

閉ループ内熱対流の時間的・空間的パターン

東海大学教養学部 三村和男 (Kazuo Mimura) 松島和宏 (Kazuhiro Matsushima)

1 はじめに

サーモ・サイホン内の流体の脈動現象に関して、Welander(1967)¹ は、その安定性を調べ、流れの向きの振動現象を数値的に再現した。Creveling et al.(1975)² は、より単純化された形状である鉛直設置されたトーラスを使って、内部の流体を下部管壁で熱し上部管壁で冷却したときに発生する熱対流実験を行ない、室内実験的に流れの反転現象を解析した。York and York(1987)³ は、そのトーラス内の熱対流の反転現象が、Lorenz(1963)⁴ が提起したカオス・システムと同様の低次トランケーション・モデルで説明されることを示した。そこでは、流れがループに沿った成分のみを持つという前提がなされていた。

一方、Sano(1991)⁵ は、トーラス内の熱対流の実験を行なったが、ループに沿った「主流」が形成されず、4細胞の「局所流」がカオス的に振動することを、室内および数値実験的に示した。また、これとは独立に、三村・須田(1991)^{6,7} は「主流」がカオス的に反転することを、室内および数値実験的に示した。

実際の閉ループ内熱対流実験において、主流が卓越することが主流の反転現象の前提条件であり、我々の実験(1999)とSano(1991)との実験結果の不一致は、主流の卓越のためには、実験用トーラスのループ半径とチューブ半径のアスペクト比が重要なパラメータであることを示唆している。

その後、我々は、さらに単純化されたループの形状として、断面が長方形となった2重円筒型ループを選択し、様々なアスペクト比を持つ(2重円筒の場合、ループ半径とは2つの円筒の平均半径とし、チューブ半径とは2つの円筒の半径差の $\frac{1}{2}$ と定義される)実験用ループを作成し熱対流実験を行なった。ところが、主流の反転現象はまれな過渡的状态をのぞけば、ほとんど見られなくなった。かわりに、ループ内部の左右温度差において様々な不規則振動やかなり滑らかな周期的な振動パターンが見られた。

さらにアスペクト比が30の2重円筒型閉ループの側壁(円筒壁)を銅板にし動作流体への加熱冷却能力を向上させて再度実験を行うとループ内左右温度差(左端中央と右端中央の温度差)はかなり安定化し加熱部冷却部温度差を高くしても全く主流の反転は見られなくなった。トランケーションモデルに関する理論および数値実験結果は2000年に報告したので(三村2000)⁸、今回はグリッドモデルによる数値実験結果を報告する。

2 モデル

鉛直設置された二重円筒状の閉ループ内の粘性流体を下部ループ壁を一定温度で加熱し上部ループ壁を一定温度で冷却する。その時生じる流れが2次元であると仮定してブジネスク近似のもとでの無次元支配方程式系は、 ψ を流線関数、 ϕ を温度、 r, θ を各々半径方向、接線方向の円筒座標とすると、粘性流体のベクトル形式の支配方程式は

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \frac{\mu}{\rho_0} \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{g}, \quad (2)$$

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{\lambda}{\rho C_p} \nabla^2 T, \quad (3)$$

ただし $\nabla^2 \equiv \text{grad div } \mathbf{v} - \text{rot}(\text{rot } \mathbf{v}), \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \equiv \text{grad}(\frac{1}{2} |\mathbf{v}|^2) - \mathbf{v} \times \text{rot } \mathbf{v}$ 。

そして、 R, a は各々ループ半径とチューブ半径、 C, β, μ, λ は各々比熱、熱膨張率、粘性係数、熱伝導率である。

ここで $\rho = \rho_0(1 - \beta T')$, $T = T_0 + T'$, $T_0 = \frac{T_h + T_c}{2}$, $p = p_0 + P'$, $\rho = \rho_0 + \rho'$, $\nabla p_0 = \rho_0 \mathbf{g}$ として浮力項以外の ρ は ρ_0 としてブジネス近似すると

$$\text{div } \mathbf{v} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho_0} \text{grad } p' - \beta T' \mathbf{g} + \nu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (5)$$

$$\frac{dT'}{dt} = \frac{\lambda}{\rho_0 C_p} \nabla^2 T' \quad (6)$$

ただし $\nabla^2 = -\text{rot}(\text{rot } \mathbf{v}), \nu = \frac{\mu}{\rho}$ 。

渦度の式を作ると

$$\frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \mathbf{v} - \text{rot}(\mathbf{v} \times \text{rot } \mathbf{v}) = -\beta \text{rot}(T' \mathbf{g}) - \nu \text{rot}(\text{rot } \text{rot } \mathbf{v}) \quad (7)$$

