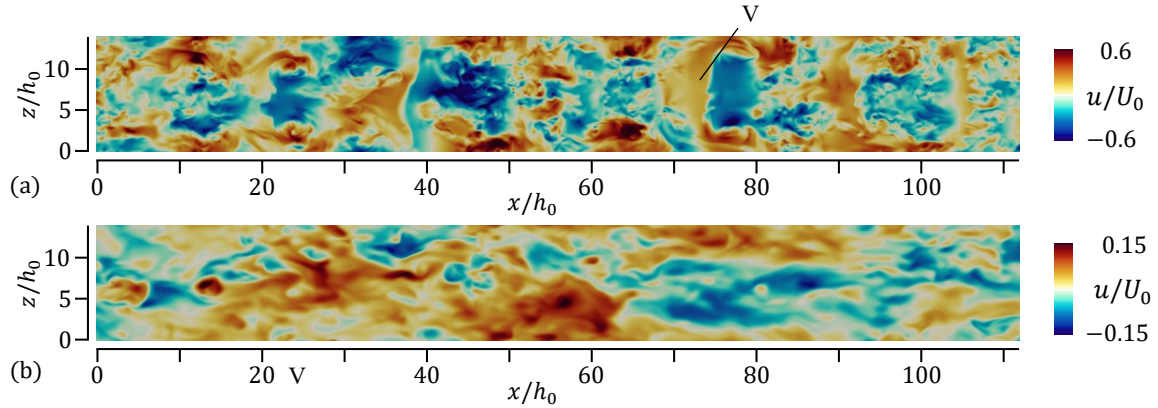


図 5.5 $L_z = 14h_0$ 条件, せん断層中心 ($y = 0$) における x - z 平面の流れ方向速度可視化図. (a) $t/t_r = 120$, (b) $t/t_r = 320$.

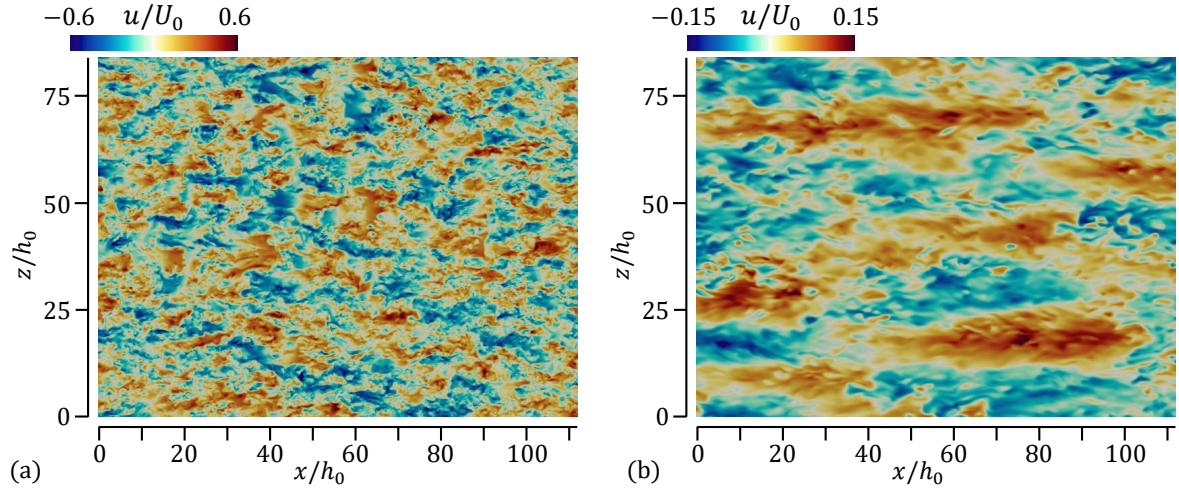


図 5.6 $L_z = 84h_0$ 条件, せん断層中心 ($y = 0$) における x - z 平面の流れ方向速度可視化図. (a) $t/t_r = 120$, (b) $t/t_r = 320$.

で示した $L_z 84$ の条件では, 正負の速度を持つ領域が流れ方向に大きく伸びている. この異方的な速度の構造は ELSS に対応し, この流れ方向の長さスケールは他方向の長さよりもはるかに大きい. 第三章では, この ELSS の形成が安定密度成層により強められた平均せん断によって駆動されることを述べている. $L_z 84$ の条件では, 正負の速度領域の可視化図から推定すると流れ方向の長さが $80h_0$ に達するものもある. スパン方向には, 正負の速度を持つ ELSS が交互に現れる. L_z が小さくなると, 隣り合う構造間の距離がスパン方向の計算領域の大きさを上回るため, ELSS のスパン方向の配列が変化する. ELSS のような構造は $L_z 07$ では観察されない. また, $L_z 14$ の条件では, スパン方向の計算領域の大きさが単一の ELSS の構造の幅に匹敵するため, $L_z 84$ で見られたような ELSS のスパン方向の配列は明確に捉えることができない.

安定密度成層における流れ場では、大規模な鉛直運動は浮力によって抑制される。そのような鉛直運動を特徴とするスパン方向の渦は、初期の KH 不安定性からの遷移過程で生成される。これらの渦は図 5.2(a) および図 5.5(a) 内時刻 $t/t_r = 120$ で確認できるが、流れの発達に伴い、浮力によって運動が抑制され弱まっていく^[89,158]。スパン方向の計算領域が大きい場合、隣接するスパン方向の渦同士が相互作用により急速に崩壊するが、この相互作用は計算領域を制限することによって抑制される^[24,49]。このため、 $L_z 84$ では図 5.3(b), 図 5.6(b) の $t/t_r = 320$ においてスパン方向の渦は見られない。したがって、安定密度成層における十分に発達した乱流では、流れの可視化や図 5.14 のような相関分布において大規模なスパン方向の渦は確認できない。

本研究と同じ流れ場の条件に対して、渦の同定に Q 値を用いる手法が先行研究^[54,90]で行われている。 Q 値で同定された渦は λ_2 法により得られるものとほぼ同じであることが知られている^[159]。これらの手法は小スケール渦の可視化には有効であるが、ELSS のような大規模構造に対しては渦運動ではなく大規模な乱流運動が速度分布を支配するため、速度場を用いる方が考察には有効である。したがって、本研究では ELSS を空間的に特徴づけて把握するため、速度等値線を用いる。なお、乱流構造は必ずしも渦と同一ではなく、ここで論じる ELSS は強い渦運動によって特徴づけられるものではないことに注意する。

5.3.2 速度・密度の統計量

前節では、流れを可視化することで L_z が小さい場合にスパン方向の拘束効果により乱流遷移過程と ELSS の形成を変化させることを確認した。この拘束効果が統計的な振る舞いに与える影響を調査するため、本節では速度と密度の統計量を調査し、次節ではスペクトル及び空間相関について調査する。

図 5.7(a) は $L_z 07$ 条件における流れ方向平均速度 $\bar{u}$ の鉛直分布の時間変化を示す。初期段階では平均速度は厚さ h_0 の薄いせん断層内で変化する。乱流せん断層が発達するにつれて、鉛直方向の運動量輸送により平均速度分布は広がっていく。乱流輸送は初期段階であるほど活発であるため、乱流が減衰していく後半の時間では平均速度の変化は小さい。この平均速度分布の発達過程は、安定密度成層のせん断層に関する先行研究^[32,90]と同様である。図 5.7(b), (c) は異なる L_z 条件に対し、 $t/t_r = 80, 320$ における平均速度分布を比較する。初期段階では、平均速度分布は L_z の大きさによらず概ね同じ分布を示す。後半の時間では $L_z 07$, $L_z 14$ 条件の分布は、その他 L_z がより大きい条件と比較して分布に違いがみられる。しかしながら、その差は相対的に小さく、後述する乱流変動の大きさの範囲内にとどまる。

図 5.8 は平均密度を図 5.7 と同様に並べ、分布の時間変化、 L_z 条件毎の比較を示す。図 5.8(a) は $L_z 07$ 条件における時間変化を示す。初期段階ではせん断層は $y = 0$ ではっきりとした密度ジャンプを示す。平均速度分布と同様、乱流せん断層が発達するにつれて平均密

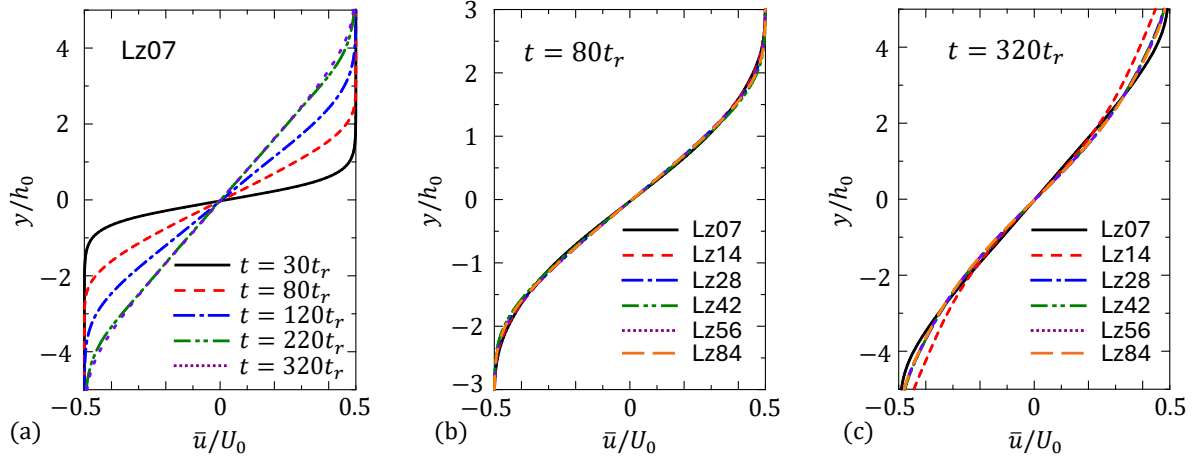


図 5.7 流れ方向の平均速度 $\bar{u}$ の鉛直分布. (a) Lz07 条件における時間発展の様子, (b) $t/t_r = 80$ における L_z 間の比較, (c) $t/t_r = 320$ における L_z 間の比較.

