

であり、またこれに対応する波数 $k_0 = 2\pi/\lambda_0 = \sqrt{\omega_0/\alpha}$ を図 1 に記入してある。

実験結果は、21°C、26°C の場合、それぞれ ω_0 はかなり異なるにもかかわらず（したがって λ_0 、 k_0 も異なる。）同様のふるまいを示し反応-拡散系の特徴をよく表わしていると言えよう。今後の課題は、より短波長測の測定を精度よく行ない、全体的に進行波のふるまいを調べることであろう。

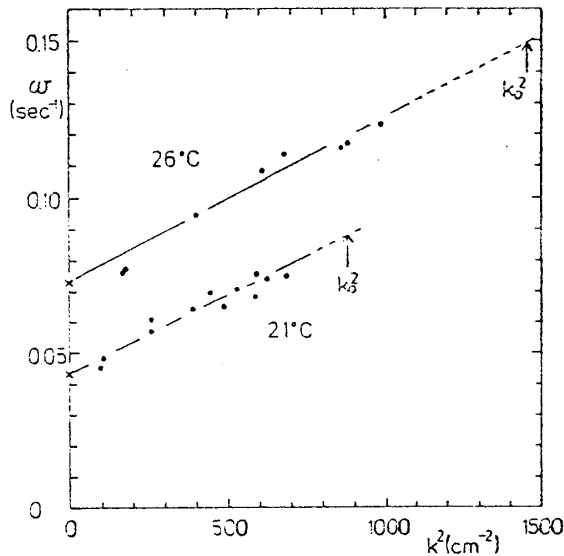


図 1 ω と k の関係

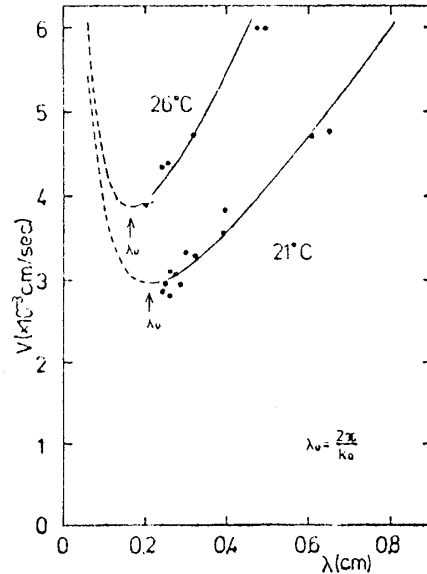


図 2 v と λ の関係

微分差分方程式の chaotic solutions

早大・理工 柴 田 彰
斎 藤 信 彦

競争する 2 種の生物種を記述する Volterra eq. に time lag を考慮した次の方程式を調べた。

$$\dot{N}_1 = N_1 (\varepsilon_1 - a_{11}N_1(t - \alpha) - a_{12}N_2)$$

$$\dot{N}_2 = N_2 (\varepsilon_2 - a_{21}N_1 - a_{22}N_2(t - \beta))$$

N_1 、 N_2 は個体数密度、 α と β は time lag で、 ε_i 、 $a_{ij} > 0$ である。2 種が共存するよ

うに $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2$, $a_{11} = a_{22} = 2$, $a_{12} = a_{21} = 1$ とし, α と β を parameter として数値計算をした。 α と β の値により安定な fixed point, closed orbit 及び chaotic solutions が得られる。図は平面 ($\log_e N_1$, $\log_e N_2$) 上の chaotic な場合の trajectories である。closed orbit から chaotic solutions にいたる過程で R. M. May が名付けた pitchfork bifurcation が起きている。この平面には Möbius の帯が投影されており, 第 3 軸はこの平面に直交していないが $\log_e N_1 (t - \alpha)$ ととれることがわかる。長方形を A の位置において 1 周させると B の位置において 2 つに折りたたまれる。この様子から Möbius の帯は厚みがあると考えられるが, ごく薄いので数値計算では確めにくい。Cantor 集合はこの薄い厚みの中に重なっていると考えられ, ここに strange attractor を形成する。他の初期条件から出発するとこの Möbius の帯にまきつく別の closed orbit が得られ, これも α と β を変えることにより, pitchfork bifurcation を起こして第 2 の Möbius の帯になる。このようにして α と β を適当にとることにより, いくつかの Möbius の帯がからみ合い, strange attractor が飛び飛びに存在する attractor が得られる。もし $N_2 = 0$, $\varepsilon_1 \alpha > \pi/2$ ならば N_1 は周期解をもち, $N_1 = 0$, $\varepsilon_2 \beta > \pi/2$ ならば N_2 も周期解をもつので, この方程式では 2 つの周期解が非線形に相互作用している。従って Duffing's eq. 等に類似であるが現象はより複雑であると考えられる。

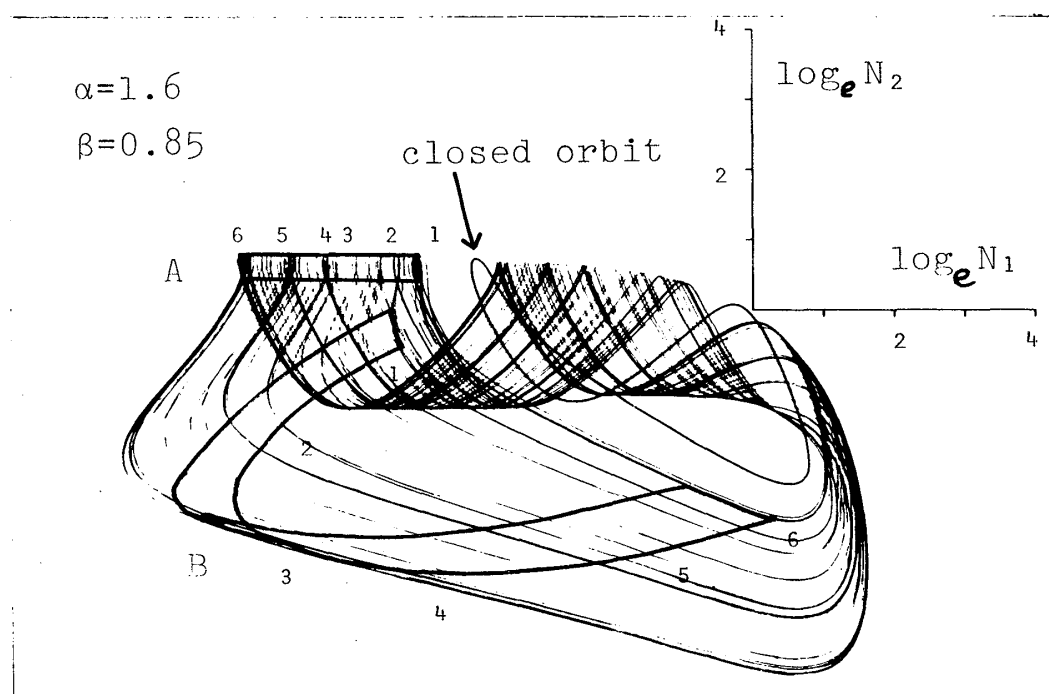


図 1 平面 ($\log_e N_1$, $\log_e N_2$) 上の chaotic solutions