円筒座標 (2次元流) では $w = 0, \frac{\partial}{\partial z} = 0, \text{grad} = (\frac{\partial}{\partial r}, \frac{\partial}{\partial \theta})$, $\text{div } \mathbf{A} = \frac{\partial r A_r}{r \partial r} + \frac{\partial A_\theta}{r \partial \theta}$, $\nabla^2 f = \frac{\partial}{\partial r}(r \frac{\partial}{\partial r} f) + \frac{\partial^2}{r^2 \partial \theta^2} f$, $\text{rot } \mathbf{A} = (\frac{\partial A_\theta}{r \partial \theta}, -\frac{\partial A_r}{\partial r}, \frac{\partial r A_\theta}{r \partial r} - \frac{\partial A_r}{r \partial \theta})$, なので支配方程式と渦度の式は成分表示すると

$$\frac{\partial}{r \partial r} r v_r + \frac{\partial}{r \partial \theta} v_\theta = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_\theta \frac{\partial v_r}{r \partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P'}{\partial r} + \beta g T' \sin \theta - \nu \frac{\partial}{r \partial \theta} (\frac{\partial}{\partial r} r v_\theta - \frac{\partial v_r}{r \partial \theta}) \quad (9)$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + v_\theta \frac{\partial v_\theta}{r \partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P'}{r \partial \theta} + \beta g T' \cos \theta + \nu \frac{\partial}{\partial r} (\frac{\partial}{\partial r} r v_\theta - \frac{\partial v_r}{r \partial \theta}) \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} T' + v_r \frac{\partial T'}{\partial r} + v_\theta \frac{\partial T'}{r \partial \theta} = \frac{\lambda}{\rho_0 C_p} (\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial T'}{\partial r} + \frac{\partial^2}{r^2 \partial \theta^2}) \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \omega_z + J(\psi, \omega_z) = \beta g (\frac{\partial}{\partial r} r T' \cos \theta - \frac{\partial}{r \partial \theta} T' \sin \theta) + \nu \nabla^2 \omega_z \quad (12)$$

ただし、 $\omega_z = \nabla^2 \psi, v_r = -\frac{\partial \psi}{r \partial \theta}, v_\theta = \frac{\partial \psi}{\partial r}, \nabla^2 = \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{r^2 \partial \theta^2}$ 。

これらの方程式系を時間発展させるにはポアソン方程式を解く必要があり、そのために、内外境界上での流線関数の時間発展の式を導いておく。2次元非発散性より、接線方向運動方程式の移流項 $v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + v_\theta \frac{\partial v_\theta}{r \partial \theta} = \frac{\partial v_r v_\theta}{\partial r} + \frac{\partial v_\theta^2}{r \partial \theta}$ なので、 θ で1周平均した後に r について $R-a$ から $R+a$ まで積分すると、

$$\frac{\partial}{\partial t} [\bar{\psi}]_{B-}^{B+} = -2 \int_{B-}^{B+} \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r} dr + \beta g \int_{B-}^{B+} \overline{T' \cos \theta} dr + \nu [\bar{\omega}_z]_{B-}^{B+} \quad (13)$$

なぜなら $[\bar{v_r v_\theta}]_{B-}^{B+} = 0$ 。

3 無次元化

$$r \equiv R + Dr^* \quad (-\frac{a}{D} < r^* < \frac{a}{D}) \quad (14)$$

$$\theta \equiv \theta^* \quad (0 < \theta^* < 2\pi) \quad (15)$$

$$T' \equiv \Delta T^* \quad (-1 < T^* < 1) \quad (16)$$

$$t \equiv \frac{D}{U} t^* \omega \equiv \nabla^2 \psi \equiv \frac{U}{D} \nabla^{2*} \psi^* \equiv \frac{U}{D} \omega^* \quad (17)$$

$$J \equiv \frac{1}{RD} J^* \quad (18)$$

$$\nabla^2 \equiv \frac{1}{D^2} \nabla^{2*} \quad (19)$$

$$\nabla^{2*} \equiv \frac{1}{(1+\epsilon r^*)} \frac{\partial}{\partial r^*} \left((1+\epsilon r^*) \frac{\partial}{\partial r^*} \right) + \frac{\epsilon^2}{(1+\epsilon r^*)^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad (20)$$

$$J^* \equiv \frac{1}{(1+\epsilon r^*)} \left(\frac{\partial}{\partial r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \quad (21)$$

で無次元化支配方程式をつくると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t^*} \nabla^2 \psi^* = & -\epsilon J^*(\psi^*, \nabla^{2*} \psi^*) + \frac{1}{Re} \nabla^{4*} \psi^* \\ & + \frac{Gr}{Re^2} \left(\frac{\partial}{(1+\epsilon r^*) \partial r^*} (1+\epsilon r^*) T^* \cos \theta - \frac{\epsilon}{1+\epsilon r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} T^* \sin \theta \right) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\frac{\partial}{\partial t^*} T^* = -\epsilon J^*(\psi, T^*) + \frac{1}{Pr Re} \nabla^2 T^* \quad (23)$$

$$\frac{\partial}{\partial t^*} [\bar{\psi}^*]_{B-}^{B+} = -2\epsilon^2 \int_{B-}^{B+} \frac{1}{(1+\epsilon r^*)^2} \frac{\partial \psi^*}{\partial \theta} \frac{\partial \psi^*}{\partial r^*} dr^* + \frac{Gr}{Re^2} \int_{B-}^{B+} T^* \cos \theta dr^* + \nu [\bar{\omega}^*]_{B-}^{B+} \quad (24)$$