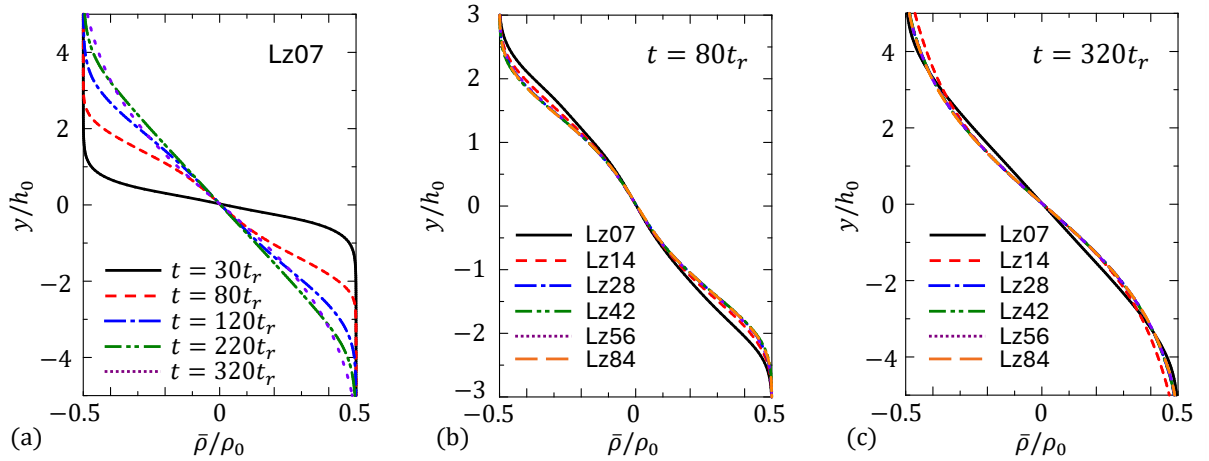


図 5.8 流れ方向の平均密度 $\bar{\rho}$ の鉛直分布. (a) Lz07 条件における時間発展の様子, (b) $t/t_r = 80$ における L_z 間の比較, (c) $t/t_r = 320$ における L_z 間の比較.

度分布も鉛直方向へ広がり, また乱流の減衰により後半の時間では時間変化が小さくなる. 図 5.8(b), (c) は, Lz07 および Lz14 条件での平均密度分布がより大きな L_z をもつ条件と分布に違いが見られることがわかる.

図 5.9 は rms 値の速度変動および密度変動の時間変化を比較する. $t/t_r = 100$ までは KH 不安定性による乱流生成のために変動は増加し, その後乱流の減衰に伴い変動は減少する. 平均速度分布および平均密度分布と同様に, Lz07, Lz14 の条件では変動についてもより L_z が大きい条件と比較して異なる振る舞いを示す. 特に遷移過程 $t/t_r < 100$ において, スパン方向の速度変動 rms 値 w_{rms} は Lz07 で顕著に小さい. これは前述した KH 渦がほぼ二次

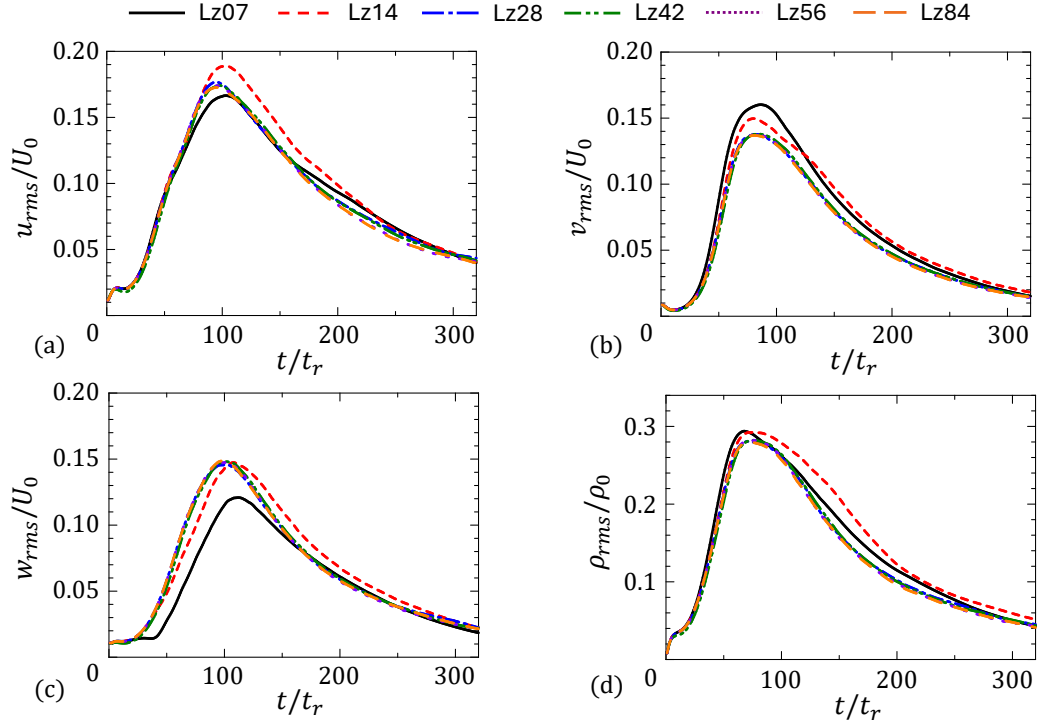


図 5.9 せん断層中心 ($y = 0$) における各方向の速度, 密度に対する変動の rms 値の時間変化. (a) u_{rms} , (b) v_{rms} , (c) w_{rms} , (d) ρ_{rms} .

元的な状態で持続するためであり, スパン方向の速度変動を明らかに失っている. 対してより大きな L_z 値では渦が急速に崩壊し, w_{rms} がより大きい三次元乱流が発達する. これに対応し, 強い鉛直速度成分を持つ KH 渦が崩壊せず長く持続するため, Lz07 条件の遷移過程における鉛直方向の速度変動 rms 値 v_{rms} は他の条件と比較して大きい. Lz14 についてもより大きな L_z の条件と異なる値を持つが, この差は遷移過程 ($t/t_r < 100$) ではそれほど顕著ではなく, 拘束効果によって完全に変わるわけではない. Lz14 における差異は遷移後の減衰過程 ($t/t_r > 100$) でより明瞭になる.

図 5.10 は, 乱流運動エネルギーおよび密度分散に対する散逸率を比較する. これらはそれぞれ, $\varepsilon = \nu \overline{(\partial u'_i / \partial x_j)^2}$, $\chi = \kappa \overline{(\partial \rho' / \partial x_j)^2}$ と定義される. Lz07 と Lz14 は, より大きな L_z の条件と比較して異なる値を示す. これらの散逸率は速度および密度の勾配によって決まり, その勾配は小スケールの乱流運動によって支配される. L_z が小さい条件では三次元の小スケール乱流の形成が遅れるため, 遷移過程における散逸率は低下する.

ここまでの統計量の比較から, スパン方向の拘束効果は $L_z \leq 14h_0$ で流れの発達に影響を及ぼすことが明らかになった. 特に, $L_z = 7h_0$ では初期の遷移過程を再現するにも不十分であり, スパン方向および鉛直方向の速度変動 rms 値は拘束効果によって大きく変化する. $L_z = 14h_0$ の場合, 遷移過程自体は L_z が大きい条件と似ているものの, 遷移後の後半

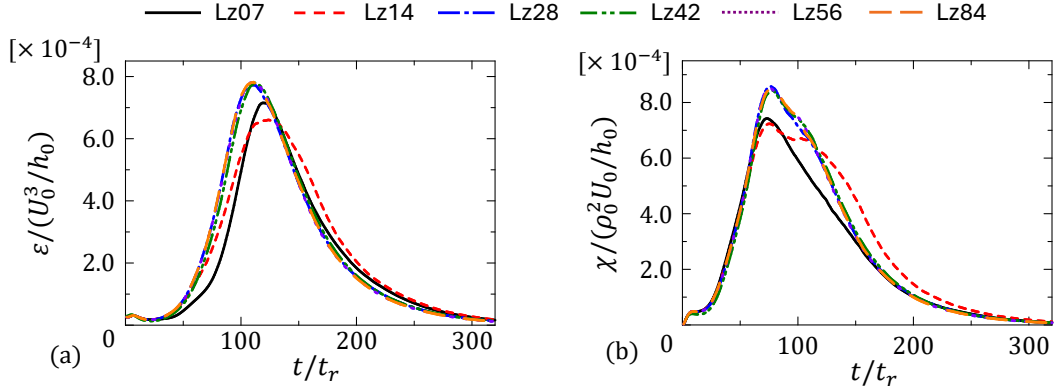


図 5.10 せん断層中心 ($y = 0$) における (a) 乱流運動エネルギーに対する散逸率の時間変化, (b) 密度分散に対する散逸率の時間変化.

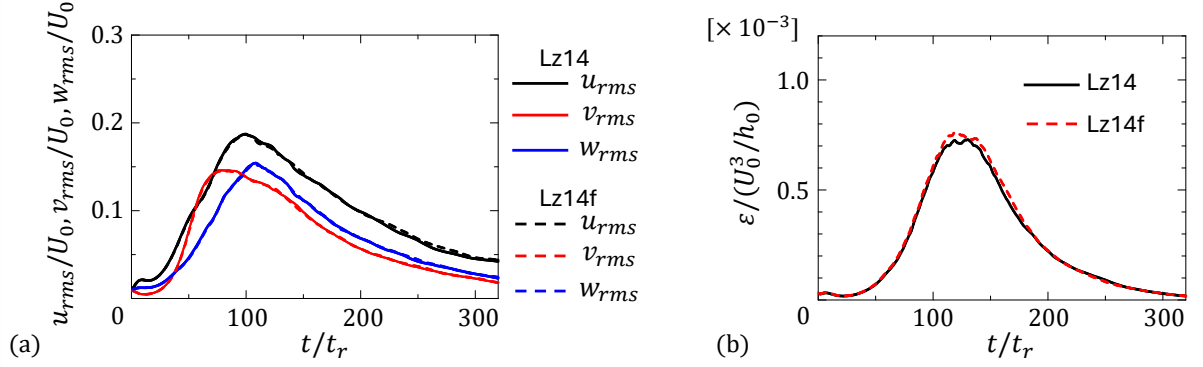


図 5.11 Lz14 条件と Lz14f 条件での比較. (a) 速度変動の rms 値の時間変化, (b) 乱流運動エネルギーによる散逸率の時間変化.

の時間における挙動は計算領域の大きさの影響を受ける.

図 5.11 は Lz14 と Lz14f 条件の間で速度変動 rms 値および乱流運動エネルギーに対する散逸率を比較して示す. 結果はそれぞれアンサンブル平均を用いない単一の DNS を用いて示され, 両条件ともに初期速度変動を生成するのに同じ乱数列を用いている. この 2 条件は空間解像度が異なる計算格子を用いており, 図 5.11 の結果から解像度がこれらの時間変化にほとんど影響しないことを示している. これは, Lz14 で既に小スケールの速度・密度変動を解像するのに十分な格子サイズであることを示しており, 使用している数値解析スキームの格子依存性試験^[101]でも確認されている.