となる。ただし、

$$Gr \equiv \beta g \delta T D^3 / \nu^2 \quad (25)$$

$$\delta T \equiv (T_h - T_c) / 2 \quad (26)$$

$$Pr \equiv C \mu / \lambda \quad (27)$$

$$Re \equiv D U / \nu \quad (28)$$

$$\epsilon \equiv D / R \quad (29)$$

$$(30)$$

この無次元化にはまだ自由度が残っており、

$$Re^2 \equiv Gr \quad (31)$$

と選ぶと $U = \sqrt{\beta g \delta T D}$ となるため、

$$D \equiv 2a / \pi \quad (32)$$

と選ぶことで無次元化は確定する。

$\Gamma \gg 1$ であるとして、支配方程式を局所直交座標に近似すると、次のように、温度と流線関数を各々 2 重フーリエ級数に展開できる。

$$\begin{aligned} T^* = & \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M (C c_{n,m}^{\phi} \cos(mr) \cos(n\theta) + C s_{n,m}^{\phi} \sin(mr) \cos(n\theta) \\ & + S c_{n,m}^{\phi} \cos(mr) \sin(n\theta) + S s_{n,m}^{\phi} \sin(mr) \sin(n\theta)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi^* = & \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M (C c_{n,m}^{\psi} \cos(mr) \cos(n\theta) + C s_{n,m}^{\psi} \sin(mr) \cos(n\theta) \\ & + S c_{n,m}^{\psi} \cos(mr) \sin(n\theta) + S s_{n,m}^{\psi} \sin(mr) \sin(n\theta)) \end{aligned}$$

このフーリエ級数式を式 1,2 に代入し、各フーリエ成分の係数に関する連立常微分方程式系を得ることができる。\$N + M \leq 3\$ の場合、境界条件

$$T^*(r = R \pm \pi/2) = -\sin \theta, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r}(r = R \pm \pi/2) = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \theta}(r = R \pm \pi/2) = 0 \quad (33)$$

を満たす事に注意して、Lowest Order の Spectral Model を構成すると、\$\epsilon Gr < \frac{2}{Pr}\$ の時、熱伝導解すなわち \$Sc_{1,0s} = -1\$ のみが定常解として存在し、\$\epsilon Gr > \frac{2}{Pr}\$ の時、

$$X_{0,1s}^2 = \frac{8}{3\epsilon^2 Pr} \left(1 - \frac{2}{\epsilon Gr Pr}\right) < \frac{8}{3\epsilon Pr} \quad (34)$$

$$Sc_{1,2s} = Sc_{1,0s} + 1 = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{2}{\epsilon Gr Pr}\right) < \frac{2}{3} \quad (35)$$

$$Cc_{1,1s} = \frac{2}{\sqrt{Gr}} X_{0,1s} = \sqrt{\frac{32}{3\epsilon Pr}} \sqrt{\frac{1}{Gr} \left(1 - \frac{2}{\epsilon Gr Pr}\right)} < \sqrt{\frac{4}{3}} \quad (36)$$

という定常主流解が存在し、

$$\epsilon Gr = \frac{2(1 + \frac{7}{Pr})}{1 - \frac{5}{Pr}} \quad (37)$$

の中立曲線の外側で主流解は不安定化することがわかる。

なお、旧 Lowest Order Spectral Model は \$Re \equiv \Gamma^2, \Gamma \equiv \frac{\pi R}{2a}\$ の場合に相当する。ただし、\$\epsilon J^* \equiv J_{old}^*\$ に注意すること。

4 数値実験

上記の無次元化支配方程式を差分化し、境界条件

$$T^*(r = R \pm \pi/2) = -\sin \theta, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r}(r = R \pm \pi/2) = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \theta}(r = R \pm \pi/2) = 0 \quad (38)$$

を満たす事に注意して、グリッドモデルを構築して数値実験を行なった。装置のアスペクト比 \$R/a = 30\$ という条件下で、\$Gr, Pr\$ を様々に変化させて、時間発展の大まかな分類を試みた。初期条件は、初期流速がゼロ、初期温度分布が、\$T^*(r^*, \theta) = \cos(\theta)\$ である。

Fig.1 の曲線は中立曲線を、プロットはグリッドモデルで計算した実験パラメータ \$(Pr, \epsilon Gr)\$ の組み合わせを示している。ただし、空間分解能は、接線方向、半径方向ともに、\$21 \times 21\$ であり、十分とはいえないものである。この結果からトランケーションモデルの予想と一致する所と、不一致の所があることがわかった。つまり、中立曲線より下の安定領域では、中立曲線に近づくにつれて最終的に安定するまでの時間が長くなる傾向が見られるが、中立曲線より上部の不安定領域でもトランケーションモデルで見られたようなカオスの反転は見られなかった。