5.3.3 自己相関関数とエネルギースペクトル

スパン方向の計算領域の大きさが流れの挙動に影響を及ぼすかを調べるため, エネルギースペクトルと自己相関関数の解析を通じてさらに検討を行う. 本研究では遷移後の拘束効果

に着目するが、これは遷移後の挙動が ELSS の形成に関係している可能性が高いためである。なお、流れ方向速度の空間分布が ELSS の特徴となることから、スペクトルおよび相関は流れ方向速度について評価する。

流れ方向における u のフーリエ変換を $\hat{u}(k_x, y, z, t)$ と表し、その複素共役を $\hat{u}^*$ とする。ここで、 k_x は流れ方向の波数である。 u のエネルギースペクトルは $E_u(k_x, y, t) = \text{Re}[\hat{u}\hat{u}^*]$ で定義する。ここで、 $\text{Re}(f)$ は複素変数 f の実部を表す。 $\overline{\hat{u}\hat{u}^*}$ の平均は、スパン方向の平均および解析の回数によるアンサンブル平均を用いて計算する。

また本節では、水平面上で隔てられた二点間の u の相関についても考察する。二点相関関数は以下の式で定義される。

$$R_{uxz} = \frac{\overline{u'(x, y, z, t)u'(x + r_x, y, z + r_z, t)}}{u_{rms}^2(y, t)} \quad (5.1)$$

先行研究では、ELSS 構造がせん断層の中心近傍で発達し、間欠領域には広がらないことを示している^[54]。この間欠領域では乱流流体と非乱流流体が共存し、界面によって分離される^[91,160]。したがって、エネルギースペクトルおよび相関関数はせん断層の中心で評価する。

図 5.12 は、全ての条件について、各時刻におけるエネルギースペクトルを示す。スペクトルは流れ方向の波長 $\lambda_x = 2\pi/k_x$ に対してプロットされ、値は k_x を乗算したものである。値を k_x で乗算しているのは、対数スケールで表示するとき、曲線下の面積が対数軸上の特定の波長帯におけるエネルギー寄与度を視覚的に表すためである。Lz84 におけるスペクトルの時間発展は、同様の条件下で行われた ELSS に関する既往研究^[49] と合致している。図 5.12(a) の $t/t_r = 120$ では、スペクトルは $\lambda_x \approx 20$ に単一のピークを示す。図 5.12(b) の $t/t_r = 240$ までに、単一だったピークはより短い波長 $\lambda_x \approx 10$ へと移動する。その後、はるかに大きなスケール ($\lambda_x \approx 10^2$ 付近) で第二のピークが現れ、図 5.12(c) の $t/t_r = 280$ で支配的となり、図 5.12(d) の $t/t_r = 320$ までに短波長側のピークを上回る。この波長が大きい側の第二ピークは、図 5.6(b) の流れ方向速度分布で可視化されている、ELSS の出現と発達に対応している。Lz42, Lz56, Lz84 の各条件では、 $t/t_r = 320$ までに、 $\lambda_x \approx 10^2$ における大スケールのピークが形成される。しかしながら、より L_z が小さな条件ではこの第二ピークは $t/t_r = 320$ においても弱いままである。特に Lz07, Lz14 条件では、初期の時点からスペクトルの形状が大きく異なる。全ての解析条件で流れ方向の計算領域の大きさは $L_x = 448h_0$ で同じであるにもかかわらず、 L_z の違いのみで流れ方向の速度分布に大きな差異が生じる。

図 5.13 は、本章の研究対象である安定密度成層におけるせん断層と既往研究である非成層におけるせん断層 ($Ri = 0$)^[49] で流れ方向エネルギースペクトルを比較したものである。

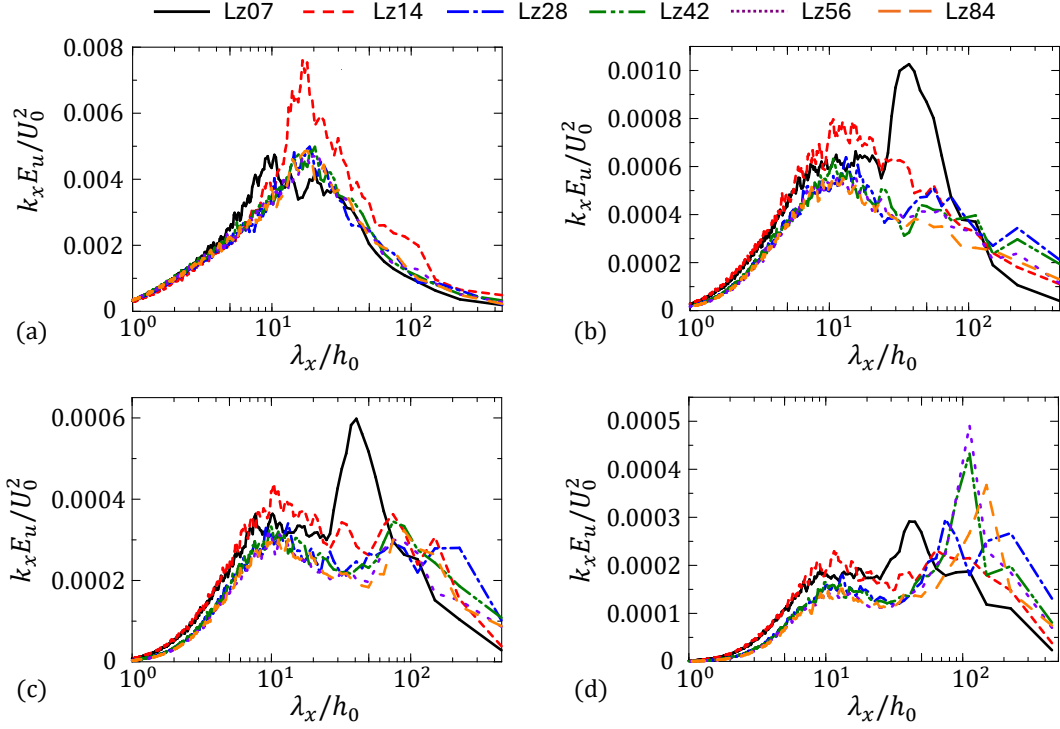


図 5.12 せん断層中心 ($y = 0$) における流れ方向速度のスペクトル $E_u(k_x)$. (a) $t/t_r = 120$, (b) $t/t_r = 240$, (c) $t/t_r = 280$, (d) $t/t_r = 320$. なお, スペクトルは流れ方向の波数 k_x によって乗算されており, 横軸を波長とした分布を示している.

スペクトルはせん断層厚さ δ_u で正規化した流れ方向の波長に対して分布を示しており, δ_u は $\bar{u}/U_0 = \pm 0.49$ となる二点間の距離として定義される. 非成層の条件では, スペクトルはせん断層厚さに匹敵する波長で単一のピークを示し, これは層厚さにスケールされる特徴的な大規模構造に対応する. これに対し, 安定密度成層の条件では二つのはっきりしたピークが見られる. 短い側のピーク波長はせん断層厚さに近く, 時間とともに大きくなる長い側のピークは先述した ELSS に対応する. 密度が一律の条件では $\lambda_x/\delta_u \approx 20$ 近辺にスペクトルのピークを持つような兆候が全く見られないため, 安定密度成層が存在しない場合には ELSS は形成されないことを示している. この挙動は第三章で述べた, ELSS の形成は浮力によって乱流せん断層の鉛直方向の発達が抑制される場合に生じるという結論とも一致する.

図 5.14 は Lz84 条件に対して $y = 0$ における二点自己相関関数 $R_{uxz}(r_x, r_z)$ の時間変化を示す. 定義より, 相関は $(r_x, r_z) = (0, 0)$ で $R_{uxz}(r_x, r_z) = 1$ を満たし, r_x, r_z の増加とともに減少する. (r_x, r_z) 平面上の相関分布は, 乱流構造の形状とその位置関係を示す. 早い時刻では, 相関の大きな値は原点近傍に集中する. 時間の経過とともに, 相関の形状は r_x 方向に伸長し, これは流れ方向に長い距離で相関を持つ ELSS の形成と対応する. $t/t_r = 160$

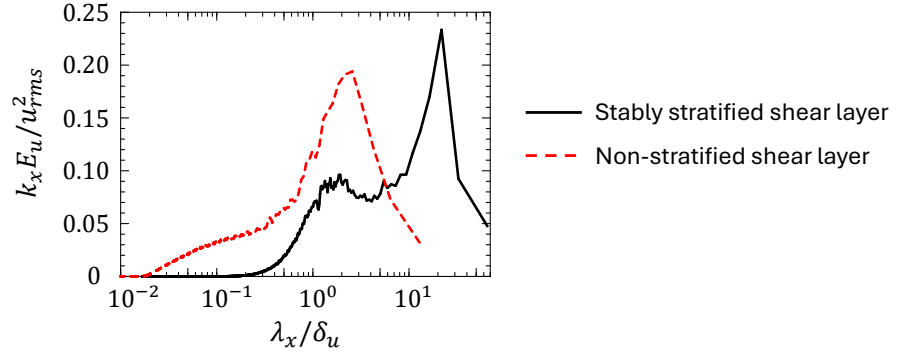


図 5.13 $y = 0, t/t_r = 320$ 安定密度成層におけるせん断層 (Lz84 条件) と非成層におけるせん断層^[49] ($Ri = 0$) での流れ方向速度のスペクトルの比較. なお, スペクトルは速度変動の rms 値で, 波長はせん断層厚さ δ_u でそれぞれ正規化されている.

では $R_{uxz} = 0$ の等値線は r_x, r_z が大きい位置ではゼロ付近で統計的に振動しており, 相関分布において特徴的なパターンを示さない. 一方で時間が進み後半の時間になるにつれて, 等値線は細かな動きから大域的な形を示すようになり, ELSS の形成によって大スケールでの相関が生じていることを示す. ELSS は, r_x, r_z が大きい, 自身から離れた位置においても相関関係を示すような組織的な構造を持つ. $t/t_r = 320$ では, 原点近傍の正の相関が X 状のパターンを示し, 流れ方向に完全にまっすぐではなくスパン方向に蛇行するという ELSS の特徴を反映している. 同様の相関パターンは壁乱流でも報告されており, そこでは ELSS に類似した乱流構造が壁近傍に発達する^[62]. $r_x = 0$ として r_z 軸で見たとき, 相関関数はゼロ付近を振動する. 例えば, 図 5.14(e) で見たとき, R_{uxz} は $r_z \approx 8h_0$ でゼロとなり, $r_z \approx 12h_0$ で極小, その後 $r_z \approx 25h_0$ で再び極大というような分布をとる. この振動は, 複数の ELSS がスパン方向に並び, その ELSS の流れ方向速度の符号が正負交互に現れるために生じる. この ELSS の配列は図 5.6(b) の可視化にも現れており, z 軸に沿って $u > 0$ と $u < 0$ の流れ方向に細長い領域が交互に現れることを示す. 以上より, ELSS に見られる特徴は二点相関の分布で確認できることが分かる. なお, 相関分布ではスパン方向の渦構造に関係する結果は確認できず, 初期遷移段階で形成された構造はその後の ELSS の発達には影響しないことを示している.

図 5.15 は, 異なる L_z の条件に対して, $y = 0, t/t_r = 320$ における二点自己相関関数を比較する. 計算領域が大きいときに見られる特徴的な X 状のパターンは, $L_z \leq 28h_0$ になると消失する. Lz28 の条件では, $r_x = 0, r_z = 10h_0$ で R_{uxz} が負となり, 流れ方向速度の符号が反対の ELSS がスパン方向に交互に現れることを示している. 大きな正の相関は $(r_x, r_z) = (0, 0)$ 付近に分布しており, その r_x 方向の広がり L_z が大きい条件と同程度である. これは, 流れ方向に長い ELSS がこの条件下においても形成されていることを示唆する. しかし Lz28 では, 正の相関は $r_z = 0$ の r_x 軸に沿ってのみ広がり, X 状のパターンを

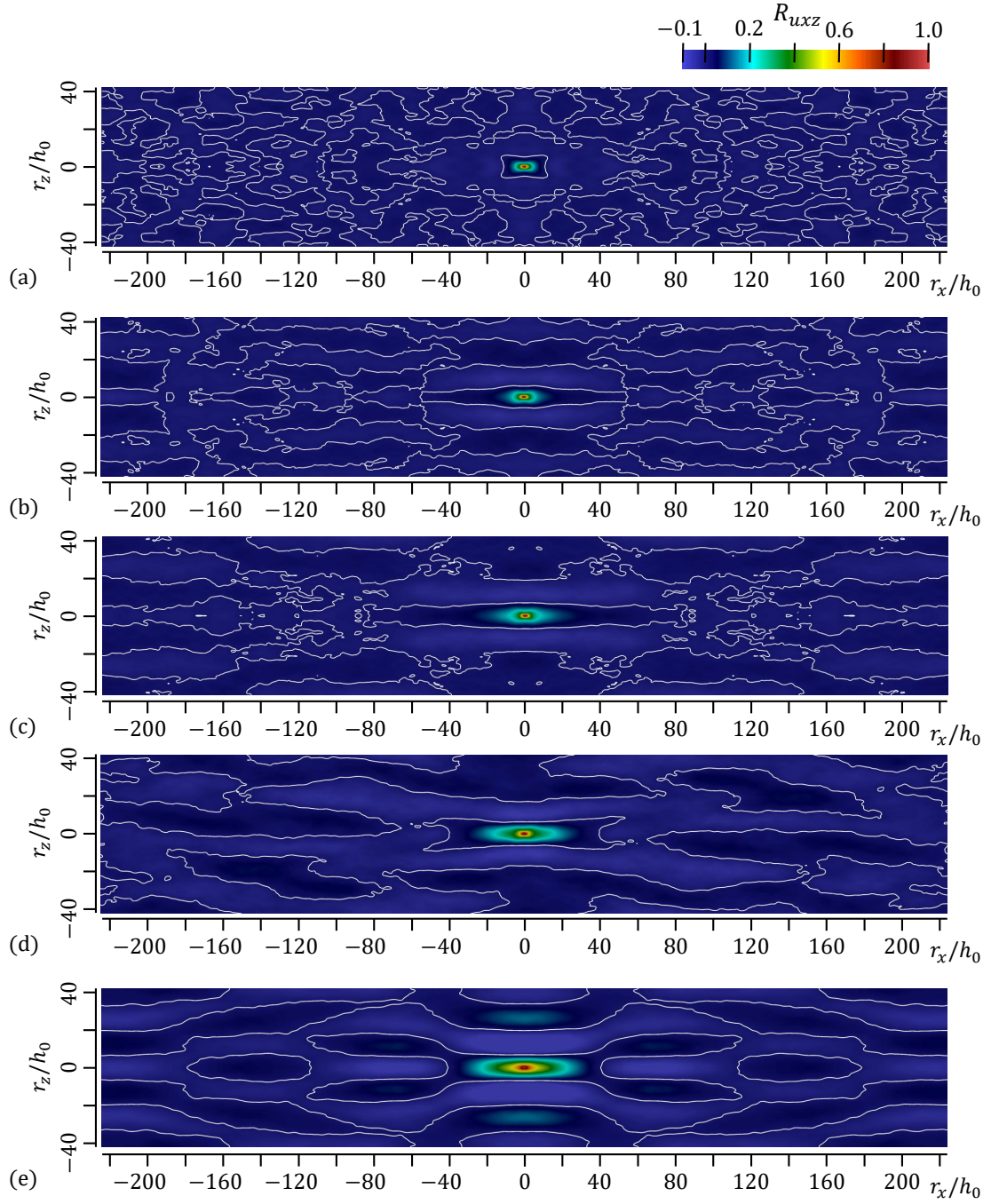


図 5.14 Lz84 条件, $y = 0$ における流れ方向速度の二点自己相関関数 $R_{uxz}(r_x, r_z, y, t)$. (a) $t/t_r = 80$, (b) $t/t_r = 160$, (c) $t/t_r = 200$, (d) $t/t_r = 240$, (e) $t/t_r = 320$. なお, 図中の白線は $R_{uxz} = 0$ となる等値線を表している.

持たない. したがってこのとき ELSS の蛇行特性は存在しない. 更に L_z を小さくすると, Lz07 および Lz14 の条件では正の相関領域は小さな $|r_x|$ に閉じ込められる. したがって, 計算領域の流れ方向長さが典型的な ELSS の大きさより十分に大きい場合でも, $L_z \leq 14h_0$

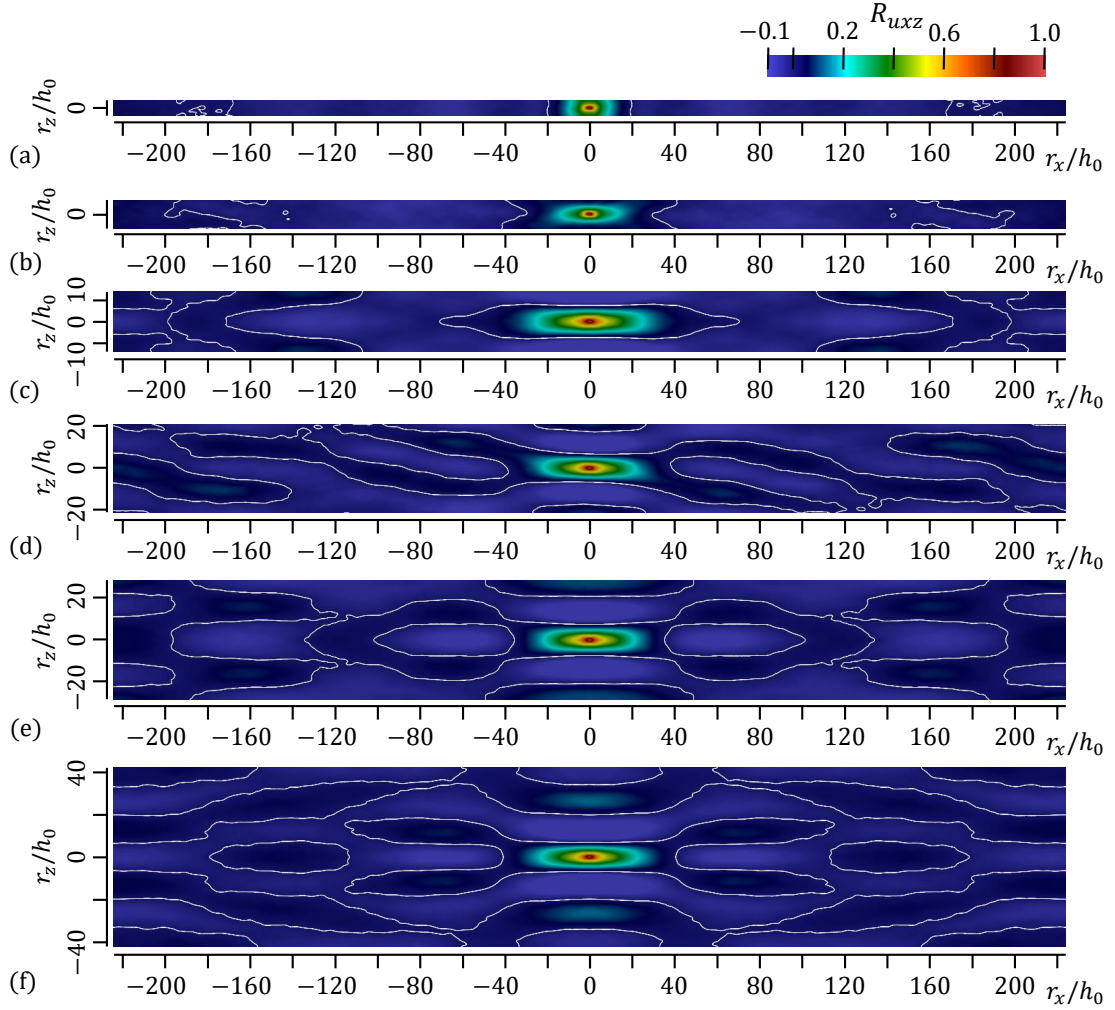


図 5.15 各条件における $y = 0, t/t_r = 320$ での流れ方向速度の二点自己相関関数 $R_{uxz}(r_x, r_z, y, t)$. (a) Lz07, (b) Lz14, (c) Lz28, (d) Lz42, (e) Lz56, (f) Lz84. なお, 図中の白線は $R_{uxz} = 0$ となる等値線を表している.

では ELSS は発達しない.

スパン方向の計算領域の大きさは, 前節で示した通り L_z が $14h_0$ 以下となる場合, 速度および密度の統計量に大きく影響する. Lz28 条件では ELSS の蛇行特性を捉えることはできない一方で, 二点自己相関関数が示す通り, ELSS がスパン方向に複数並ぶような分布は L_z が大きい条件と類似している. しかしながら, 蛇行特性がない Lz28 条件でも, 速度・密度変動の統計量は L_z がより大きい条件で見られるものと類似している. このことから, 蛇行特性は ELSS の顕著な特徴といえるものの, 流れの統計を支配するような特徴ではない. 対して, スパン方向に対となる ELSS が存在しない Lz14 条件では, L_z がより大きい条件と比較して統計量に大きな差が見られた. 以上より, 複数の ELSS がスパン方向に並んでいることが, 流れの統計に対してより重要な役割を果たしている.