続いて、\$Pr=10\$ に限って空間分解能を、接線方向、半径方向ともに、\$41 \times 41\$ に上げて \$\epsilon Gr\$ による依存性を調べた。計算を行った \$\epsilon Gr\$ は 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 の 8 通りである。ただし、ここでは、初期条件として、上記最低次のトランケーションモデルの定常主流解（半時計回り）に相当する、温度、速度分布を与えた (Fig.2)。\$\epsilon Gr\$ 値が小さい時はループ右半分では温度の正偏差の舌状分布が第 1, 第 4 象限に広がり、ほとんどの領域で無次元温度が正であり、左半分では無次元温度が負である。\$\epsilon Gr\$ 値が大きくなるにつれてその舌状正偏差は長く伸びていく。さらに、\$\epsilon Gr\$ 値が大きくなると舌状正偏差はちぎれてしまい、ちぎれた先がほぼループの上端に達するようになる。この状態になると右半分全体と左半分全体の温度差

はかえて小さくなってしまった事がわかった。

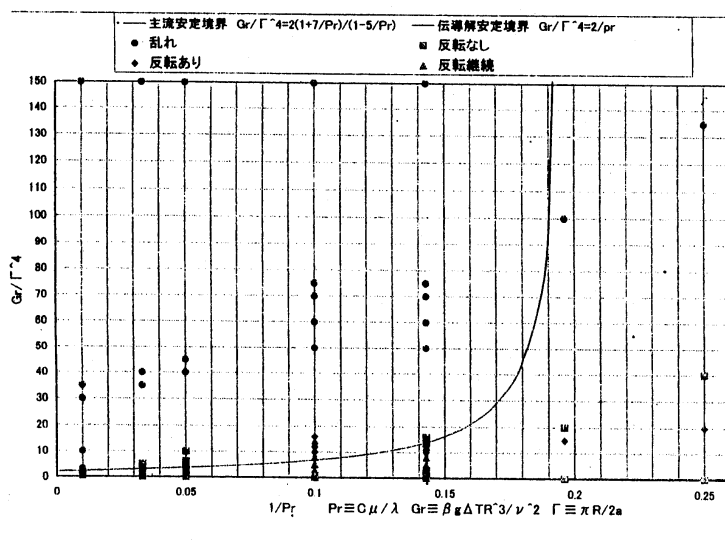
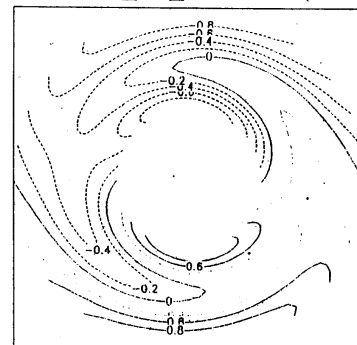


Fig.1 Experimental condition on stability map

GR01/81_21_R-5.sh T(501)



GR40/81_21_R-5.sh T(501)

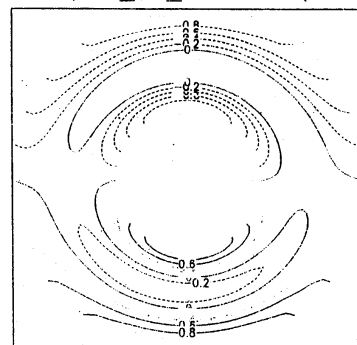


Fig.2 Steady explanation on spectral model

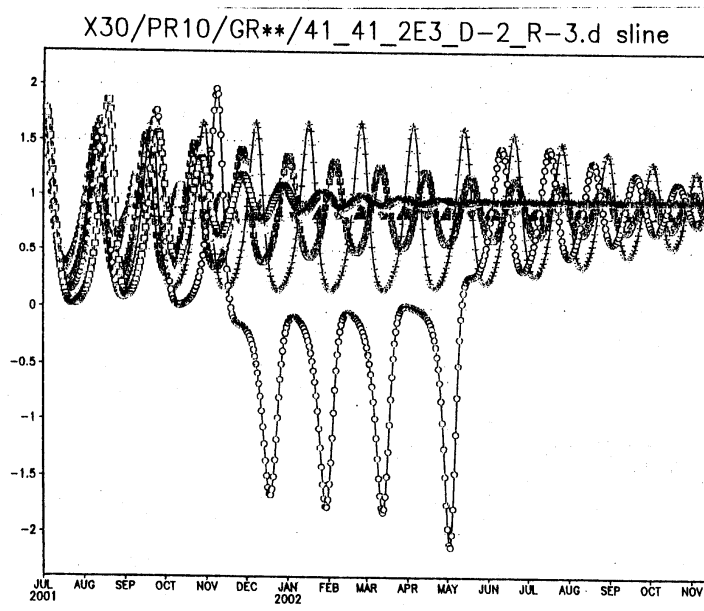


Fig.3 ϵGr の変化に伴う全主流量の様子 ($Pr=10$, 空間分解能 41×41)

その結果が Fig.3、Fig.4 である。Fig.3 は縦軸にループに沿った全主流量をとり横軸に無次元時刻をとっ

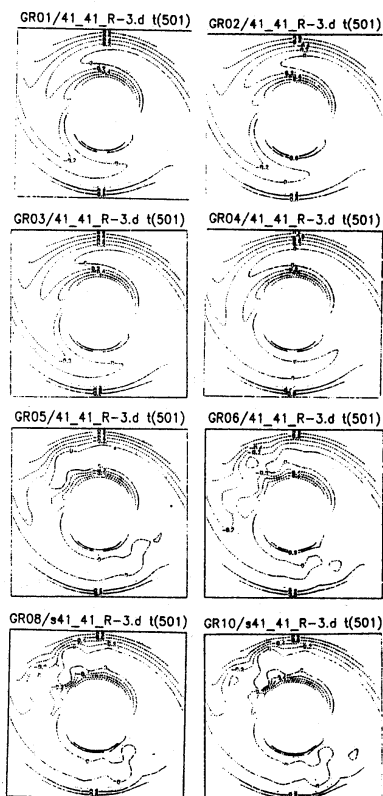


Fig.4 計算終了時刻における温度分布

たグラフで、マイナスの値は時計回りの流れを意味する。

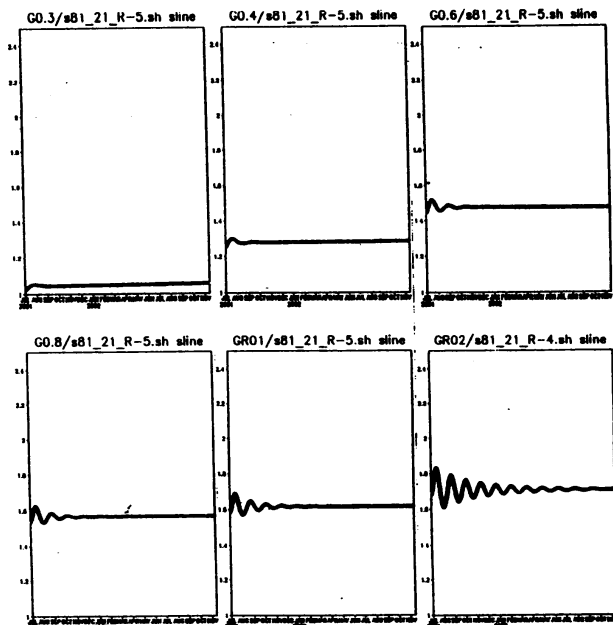


Fig.5 ϵGr の変化に伴う全主流量の様子 ($Pr=10$)