5.4 結言

本章の研究では、直接数値計算 (DNS) を用いて、スパン方向に配列された ELSS が安定密度成層における乱流せん断層の発達および統計的性質に与える影響を調査した。特に、この安定密度成層における乱流せん断層で流れ方向の速度場を支配する流れ方向に長い超大規模構造 (ELSS) の形成と発達に着目し調査した。流れの可視化、速度・密度の統計量、エネルギースペクトル、二点相関関数の解析により、 $L_z \leq 14h_0$ のときスパン方向の拘束効果が遷移過程および ELSS の形成を大きく変化させることが示された。 $L_z = 7h_0$ の条件では、水平面の可視化と各速度変動の rms 値のピークをより遅い時間で取ることから、KH 渦がより長い時間残存していると考えられる。したがって、 $L_z = 7h_0$ の条件では十分に発達した乱流への遷移を捉えることができず、遷移中のスパン方向の速度変動が抑制された。 $L_z = 14h_0$ の条件では遷移過程は計算領域がより大きい条件と概ね同じ挙動を示したが、減衰領域では流れ方向速度変動と密度変動の rms 値が L_z のより大きい条件と比較して増加した。エネルギースペクトルの解析から、ELSS の形成に関連する、高波長域で第二のスペクトルピークが出現するためには、十分に大きなスパン方向の計算領域が必要であることが明らかになった。さらに、流れ方向速度の二点相関の分布より、同じ正の値を持つ成分が X 状に分布することから、ELSS の蛇行特性を確認した。この二点相関から、 $L_z = 28h_0$ の条件のように、計算領域の拘束効果により ELSS がスパン方向に配列する一方で蛇行は抑制される条件を特定した。しかしながら、 $L_z = 28h_0$ の条件では各 rms 値および散逸率の時間変化においてより大きい条件と同様の分布を取っていることが確認された。この結果より、スパン方向に複数の ELSS が存在している限り、流れの主な統計を把握するのに ELSS の蛇行特性は不可欠ではない。ELSS の蛇行特性は依然流れの構造に影響を及ぼす一方で、スパン方向に正負の構造 (ELSS) が交互に並んで存在することこそが、流れの統計的な挙動を決定づける上でより重要な役割を果たす。

第 6 章

結論

本論文では、ラージエディシミュレーション及び直接数値計算による数値流体解析を行い、安定密度成層の乱流せん断層内に発生する流れ方向に長い超大規模構造（ELSS）の生成要因及び特性について調査した。ここでは、第三章から第五章で得られた結論と将来の展望について示す。

第三章では、鉛直方向の拘束が乱流せん断層に及ぼす影響を、自由に発達する乱流せん断層（FSL）と上下が水平壁に挟まれた乱流せん断層（WSL）の二条件に対してラージエディシミュレーションを行い調査した。FSL ではせん断層の成長過程で ELSS の生成がなかったものの、WSL の条件では、せん断層の成長が壁によって抑制された後、異方性の高い速度変動を持つ ELSS が発生した。ELSS はエネルギースペクトルの形状にも影響を与えた。せん断層厚さで正規化された流れ方向及びスパン方向のピーク波長 (Λ_x, Λ_z) は FSL では時間的に変化せずほぼ一定だったものの、WSL ではピーク波長は時間とともに増加し、特に流れ方向のピーク波長は $t/t_r = 140$ 以降で $\Lambda_x/\delta_u > 4$ となるなど、鉛直方向の長さスケール及びスパン方向の長さスケールに対して大きい値をとった。また、固有直交分解（POD）が ELSS に関係する速度変動の抽出に有効であることを示し、ELSS を表す速度成分の統計量を評価した。流れ方向速度と鉛直方向速度のコスペクトルから、ELSS が鉛直方向の運動量輸送に対して支配的であることを示した。また、レイノルズ応力の異方性テンソルから、WSL での ELSS に関係するレイノルズ応力は安定密度成層のせん断層（SSSL）における条件と同様の異方性を示した。ELSS はレイノルズ応力と乱流運動エネルギーの双方に対して支配的であるため、ELSS によってレイノルズ応力テンソルの異方性は大きく変化した。また、WSL と SSSL に対するせん断パラメータの時間変化から、せん断層厚さが抑制されたときに平均せん断の効果が大きくなることが示唆され、一様せん断流れにおける DNS や RDT と同じような挙動を示した。DNS と RDT では強い平均せん断によって縞模様を持つ細長い構造が形成されること、また Lumley の三角形における異方性の変化についても

RDT で予測される平均せん断を持つ流れと一致することが示された。以上より、WSL 及び SSSL における ELSS の生成要因は、乱流せん断層の鉛直方向発達が抑制されることによって平均せん断の影響が強まり、流体の変形に伴う長さスケールの増大が流れ方向に非常に長いスケールを有する異方的な速度変動を生み出すことによると結論付けた。加えて、WSL と SSSL では鉛直方向の抑制が異なる条件で引き起こされているものの、得られる ELSS には大きな違いが見られないため、この ELSS に関連する乱流運動の挙動は鉛直長さスケールが一定となる乱流せん断層では普遍的であると示唆された。

第四章では、ELSS の流れの発達に与える役割を明らかにするため、安定密度成層中の乱流せん断層に対し、流れ方向に異なる計算領域の大きさを持った複数の条件を用いて DNS を行い、結果を比較した。安定密度成層中の乱流せん断層には、せん断層厚さに匹敵する大きさの典型的な大規模構造 (LSS) と ELSS の双方が存在するが、速度と密度の平均値および変動の rms 値などの統計量は主に LSS の特性を反映し、計算領域が小さく ELSS が存在しない場合にも LSS に関係する統計量は大きく変化しなかった。また、エネルギー散逸係数と乱流エネルギーおよび LSS や ELSS の特性長さの関係から、大スケールから小スケールへのエネルギー輸送は主に LSS によって駆動され、ELSS の寄与は小さいことを示した。一方で、LSS と ELSS の中間スケールで生じる逆勾配拡散は ELSS の発達と関係しており、ELSS が抑制される場合にはこの逆勾配拡散は確認できなかった。このことから、ELSS は LSS よりも大きなスケールにおいて重要な役割を果たし、流れ方向速度の大規模な変動に影響を及ぼすこと、一方で LSS よりも小さなスケールの乱流特性はほとんど影響を受けないことが明らかとなった。

第五章では第四章で流れ方向に着目した点に対し、スパン方向の計算領域の大きさを変化させ、ELSS のもう一つの特徴であるスパン方向の配列及び蛇行特性が流れに与える影響を調査した。エネルギースペクトルの解析から、スパン方向に十分な大きさが無い場合には ELSS が形成されないことを確認した。また、二点相関関数の解析を通して、ELSS のスパン方向への配列及び蛇行特性を確認した。加えて、設定した条件群で ELSS が計算領域の大きさによる影響を受けない条件 (Lz84)、ELSS の蛇行特性は失われているがスパン方向に複数並ぶ条件 (Lz28)、ELSS が存在しない条件 (Lz14, Lz07) を比較できることを確認した。Lz28 条件では蛇行特性を持たないものの、速度や密度の平均値及び変動の rms 値といった一点統計については、よりスパン方向の計算領域が大きい条件と類似した。以上から、蛇行特性は ELSS の特徴ではあるが流れの統計量を支配する特徴ではなく、複数の ELSS のスパン方向分布が流れの統計量を決定づけていることが示された。

大気境界層における超大規模構造は、観測および数値流体解析の双方で確認されている。一方、極中間圏では、ELSS が発生する前兆と一致する、KH 不安定性に起因する三次元の乱流遷移が報告されているものの、安定密度成層下で ELSS を直接観測した例はない。今

後、観測技術の進展によって安定密度成層中の ELSS が直接観測されることで、自然環境における ELSS の発生・維持条件の解明が進むと期待される。

本研究はプラントル数 $Pr = 1$ で実施した。しかし海洋では一般にプラントル数がより大きく、塩分濃度の変化についても無視できない。海洋での現象との整合を図るには、さらなる実験および数値解析が不可欠である。加えて、プラントル数が高い場合には Holmboe 不安定性によって乱流せん断層が形成されうるが、その再現には非常に大きな計算領域と高い空間解像度を備えた DNS が必要となる。今後、解析手法と計算資源の発展により、高プラントル数の条件下でも ELSS を同定し、その特性を明らかにできると期待される。

現時点の実大気・全球規模の数値シミュレーションでは、ELSS を明示的に反映するパラメタリゼーションは導入されていない。ELSS は流れ方向の速度・密度分布に大きな影響を及ぼし、逆勾配拡散に代表される特徴的な運動量輸送を示す。したがって、既存の過程式に対する ELSS の影響を、特に乱流混合の観点から評価し、その知見を実大気・全球モデルに組み込むことで、地球温暖化予測や気象予報といったシミュレーションの精度向上に資する可能性がある。

謝辞

本研究の遂行および論文作成にあたり，終始懇切丁寧なご指導とご鞭撻を賜りました京都大学大学院工学研究科機械理工学専攻の長田孝二教授ならびに渡邊智昭准教授に，心より深く感謝申し上げます．また，本研究の副査をお引き受けくださり，貴重なご助言とご指導を賜りました京都大学大学院工学研究科機械理工学専攻の黒瀬良一教授ならびに岩井裕教授に，厚く御礼申し上げます．本研究の数値計算の一部は，海洋研究開発機構の地球シミュレータを利用して実施いたしました．関係各位に感謝申し上げます．経済的なご支援につきましては，3年間にわたりご支援いただいた名古屋大学 TMI 卓越大学院プログラム，2年間ご支援いただいた京都大学大学院教育支援機構 SPRING プログラム，1年間ご支援いただいた東海国立大学機構融合フロンティア次世代リサーチャーおよび京都大学大学院教育支援機構企業寄付奨学制度を通じてご支援を賜りました兵神装備株式会社様に，深甚なる謝意を表します．最後に，研究生生活を通して温かいご支援とご協力を賜りました研究室の皆様ならびに家族に，心より感謝いたします．

参考文献

- [1] 吉澤徹. 乱流モデルと剪断乱流の統計理論. 日本物理学会誌, Vol. 38, No. 11, pp. 845–852, 1983.
- [2] L. Mahrt. Stratified atmospheric boundary layers. *Boundary-Layer Meteorol.*, Vol. 90, No. 3, pp. 375–396, 1999.
- [3] S. A. Thorpe. The near-surface ocean mixing layer in stable heating conditions. *J. Geophys. Res.*, Vol. 83, No. C6, pp. 2875–2885, 1978.
- [4] 中西幹郎. 大気境界層: モデル研究を中心に. 天気, Vol. 54, No. 2, pp. 115–118, 2007.
- [5] O. Reynolds. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *Philos. Trans. R. Soc. Lond.*, No. 174, pp. 935–982, 1883.
- [6] L. Prandtl. Motion of fluids with very little viscosity. Technical report, 1928.
- [7] L. V. King. On the convection of heat from small cylinders in a stream of fluid: Determination of the convection constants of small platinum wires with applications to hot-wire anemometry. *Philos. Trans. R. Soc. Lond. A.*, Vol. 214, No. 509–522, pp. 373–432, 1914.
- [8] O. Reynolds. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Philos. Trans. R. Soc. Lond. A.*, No. 186, pp. 123–164, 1895.
- [9] B. E. Launder and D. B. Spalding. The numerical computation of turbulent flows. Vol. 3, pp. 269–289. 1974.
- [10] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations: I. the basic experiment. *Mon. Weather Rev.*, Vol. 91, No. 3, pp. 99–164, 1963.
- [11] P. Moin and J. Kim. Numerical investigation of turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, Vol. 118, pp. 341–377, 1982.
- [12] S. A. Orszag and G. S. Patterson Jr. Numerical simulation of three-dimensional homogeneous isotropic turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 28, No. 2, p. 76, 1972.