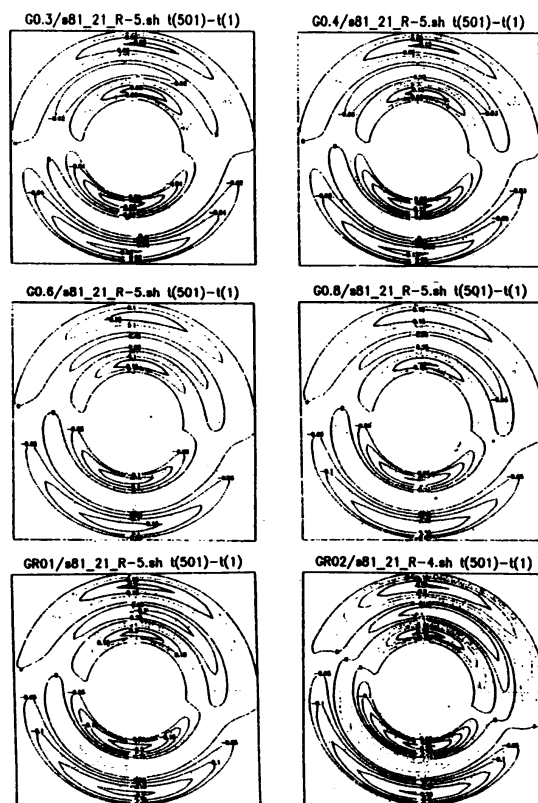


Fig.6 計算終了時の温度分布と計算開始時の温度分布の差

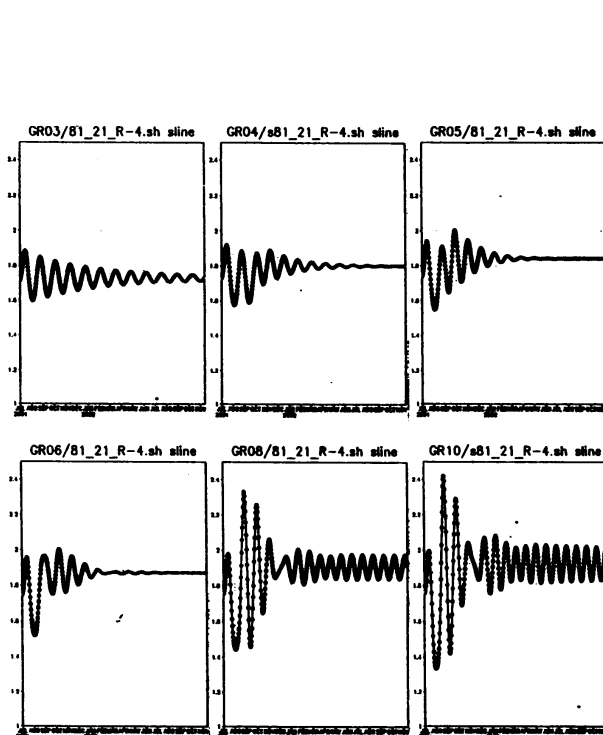


Fig.7 ϵGr の変化に伴う全主流量の様子 ($Pr=10$)

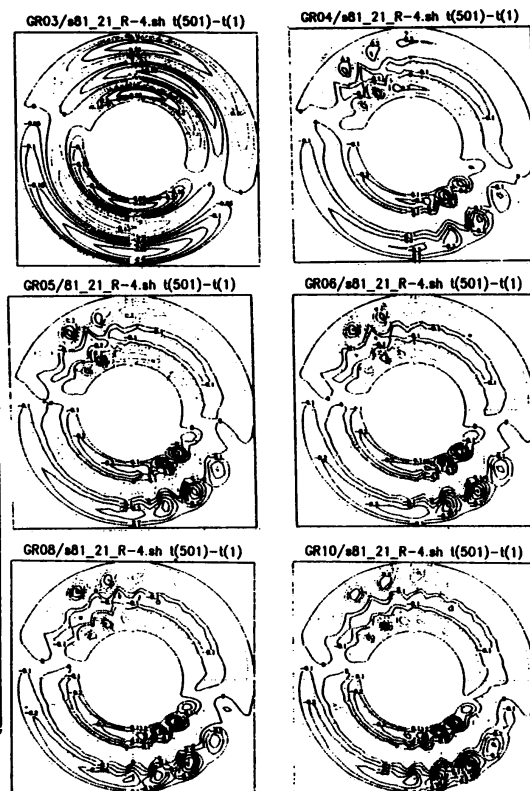


Fig.8 計算終了時の温度分布と計算開始時の温度分布の差

このグラフから、全ての場合において、最終的には安定化し、かつ、トランケーションモデルの定常主流解の $\frac{1}{2}$ 程度の大きさに落ち着いて行く事がわかった。

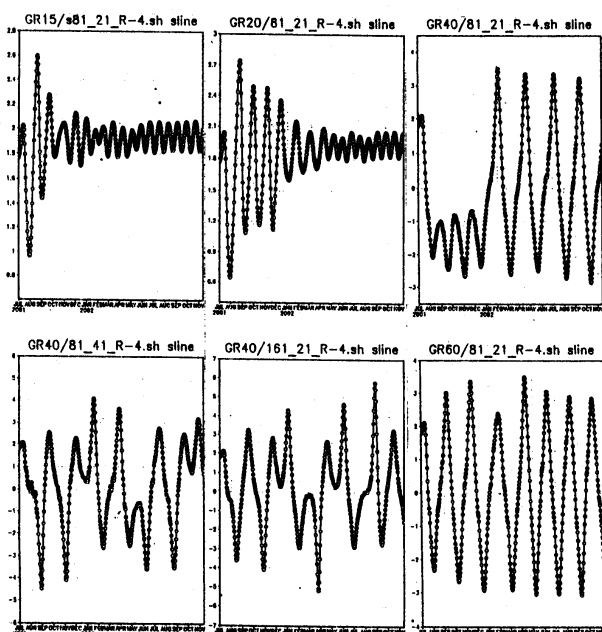


Fig.9 ϵGr の変化に伴う全主流量の様子 ($Pr=10$)