- [13] M. M. Rogers and R. D. Moser. Direct simulation of a self-similar turbulent mixing layer. *Phys. Fluids*, Vol. 6, No. 2, pp. 903–923, 1994.
- [14] E. Balaras, U. G. O. Piomelli, and J. M. Wallace. Self-similar states in turbulent mixing layers. *J. Fluid Mech.*, Vol. 446, pp. 1–24, 2001.
- [15] Y. Ito, K. Nagata, Y. Sakai, and O. Terashima. Momentum and mass transfer in developing liquid shear mixing layers. *Exp. Therm. and Fluid Sci.*, Vol. 51, pp. 28–36, 2013.
- [16] W. A. McMullan and S. J. Garrett. Initial condition effects on large scale structure in numerical simulations of plane mixing layers. *Phys. Fluids*, Vol. 28, No. 1, p. 015111, 2016.
- [17] X.-X. Fang, C.-B. Shen, M.-B. Sun, H.-B. Wang, and P. Wang. Turbulent structures and mixing enhancement with lobed mixers in a supersonic mixing layer. *Phys. Fluids*, Vol. 32, No. 4, p. 041701, 2020.
- [18] R. Boukharfane, A. Er-raiy, M. Elkarri, and M. Parsani. A direct numerical simulation study of skewed three-dimensional spatially evolving compressible mixing layer. *Phys. Fluids*, Vol. 33, No. 11, p. 115114, 2021.
- [19] U. Unnikrishnan, H. Huo, X. Wang, and V. Yang. Subgrid scale modeling considerations for large eddy simulation of supercritical turbulent mixing and combustion. *Phys. Fluids*, Vol. 33, No. 7, p. 075112, 2021.
- [20] G. Baumgarten and D. C. Fritts. Quantifying Kelvin–Helmholtz instability dynamics observed in noctilucent clouds: 1. Methods and observations. *J. Geophys. Res. Atmos.*, Vol. 119, No. 15, pp. 9324–9337, 2014.
- [21] W. D. Smyth and J. N. Moum. Ocean mixing by Kelvin–Helmholtz instability. *Oceanography*, Vol. 25, No. 2, pp. 140–149, 2012.
- [22] C. B. Kjellstrand, D. C. Fritts, A. D. Miller, B. P. Williams, N. Kaifler, C. Geach, S. Hanany, B. Kaifler, G. Jones, M. Limon, J. Reimuller, and L. Wang. Multi-scale Kelvin–Helmholtz instability dynamics observed by PMC turbo on 12 July 2018: 1. Secondary instabilities and billow interactions. *J. Geophys. Res. Atmos.*, Vol. 127, No. 18, e2021JD036232, 2022.
- [23] J. H. Hecht, D. C. Fritts, L. J. Gelinas, R. J. Rudy, R. L. Walterscheid, and A.Z. Liu. Kelvin–Helmholtz billow interactions and instabilities in the mesosphere over the Andes Lidar Observatory: 1. Observations. *J. Geophys. Res. Atmos.*, Vol. 126, No. 1, e2020JD033414, 2021.
- [24] D. C. Fritts, S. A. Wieland, T. S. Lund, S. A. Thorpe, and J. H. Hecht. Kelvin–

- Helmholtz billow interactions and instabilities in the mesosphere over the Andes Lidar Observatory: 2. Modeling and interpretation. *J. Geophys. Res. Atmos.*, Vol. 126, No. 1, e2020JD033412, 2021.
- [25] J. P. Mellado. Cloud-top entrainment in stratocumulus clouds. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 49, pp. 145–169, 2017.
- [26] I. P. D. De Silva, A. Brandt, L. J. Montenegro, and H. J. S. Fernando. Gradient Richardson number measurements in a stratified shear layer. *Dyn. Atmos. Oceans*, Vol. 30, No. 1, pp. 47–63, 1999.
- [27] K. A. Brucker and S. Sarkar. Evolution of an initially turbulent stratified shear layer. *Phys. Fluids*, Vol. 19, No. 10, p. 105105, 2007.
- [28] W. R. Peltier and C. P. Caulfield. Mixing efficiency in stratified shear flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 35, No. 1, pp. 135–167, 2003.
- [29] A. VanDine, H. T. Pham, and S. Sarkar. Turbulent shear layers in a uniformly stratified background: DNS at high Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, Vol. 916, A42, 2021.
- [30] S. A. Thorpe. Experiments on instability and turbulence in a stratified shear flow. *J. Fluid Mech.*, Vol. 61, No. 4, pp. 731–751, 1973.
- [31] E. J. Strang and H. J. S. Fernando. Entrainment and mixing in stratified shear flows. *J. Fluid Mech.*, Vol. 428, pp. 349–386, 2001.
- [32] W. D. Smyth and J. N. Moum. Length scales of turbulence in stably stratified mixing layers. *Phys. Fluids*, Vol. 12, No. 6, pp. 1327–1342, 2000.
- [33] H. T. Pham and S. Sarkar. Large eddy simulations of a stratified shear layer. *J. Fluids Eng.*, Vol. 136, No. 6, 060913, 2014.
- [34] J. Holmboe. On the behavior of symmetric waves in stratified shear layers. *Geophys. Publ.*, Vol. 24, pp. 67–113, 1962.
- [35] W. D. Smyth and K. B. Winters. Turbulence and mixing in Holmboe waves. *J. Phys. Oceanogr.*, Vol. 33, No. 4, pp. 694–711, 2003.
- [36] F. K. Browand and C. D. Winant. Laboratory observations of shear-layer instability in a stratified fluid. *Boundary-Layer Meteorol.*, Vol. 5, pp. 67–77, 1973.
- [37] W. D. Smyth, J. R. Carpenter, and G. A. Lawrence. Mixing in symmetric Holmboe waves. *J. Phys. Oceanogr.*, Vol. 37, No. 6, pp. 1566–1583, 2007.
- [38] M. Rahmani, B. R. Seymour, and G. A. Lawrence. The effect of Prandtl number on mixing in low Reynolds number Kelvin-Helmholtz billows. *Phys. Fluids*, Vol. 28, No. 5, 054107, 2016.

- [39] H. Salehipour, C. P. Caulfield, and W. R. Peltier. Turbulent mixing due to the holmboe wave instability at high Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, Vol. 803, pp. 591–621, 2016.
- [40] A. J. K. Yang, E. W. Tedford, J. Olsthoorn, and G. A. Lawrence. Sensitivity of wave merging and mixing to initial perturbations in Holmboe instabilities. *Phys. Fluids*, Vol. 34, No. 12, 2022.
- [41] A. M. Hogg and G. N. Ivey. The Kelvin–Helmholtz to Holmboe instability transition in stratified exchange flows. *J. Fluid Mech.*, Vol. 477, pp. 339–362, 2003.
- [42] A. Mashayek and W. R. Peltier. The ‘zoo’ of secondary instabilities precursory to stratified shear flow transition. Part 1 Shear aligned convection, pairing, and braid instabilities. *J. Fluid Mech.*, Vol. 708, pp. 5–44, 2012.
- [43] A. Mashayek and W. R. Peltier. The ‘zoo’ of secondary instabilities precursory to stratified shear flow transition. Part 2 The influence of stratification. *J. Fluid Mech.*, Vol. 708, pp. 45–70, 2012.
- [44] D. C. Fritts, L. Wang, T. S. Lund, and S. A. Thorpe. Multi-scale dynamics of Kelvin–Helmholtz instabilities. Part 1. Secondary instabilities and the dynamics of tubes and knots. *J. Fluid Mech.*, Vol. 941, A30, 2022.
- [45] H. T. Pham and S. Sarkar. Transport and mixing of density in a continuously stratified shear layer. *J. Turbul.*, No. 11, p. N24, 2010.
- [46] G. P. Klaassen and W. R. Peltier. The influence of stratification on secondary instability in free shear layers. *J. Fluid Mech.*, Vol. 227, pp. 71–106, 1991.
- [47] K. Takamure, Y. Sakai, Y. Ito, K. Iwano, and T. Hayase. Dissipation scaling in the transition region of turbulent mixing layer. *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 75, pp. 77–85, 2019.
- [48] Z. Saeed, E. Weidner, B. A. Johnson, and T. L. Mandel. Buoyancy-modified entrainment in plumes: Theoretical predictions. *Phys Fluids*, Vol. 34, No. 1, 015112, 2022.
- [49] T. Watanabe and K. Nagata. Large-scale characteristics of a stably stratified turbulent shear layer. *J. Fluid Mech.*, Vol. 927, A27, 2021.
- [50] C. B. da Silva, R. J. N. Dos Reis, and J. C. F. Pereira. The intense vorticity structures near the turbulent/non-turbulent interface in a jet. *J. Fluid Mech.*, Vol. 685, pp. 165–190, 2011.
- [51] G. L. Brown and A. Roshko. On density effects and large structure in turbulent mixing layers. *J. Fluid Mech.*, Vol. 64, No. 4, pp. 775–816, 1974.

- [52] W. D. Smyth and J. N. Moum. Anisotropy of turbulence in stably stratified mixing layers. *Phys. Fluids*, Vol. 12, No. 6, pp. 1343–1362, 2000.
- [53] H. T. Pham, S. Sarkar, and K. B. Winters. Intermittent patches of turbulence in a stratified medium with stable shear. *J. Turbul.*, Vol. 13, N20, 2012.
- [54] T. Watanabe, J. J. Riley, K. Nagata, K. Matsuda, and R. Onishi. Hairpin vortices and highly elongated flow structures in a stably stratified shear layer. *J. Fluid Mech.*, Vol. 878, pp. 37–61, 2019.
- [55] D. Zhang, J. Tan, and X. Yao. Direct numerical simulation of spatially developing highly compressible mixing layer: Structural evolution and turbulent statistics. *Phys. Fluids*, Vol. 31, No. 3, 036102, 2019.
- [56] D. C. Fritts, S. Arendt, and Ø. Andreassen. Vorticity dynamics in a breaking internal gravity wave. part 2. vortex interactions and transition to turbulence. *J. Fluid Mech.*, Vol. 367, pp. 47–65, 1998.
- [57] R. R. Taveira and C. B. da Silva. Kinetic energy budgets near the turbulent/non-turbulent interface in jets. *Phys. Fluids*, Vol. 25, 015114, 2013.
- [58] X. Chen, K. Iwano, Y. Sakai, and Y. Ito. The meandering bend features of large-scale structures and the related coherent structures. *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 93, 108915, 2022.
- [59] K. Takamure, Y. Ito, Y. Sakai, K. Iwano, and T. Hayase. Momentum transport process in the quasi self-similar region of free shear mixing layer. *Phys. Fluids*, Vol. 30, No. 1, 015109, 2018.
- [60] W. A. McMullan, J. Mifsud, and M. Angelino. The growth of the initially turbulent mixing layer: A large eddy simulation study. *Phys. Fluids*, Vol. 36, No. 11, 115194, 2024.
- [61] S. N. Hug, W. A. McMullan, J. Mifsud, and S. J. Garrett. Resolved scalar mixing in large eddy simulations of the laboratory mixing layer. *Phys. Fluids*, Vol. 37, No. 4, 045148, 2025.
- [62] N. Hutchins and I. Marusic. Evidence of very long meandering features in the logarithmic region of turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.*, Vol. 579, pp. 1–28, 2007.
- [63] Y. Tian, W. Shi, F. Zhong, and J. Le. Pilot hydrogen enhanced combustion in an ethylene-fueled scramjet combustor at Mach 4. *Phys. Fluids*, Vol. 33, No. 1, 015105, 2021.
- [64] T. Watanabe, X. Zhang, and K. Nagata. Direct numerical simulation of incom-