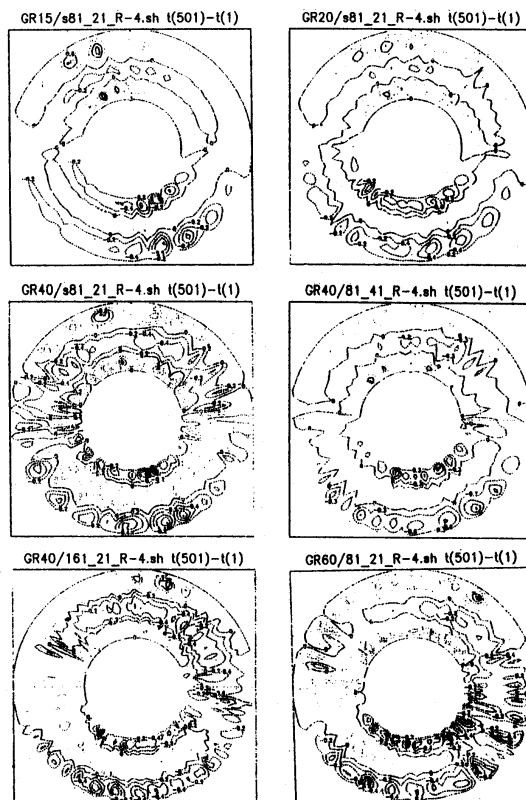


Fig.10 計算終了時の温度分布と計算開始時の温度分布の差

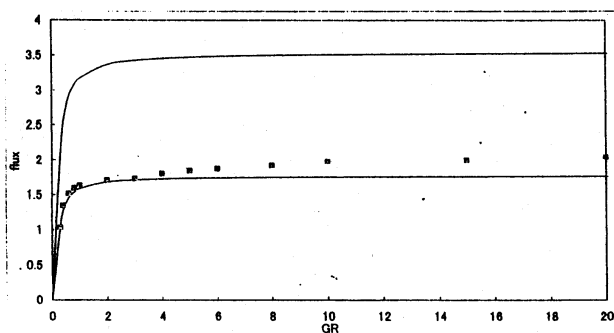


Fig.11 グリッドモデルとスペクトルモデルの平均主流量の比較 ($Pr=10$)

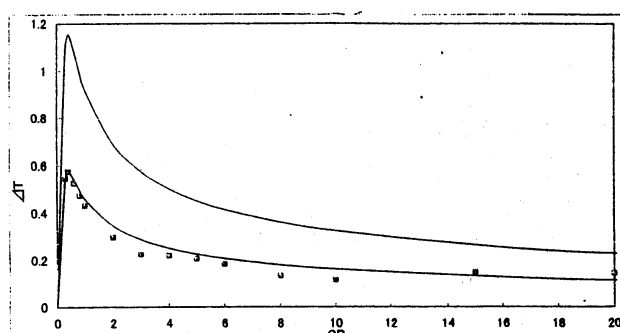


Fig.12 グリッドモデルとスペクトルモデルの水平温度差の比較 ($Pr=10$)

また Fig.8 から、落ち着いた際の温度分布が ϵGr によって異なる事から、 ϵGr が大きくなると局所的に乱流を伴いつつ、全体としては定常な流れを作り安定化する傾向がある事がわかった。

続いて、 $Pr = 10$, $\epsilon Gr = 3$ に固定して、空間分解能とポアソン方程式を加速リープマン法で解くときの相対許容誤差による依存性を調べた。空間分解能を、接線方向、半径方向ともに、 81×81 とし、ポアソン方程式の許容誤差を 10^{-4} にしたものを信用するとすると、空間分解能 81×21 、許容誤差 10^{-4} のものが計算にかかる時間が少なく効率的であることがわかった。

そこで、空間分解能を 81×21 、許容誤差 10^{-4} 、 $Pr=10$ として ϵGr を 0.3、0.4、0.6、0.8、1、2、3、4、4、5、6、8、10、15、20、40、60 と変えて 16 通りの計算をおこなった。しかも、今度は初期条件を温度、速度ともに、トランケーションモデルにおける定常主流解の丁度 $\frac{1}{2}$ にして計算を行った。

ただし、 ϵGr が 0.3 から 1 までは計算結果の安定化のために相対許容誤差を 10^{-5} にして計算を行った。また $\epsilon Gr=40$ の時は空間分解能を 161×21 、 81×41 にして計算の確認を行った。

Fig.5,7,9 は縦軸に全主流量の値をとり、横軸に無次元時刻をとったものである。Fig.6,8,10 は計算終了時刻の温度分布から計算開始時刻の温度分布を差し引いた図である。各図の上辺にある文字列、例えば G0.3/s81.21_R-5.sh の 0.3 は ϵGr 数を、s81.21 の 81 は接線方向格子数を、21 は半径方向格子数を、R-5 はポアソン方程式の相対許容誤差が 10^{-5} であることをそれぞれ示している。Fig.5,7,9 から、 ϵGr が大きくなるにつれて、全主流量の値が落ち着くのに時間がかかることがわかる。さらに $\epsilon Gr=40$ では主流が 1 回づつ交互に反転するようになった。おなじ実験条件で、より空間分解能を細かくすると交互反転の周期がより乱れることがわかった。Fig.6,8,10 からトランケーションモデルでは想定されていない、より高波数のモードがグリッドモデルでは発生していることがわかる。

次に最終的にはほぼ安定状態になった ϵGr が 0.3 から 20 の場合のグリッドモデルでの最終値とスペクトルモデルでの定常解の値を比較した (Fig.11, Fig.12)。

2 本の曲線の内、1 本はトランケーションモデルの定常解で、もう 1 本は同モデルの定常解を $\frac{1}{2}$ にしたものである。プロットはグリッドモデルの計算終了時刻における値である。Fig.11 から、 ϵGr が 4 以上では、トランケーションモデルの $\frac{1}{2}$ の値からグリッドモデルの値がやや大きめにずれていくのがわかる。Fig.12 はループ内流体の水平温度差 (ループの右端中央と左端中央の温度差) を表していて、 ϵGr が 4 以上では水平温度差の ϵGr 依存性の傾向が変わったように見える。また、Fig.8 より、 ϵGr が 4 の時から局所的な乱流が始まっている。これらのことから、主流が反時計回りの時の第 2、第 4 象限に局所的な乱流が生じることがスペクトルモデルの定常解の $\frac{1}{2}$ からずれることの理由と考えられる。さらに、Fig.9 の ϵGr が 40 と 60 の場合においてはループ内の全領域で乱流が見られ、全領域で乱流化することが、初期の遷移プロセスにおいてではなく、アトラクタとしての最終状態における主流の反転現象が見られることとよく対応している。

5 最後に

今回の数値計算から、トランケーションモデルでの定常主流の不安定領域内でもカオス的反転が生じない事がありえるということが確認できた。この結果は我々の室内実験において、不安定領域内に実験パラメータをとっているにもかかわらず、かなり安定した主流が作られるという室内実験結果に一致している。このことから、室内実験において反転が見られないという結果は、単なる実験ミスではなく本質的なものであると考えられる。

それでは、トランケーションモデルが描いた反転は何を表すものなのか。1つの解釈としてはトランケーションモデルであるからこそ導き出された幻の答であるというものである。グリッドモデルにおいても、空間分解能を (11×11) 程度まで粗くしていくと、あたかもトランケーションモデルの場合のように主流のカオス的反転が見られた。従って、極めて低次のトランケーションモデルの結果というのは、グリッドモデルの低空間分解能の結果に相当するものと解釈できる。

しかしながら、他の点に注目するとトランケーションモデルは幾つかの興味深い情報を与えてくれている。まずは、ループに沿った全流量とループ内流体の水平温度差の実験パラメータの依存性についてである。両方共、値の大きさを除けばグリッドモデルもトランケーションモデルも傾向は似ている。また $Pr=10$ の場合、 $0.3 < \epsilon Gr < 60$ という広い範囲でグリッドモデルでの値はトランケーションモデルでの $\frac{1}{2}$ に等しいという事実はトランケーションモデルの改良にヒントを与えてくれる。また、局所的な乱れが生じるのもトランケーションモデルより得られた中立曲線に迫るあたりからである。そして、局所的な乱れがあらわれ始めた頃の ϵGr の値が、ループに沿った全流量とループ内流体の水平温度差のグリッドモデルの値がトランケーションモデルの理論解から離れ始める頃の ϵGr の値と奇妙な一致を見せている。トランケーションモデルの定常解の $\frac{1}{2}$ という初期状態から始めた今回の数値計算において、最終安定状態と初期状態の差に注目すると、トランケーションモデルにおいて欠けていた重要モードのパターンが見られるはずである。その差を見てみると、少しゆるいトランケーションモデルで想定しているような比較的シンプルな構造をしている。以上のことを踏まえると、トランケーションモデルもまた有力な情報源であると言える。

さらに、 $Pr=10$ 、 $\epsilon Gr=40$ 、 60 において見られた主流の不規則反転に注目すると、ループ内のほぼ全域で乱流化したために、平均(乱流の空間スケールでの平均、または乱流の時間スケールでの平均)としてはかえって、低次のトランケーションモデルに似て来たため、不規則反転が表れたものと解釈できる。

今回、グリッドモデルという解析手法を用いたことで、トランケーションモデルと室内実験の結果の矛盾を繋ぐ道が見え始めて来た。今後はこの3つを互いに比較し合う事で、ローレンツ・カオスが実際の流体実験で生じるための必要条件を探って行きたい。

6 参考文献

- (1) P.Welander: 1967, On the Oscillatory instability of a differentially heated fluid loop, *J. Fluid Mech.*, 29, 17-30.
- (2) H.F. Creveling, J.F. dePaz, J.Y.Baladi, and R.J. Schoenhals: 1975, Stability characteristics of a single-phase free convection loop, *J. Fluid Mech.*, 67, 65-84.
- (3) J.A. Yorke, E.D. Yorke and J. Mallet-Paret: 1987, Lorenz-like chaos in a partial differential equation for a heated fluid loop, *Physica, North-Holland*, 24D, 279-291.
- (4) E.N. Lorenz: 1963, Deterministic Nonperiodic Flow, *J. Atmos. Sci.*, 20, 130-141.
- (5) O. Sano: 1991, Cellular structure in a natural convection loop and its chaotic behaviour, I. experiment, II. Theory, *Fluid Dynamics Research*, 8, 189-204, 205-220.
- (6) 三村和男 須田不二夫: 1991, 円環内自然対流の非線形振動, 数理解析研究所講究録, 740, 196-207
- (7) 三村和男 須田不二夫: 1993, 円環内自然対流の非線形振動, 数理解析研究所講究録, 830, 137-145
- (8) 三村和男: 2000, 閉ループ内熱対流の非線型振動, 数理解析研究所講究録, 1152, 197-210