- pressible turbulent boundary layers and planar jets at high Reynolds numbers initialized with implicit large eddy simulation. *Comput. Fluids*, Vol. 194, 104314, 2019.
- [65] C. A. Kennedy and M. H. Carpenter. Several new numerical methods for compressible shear-layer simulations. *Appl. Numer. Math.*, Vol. 14, No. 4, pp. 397–433, 1994.
- [66] Y. Morinishi, T. S. Lund, O. V. Vasilyev, and P. Moin. Fully conservative higher order finite difference schemes for incompressible flow. *J. Comput. Phys.*, Vol. 143, No. 1, pp. 90–124, 1998.
- [67] L. Sirovich. Turbulence and the dynamics of coherent structures. I. Coherent structures. *Q. Appl. Math.*, Vol. 45, No. 3, pp. 561–571, 1987.
- [68] L. Wu, K. Chen, and C. Zhan. Snapshot pod analysis of transient flow in the pilot stage of a jet pipe servo valve. *J. Turbul.*, Vol. 19, No. 10, pp. 889–909, 2018.
- [69] M. Karami, H. Hangan, L. Carassale, and H. Peerhossaini. Coherent structures in tornado-like vortices. *Phys. Fluids*, Vol. 31, No. 8, 085118, 2019.
- [70] K. Taira, S. L. Brunton, S. T. M. Dawson, C. W. Rowley, T. Colonius, B. J. McKeon, O. T. Schmidt, S. Gordeyev, V. Theofilis, and L. S. Ukeiley. Modal analysis of fluid flows: An overview. *AIAA J.*, Vol. 55, No. 12, pp. 4013–4041, 2017.
- [71] M. Lee and R. D. Moser. Spectral analysis of the budget equation in turbulent channel flows at high Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, Vol. 860, pp. 886–938, 2019.
- [72] P. A. Davidson. *Turbulence: An Introduction for Scientists and Engineers*. Oxford Univ. Pr., 2004.
- [73] T. Guo, M. J. Rau, P. P. Vlachos, and S. V. Garimella. Axisymmetric wall jet development in confined jet impingement. *Phys. Fluids*, Vol. 29, No. 2, 025102, 2017.
- [74] S. Dave, C. Anghan, S. Saincher, and J. Banerjee. Direct numerical simulation of forced turbulent round jet: Effect of flow confinement and varicose excitation. *Phys. Fluids*, Vol. 33, No. 7, 075108, 2021.
- [75] M. Gampert, K. Kleinheinz, N. Peters, and H. Pitsch. Experimental and numerical study of the scalar turbulent/non-turbulent interface layer in a jet flow. *Flow, Turbul. Combust.*, Vol. 92, No. 1-2, pp. 429–449, 2014.
- [76] Y. Tai, T. Watanabe, and K. Nagata. Implicit large eddy simulation of passive

- scalar transfer in compressible planar jet. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 93, No. 4, pp. 1183–1198, 2021.
- [77] J. H. Bell and R. D. Mehta. Development of a two-stream mixing layer from tripped and untripped boundary layers. *AIAA J.*, Vol. 28, No. 12, pp. 2034–2042, 1990.
- [78] M. Tanahashi, S. Iwase, and T. Miyauchi. Appearance and alignment with strain rate of coherent fine scale eddies in turbulent mixing layer. *J. Turbul.*, Vol. 2, No. 6, pp. 1–18, 2001.
- [79] S. B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge Univ. Pr., 2000.
- [80] N. Tillmark. Experiments on transition and turbulence in plane Couette flow. *PhD thesis, Royal Institute of Technology, Dept of Mechanics, Stockholm, Sweden*, 1998.
- [81] T. Tsukahara, H. Kawamura, and K. Shingai. DNS of turbulent Couette flow with emphasis on the large-scale structure in the core region. *J. Turbul.*, Vol. 7, N19, 2006.
- [82] N. Li, E. Balaras, and J. M. Wallace. Passive scalar transport in a turbulent mixing layer. *Flow, Turbul. Combust.*, Vol. 85, No. 1, pp. 1–24, 2010.
- [83] K. C. Kim and R. J. Adrian. Very large-scale motion in the outer layer. *Phys. Fluids*, Vol. 11, No. 2, pp. 417–422, 1999.
- [84] M. Takahashi, K. Iwano, Y. Sakai, and Y. Ito. Three-dimensional visualization of destruction events of turbulent momentum transfer in a plane jet. *Phys. Fluids*, Vol. 31, No. 10, 105114, 2019.
- [85] R. Jahanbakhshi, N. S. Vaghefi, and C. K. Madnia. Baroclinic vorticity generation near the turbulent/non-turbulent interface in a compressible shear layer. *Phys. Fluids*, Vol. 27, No. 10, 105105, 2015.
- [86] O. Terashima, Y. Sakai, and Y. Ito. Measurement of fluctuating temperature and POD analysis of eigenmodes in a heated planar jet. *Exp. Therm. Fluid Sci.*, Vol. 92, pp. 113–124, 2018.
- [87] G. Riches, R. Martinuzzi, and C. Morton. Proper orthogonal decomposition analysis of a circular cylinder undergoing vortex-induced vibrations. *Phys. Fluids*, Vol. 30, No. 10, 105103, 2018.
- [88] S. Y. Motlagh and S. Taghizadeh. POD analysis of low Reynolds turbulent porous channel flow. *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 61, pp. 665–676, 2016.
- [89] H Salehipour, WR Peltier, and A Mashayek. Turbulent diapycnal mixing in strat-

- ified shear flows: the influence of Prandtl number on mixing efficiency and transition at high Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, Vol. 773, pp. 178–223, 2015.
- [90] T. Watanabe, J. J. Riley, and K. Nagata. Effects of stable stratification on turbulent/nonturbulent interfaces in turbulent mixing layers. *Phys. Rev. Fluids*, Vol. 1, No. 4, p. 044301, 2016.
- [91] T. Watanabe, J. J. Riley, and K. Nagata. Turbulent entrainment across turbulent-nonturbulent interfaces in stably stratified mixing layers. *Phys. Rev. Fluids*, Vol. 2, No. 10, p. 104803, 2017.
- [92] A. K. Kaminski and W. D. Smyth. Stratified shear instability in a field of pre-existing turbulence. *J. Fluid Mech.*, Vol. 862, pp. 639–658, 2019.
- [93] S. F. Lewin and C. P. Caulfield. The influence of far field stratification on shear-induced turbulent mixing. *J. Fluid Mech.*, Vol. 928, A20, 2021.
- [94] J. Schumacher. Relation between shear parameter and Reynolds number in statistically stationary turbulent shear flows. *Phys. Fluids*, Vol. 16, No. 8, pp. 3094–3102, 2004.
- [95] J. C. Isaza and L. R. Collins. On the asymptotic behaviour of large-scale turbulence in homogeneous shear flow. *J. Fluid Mech.*, Vol. 637, pp. 213–239, 2009.
- [96] A. Sekimoto, S. Dong, and J. Jiménez. Direct numerical simulation of statistically stationary and homogeneous shear turbulence and its relation to other shear flows. *Phys. Fluids*, Vol. 28, No. 3, 035101, 2016.
- [97] J. C. R. Hunt and D. J. Carruthers. Rapid distortion theory and the ‘problems’ of turbulence. *J. Fluid Mech.*, Vol. 212, pp. 497–532, 1990.
- [98] A. A. Townsend. Entrainment and the structure of turbulent flow. *J. Fluid Mech.*, Vol. 41, No. 1, pp. 13–46, 1970.
- [99] M. J. Lee, J. Kim, and P. Moin. Structure of turbulence at high shear rate. *J. Fluid Mech.*, Vol. 216, pp. 561–583, 1990.
- [100] H. T. Pham, S. Sarkar, and K. A. Brucker. Dynamics of a stratified shear layer above a region of uniform stratification. *J. Fluid Mech.*, Vol. 630, pp. 191–223, 2009.
- [101] T. Watanabe, J. J. Riley, K. Nagata, R. Onishi, and K. Matsuda. A localized turbulent mixing layer in a uniformly stratified environment. *J. Fluid Mech.*, Vol. 849, pp. 245–276, 2018.
- [102] J. M. Cimbalá, H. M. Nagib, and A. Roshko. Large structure in the far wakes of two-dimensional bluff bodies. *J. Fluid Mech.*, Vol. 190, pp. 265–298, 1988.

- [103] T. Watanabe and K. Nagata. The response of small-scale shear layers to perturbations in turbulence. *J. Fluid Mech.*, Vol. 963, A31, 2023.
- [104] T. Watanabe. Efficient enhancement of turbulent entrainment by small-scale shear instability. *J. Fluid Mech.*, Vol. 988, A20, 2024.
- [105] T. Watanabe and K. Nagata. Influences of small-scale shear instability on passive-scalar mixing in a shear-free turbulent front. *J. Fluid Mech.*, Vol. 1008, A20, 2025.
- [106] J. Jiménez and P. Moin. The minimal flow unit in near-wall turbulence. *J. Fluid Mech.*, Vol. 225, pp. 213–240, 1991.
- [107] M. Hayashi, T. Watanabe, and K. Nagata. Characteristics of small-scale shear layers in a temporally evolving turbulent planar jet. *J. Fluid Mech.*, Vol. 920, A38, 2021.
- [108] X. Zhang, T. Watanabe, and K. Nagata. Reynolds number dependence of the turbulent/non-turbulent interface in temporally developing turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.*, Vol. 964, A8, 2023.
- [109] K. Nakamura, T. Watanabe, and K. Nagata. Turbulent/turbulent interfacial layers of a shearless turbulence mixing layer in temporally evolving grid turbulence. *Phys. Fluids*, Vol. 35, No. 4, 045117, 2023.
- [110] L. Biancofiore. Crossover between two-and three-dimensional turbulence in spatial mixing layers. *J. Fluid Mech.*, Vol. 745, pp. 164–179, 2014.
- [111] W. A. McMullan. Spanwise domain effects on the evolution of the plane turbulent mixing layer. *J. Comput. Fluid Dyn.*, Vol. 29, No. 6-8, pp. 333–345, 2015.
- [112] J. Jiménez, A. A. Wray, P. G. Saffman, and R. S. Rogallo. The structure of intense vorticity in isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.*, Vol. 255, pp. 65–90, 1993.
- [113] S.-J. Kang, M. Tanahashi, and T. Miyauchi. Dynamics of fine scale eddy clusters in turbulent channel flows. *J. Turbul.*, Vol. 8, N52, 2007.
- [114] T. Watanabe, C. B. da Silva, K. Nagata, and Y. Sakai. Geometrical aspects of turbulent/non-turbulent interfaces with and without mean shear. *Phys. Fluids*, Vol. 29, No. 8, 085105, 2017.
- [115] A. A. Ghira, G. E. Elsinga, and C. B. da Silva. Characteristics of the intense vorticity structures in isotropic turbulence at high Reynolds numbers. *Phys. Rev. Fluids*, Vol. 7, No. 10, 104605, 2022.
- [116] T. Watanabe, K. Tanaka, and K. Nagata. Characteristics of shearing motions in incompressible isotropic turbulence. *Phys. Rev. Fluids*, Vol. 5, No. 7, 072601, 2020.

- [117] M. Hayashi, T. Watanabe, and K. Nagata. The relation between shearing motions and the turbulent/non-turbulent interface in a turbulent planar jet. *Phys. Fluids*, Vol. 33, No. 5, 055126, 2021.
- [118] D. Fiscaletti, O. R. H. Buxton, and A. Attili. Internal layers in turbulent free-shear flows. *Phys. Rev. Fluids*, Vol. 6, No. 3, 034612, 2021.
- [119] K. B. Winters, P. N. Lombard, J. J. Riley, and E. A. D’Asaro. Available potential energy and mixing in density-stratified fluids. *J. Fluid Mech.*, Vol. 289, pp. 115–128, 1995.
- [120] S. A. Thorpe. Laboratory observations of secondary structures in Kelvin–Helmholtz billows and consequences for ocean mixing. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, Vol. 34, No. 1-4, pp. 175–199, 1985.
- [121] S. A. Thorpe. Transitional phenomena and the development of turbulence in stratified fluids: A review. *J. Geophys. Res.*, Vol. 92, No. C5, pp. 5231–5248, 1987.
- [122] D. C. Fritts, L. Wang, T. S. Lund, S. A. Thorpe, C. B. Kjellstrand, B. Kaifler, and N. Kaifler. Multi-scale Kelvin-Helmholtz instability dynamics observed by PMC turbo on 12 July 2018: 2. DNS modeling of KHI dynamics and PMC responses. *J. Geophys. Res. Atmos.*, Vol. 127, No. 18, e2021JD035834, 2022.
- [123] T. S. Mixa, T. S. Lund, and D. C. Fritts. Modeling Kelvin Helmholtz instability tube and knot dynamics and their impact on mixing in the lower thermosphere. *J. Geophys. Res.*, Vol. 128, No. 19, e2023JD039249, 2023.
- [124] D. C. Fritts and L. Wang. Kelvin–Helmholtz instability “tube” and “knot” dynamics. Part II: KHI T&K dynamics in a multiscale gravity wave direct numerical simulation. *J. Atmos. Sci.*, Vol. 80, No. 10, pp. 2439–2457, 2023.
- [125] J. H. Hecht, K. Wan, L. J. Gelinas, D. C. Fritts, R. L. Walterscheid, R. J. Rudy, A. Z. Liu, S. J. Franke, F. A. Vargas, P.-D. Pautet, M. J. Taylor, and G. R. Swenson. The life cycle of instability features measured from the Andes Lidar Observatory over Cerro Pachon on 24 March 2012. *J. Geophys. Res. Atmos.*, Vol. 119, No. 14, pp. 8872–8898, 2014.
- [126] D. C. Fritts, G. Baumgarten, P.-D. Pautet, J. H. Hecht, B. P. Williams, N. Kaifler, B. Kaifler, C. B. Kjellstrand, L. Wang, M. J. Taylor, and A. D. Miller. Kelvin–Helmholtz instability “tube” and “knot” dynamics. Part I: Expanding observational evidence of occurrence and environmental influences. *J. Atmos. Sci.*, Vol. 80, No. 10, pp. 2419–2437, 2023.

-
- [127] D. C. Fritts, L. Wang, T. Lund, and M. A. Geller. Kelvin–Helmholtz instability “tube” and “knot” dynamics. Part III: Extension of elevated turbulence and energy dissipation into increasingly viscous flows. *J. Atmos. Sci.*, Vol. 81, No. 7, pp. 1147–1164, 2024.
- [128] X. Wang, J. Guo, J. Wang, and S. Chen. Turbulent kinetic energy budget in compressible turbulent mixing layers: effects of large-scale structures. *J. Fluid Mech.*, Vol. 1003, A25, 2025.
- [129] D. Krug, M. Holzner, B. Lüthi, M. Wolf, W. Kinzelbach, and A. Tsinober. The turbulent/non-turbulent interface in an inclined dense gravity current. *J. Fluid Mech.*, Vol. 765, pp. 303–324, 2015.
- [130] D. Krug, M. Holzner, I. Marusic, and M. van Reeuwijk. Fractal scaling of the turbulence interface in gravity currents. *J. Fluid Mech.*, Vol. 820, R3, 2017.
- [131] T. Katagiri, T. Watanabe, and K. Nagata. Statistical properties of a model of a turbulent patch arising from a breaking internal wave. *Phys. Fluids*, Vol. 33, No. 5, 055107, 2021.
- [132] M. M. Neamtu-Halic, J.-P. Mollicone, M. van Reeuwijk, and M. Holzner. Role of vortical structures for enstrophy and scalar transport in flows with and without stable stratification. *J. Turbul.*, Vol. 22, No. 7, pp. 393–412, 2021.
- [133] M. Boetti, M. van Reeuwijk, and A. Liberzon. Potential-enstrophy lengthscale for the turbulent/nonturbulent interface in stratified flow. *Phys. Rev. Fluids*, Vol. 6, No. 11, 114803, 2021.
- [134] M. Boetti and L. Verso. Force on inertial particles crossing a two layer stratified turbulent/non-turbulent interface. *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 154, 104153, 2022.
- [135] M. Boetti. Pair dispersion of inertial particles crossing stably stratified turbulent/non-turbulent interfaces. *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 166, 104502, 2023.
- [136] B. Pei and B. Bai. Species transport in a variable-density turbulent mixing layer considering stratified instability. *Phys. Fluids*, Vol. 35, No. 10, 105112, 2023.
- [137] M. Zecchetto and C. B. da Silva. Universality of small-scale motions within the turbulent/non-turbulent interface layer. *J. Fluid Mech.*, Vol. 916, A9, 2021.
- [138] R. Jahanbakhshi. Mechanisms of entrainment in a turbulent boundary layer. *Phys. Fluids*, Vol. 33, No. 3, 035105, 2021.
- [139] Y. Long, J. Wang, and C. Pan. Universal modulations of large-scale motions on entrainment of turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.*, Vol. 941, A68, 2022.

-
- [140] S. Li, Y. Long, and J. Wang. Turbulent/non-turbulent interface for laminar boundary flow over a wall-mounted fence. *Phys. Fluids*, Vol. 34, No. 12, 125113, 2022.
- [141] Y. Long, J. Wang, and J. Wang. “turbulent/non-turbulent interface” in a low-Reynolds-number transitional boundary layer over a multi-element airfoil. *Phys. Fluids*, Vol. 34, No. 10, 102111, 2022.
- [142] Y. Long, J. Wang, and C. Pan. The influence of roughness-element-spacing on turbulent entrainment over spanwise heterogeneous roughness. *Phys. Fluids*, Vol. 35, No. 8, 085127, 2023.
- [143] J. R. Khan and S. Rao. Properties of the turbulent/non-turbulent layer of a turbulent Boussinesq plume: A study using direct numerical simulation. *Phys. Fluids*, Vol. 35, No. 5, 055140, 2023.
- [144] P. L. O’Neill, D. Nicolaides, D. Honnery, and J. Soria. Autocorrelation functions and the determination of integral length with reference to experimental and numerical data. In *15th Australasian Fluid Mechanics Conference*, Vol. 1, pp. 1–4. University of Sydney, Sydney, NSW, Australia, 2004.
- [145] O. Praud, A. M. Fincham, and J. Sommeria. Decaying grid turbulence in a strongly stratified fluid. *J. Fluid Mech.*, Vol. 522, pp. 1–33, 2005.
- [146] Y. Zheng, K. Nagata, and T. Watanabe. Turbulent characteristics and energy transfer in the far field of active-grid turbulence. *Phys. Fluids*, Vol. 33, No. 11, p. 115119, 2021.
- [147] D. J. Tritton. *Physical Fluid Dynamics*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [148] A. J. Puga and J. C. LaRue. Normalized dissipation rate in a moderate Taylor Reynolds number flow. *J. Fluid Mech.*, Vol. 818, pp. 184–204, 2017.
- [149] J. J. Riley and E. Lindborg. Stratified turbulence: A possible interpretation of some geophysical turbulence measurements. *J. Atmos. Sci.*, Vol. 65, No. 7, pp. 2416–2424, 2008.
- [150] G. Brethouwer, P. Billant, E. Lindborg, and J.-M. Chomaz. Scaling analysis and simulation of strongly stratified turbulent flows. *J. Fluid Mech.*, Vol. 585, pp. 343–368, 2007.
- [151] M. Breda and O. R. H. Buxton. Influence of coherent structures on the evolution of an axisymmetric turbulent jet. *Phys. Fluids*, Vol. 30, No. 3, 035109, 2018.
- [152] T. R. Osborn. Estimates of the local rate of vertical diffusion from dissipation measurements. *J. Phys. Oceanogr.*, Vol. 10, No. 1, pp. 83–89, 1980.

-
- [153] S. S. Zilitinkevich, T. Elperin, N. Kleeorin, I. Rogachevskii, I. Esau, T. Mauritsen, and M. W. Miles. Turbulence energetics in stably stratified geophysical flows: Strong and weak mixing regimes. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, Vol. 134, No. 633, pp. 793–799, 2008.
- [154] L. H. Shih, J. R. Koseff, G. N. Ivey, and J. H. Ferziger. Parameterization of turbulent fluxes and scales using homogeneous sheared stably stratified turbulence simulations. *J. Fluid Mech.*, Vol. 525, pp. 193–214, 2005.
- [155] P. Monti, G. Querzoli, A. Cenedese, and S. Piccinini. Mixing properties of a stably stratified parallel shear layer. *Phys. Fluids*, Vol. 19, No. 8, 085104, 2007.
- [156] H. Salehipour and W. R. Peltier. Diapycnal diffusivity, turbulent Prandtl number and mixing efficiency in Boussinesq stratified turbulence. *J. Fluid Mech.*, Vol. 775, pp. 464–500, 2015.
- [157] T. B. Nickels, I. Marusic, S. Hafez, and M. S. Chong. Evidence of the k^{-1} law in a high-Reynolds-number turbulent boundary layer. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 95, No. 7, 074501, 2005.
- [158] W. D. Smyth and J. N. Moum. Shear instability and gravity wave saturation in an asymmetrically stratified jet. *Dyn. Atmos. Oceans*, Vol. 35, No. 3, pp. 265–294, 2002.
- [159] V. Kolář and J. Šístek. Corotational and compressibility aspects leading to a modification of the vortex-identification q-criterion. *AIAA J.*, Vol. 53, No. 8, pp. 2406–2410, 2015.
- [160] M. M. Neamtu-Halic, D. Krug, G. Haller, and M. Holzner. Lagrangian coherent structures and entrainment near the turbulent/non-turbulent interface of a gravity current. *J. Fluid Mech.*, Vol. 877, pp. 824–843, 2019.