

クノイド波に関する研究（第9報）

—— 砕波近傍におけるクノイド波理論の適用性 ——

岩 垣 雄 一・酒 井 哲 郎

STUDIES ON CNOIDAL WAVES (NINTH REPORT)

—— Applicability of Cnoidal Wave Theory to Near Breaking Waves ——

By Yuichi IWAGAKI and Tetsuo SAKAI

Synopsis

The previous papers dealt with discussions of applicability of the cnoidal wave theory from various points of view, and concluded that this theory should be used rather than Stokes wave theory when the wave period beomes long. However, these papers did not deal with near breaking waves with large wave height.

This paper firstly presents experimental results of the horizontal water particle velocity under the wave crest and wave profiles of breakings waves, which were measured by taking photographs of the wave profile and floating tracers on the water surface with 16mm high speed cine camera following the breaking wave.

Further the paper deals with the horizontal water particle velocity computed from the cnoidal wave theory near breaking, then presents the relation between $T\sqrt{g/h}$ and H/h given by the limiting condition of wave breaking that the water particle velocity at wave crest is equal to the wave celerity, and discusses applicability of this theory to near breaking waves.

1. ま え が き

この研究の第8報まで、Laitone¹⁾によるクノイド波の第2近似解をもとにして、クノイド波理論の実際問題への応用と適用性を種々の立場から検討してきた。どのような水理量を対象としてクノイド波理論の適用性を検討するかによって、若干の相違はあるが、いずれの場合も、波の周期が長くなるにつれてStokes波理論よりもクノイド波理論を用いるべきであることがわかってきた。ただし、以上の一連の研究では、水深減少にともなう波の変形の実験²⁾で若干ふれたが、砕波に近い波高の大きい波についてはまだ検討していない。

進行波の砕波限界として、これまでいくつかの砕波条件が仮定されているが、そのうちとくに波の峯での水平方向水粒子速度が波速に等しくなるという条件を検討するため、水槽内に1/200というきわめて緩やかな勾配の斜面を設置し、その上で砕波する進行波を対象として実験を試みた。すなわち、波面上に、比重が1よりわずかに小さい合成樹脂製の小さなフロートを数多く浮かべてトレーサーとし、波の進行とともに波速に等しい速度で高速度撮影機を移動させて、波の峯付近をフロートとともに撮影し、波速および波形の変化と波の峯付近の水面での水平方向水粒子速度の挙動を測定し、すでにその結果の一部を発表した³⁾。ここでは、さらにその後行なった解析結果を追加し、波の進行にともなう砕波付近の水面での水平方向水粒子速度の変化を示すとともに、砕波付近での波形と水粒子速度の関連を各種理論曲線と比較し、理論の適合性を検討する。

とくに, Skjelbreia⁴⁾ の Stokes 波の第3次近似解および Laitone¹⁾ のクノイド波の第2近似解を対象として, 従来提案されているいくつかの進行波の砕波限界付近で, 波の峯での水平方向水粒子速度と波速の比がどの程度の値となるかを検討し, ついで, 逆にクノイド波理論を用いて, 波の峯での水平方向水粒子速度が波速に等しくなるような $T\sqrt{g/h}$ と H/h (ここで, T は波の周期, g は重力加速度, h は水深, H は波高である) の関係を求め, 従来の砕波限界と比較し, クノイド波理論が砕波付近でどの程度の適合性をもっているかを調べる。

2. 実験装置, 実験方法および解析方法

2.1 実験装置

実験は, 京都大学工学部土木工学教室の波浪実験水槽を用いた。水槽の長さは 30 m, 幅は 50 cm, 高さは 75 cm である (Fig. 1 参照)。水槽の一端にピストン型造波機が設置されており, 造波機側から 11 m は銅

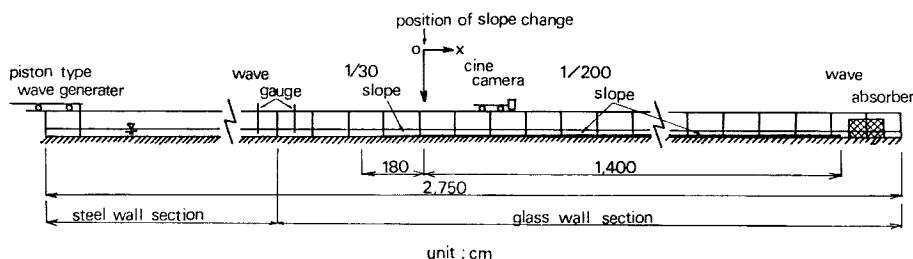


Fig. 1 Experimental apparatus.

製水槽で, 残り 19 m は両面ガラス張り水槽である。水槽の中央部から水槽後端にかけて, アルミ板の斜面を設置した。まず 1/30 の勾配斜面を 1.8 m, さらに 1/200 勾配の斜面が 14.0 m つづいている。したがって斜面最高端は, 水槽の水平底面から 13 cm の高さにあることになる。斜面後端につづいて, 水槽後端の一樣水深部には消波装置を設置した。なお, アルミ板斜面と側壁のすき間には, ビニールテープをはりつけ, すき間を通しての水の流出入による波のエネルギー減殺を防いでいる。

斜面前方の一樣水深部には, 2 本の電気抵抗線式波高計を設置し, 一樣水深部での波の周期, 波高, 波速を計測した。

砕波付近の波形, 波速および波の峯における水粒子速度の変化を計測するため, 高速度撮影機 (Milliken 社製 DBM-5) を使用した。この実験では, 特定の波に注目し, その波が斜面を進行し砕波するまでの変化を計測することを目的としているので, 高速度撮影機を水槽の移動台車にとりつけ, 波の峯が撮影機の視野のほぼ中央に位置するように, その波とともに移動させながら, 水槽の一方の側面とそれに接する水面とを斜上方から撮影した (Fig. 2 および Photo. 1 参照)。波形を読みとるために, 水槽ガラス面に 2 cm 角の

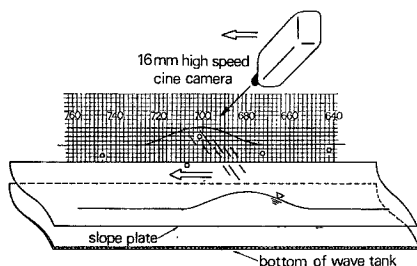


Fig. 2 Photographic method.

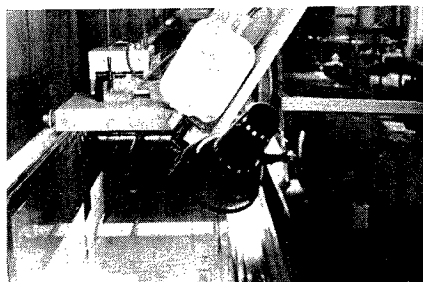


Photo. 1 Photographic apparatus.

メッシュを描き、波形とともに写した。水面での水粒子速度を計測するために水面に浮かべたフロートは、合成樹脂製で、直径 10 mm、厚さ 5 mm の平坦な円柱型のものである。撮影されたフィルムは、感光紙に拡大焼き付けし、それを用いて波の諸量を読みとった。

2.2 実験方法

ピストン型造波機によって起こした一連の波は、斜面上に進入するまえに、一様水深部で 2 台の波高計によって記録する。その後斜面上に進入した波のうち、波形が安定したのちのもので、反射の影響のない 1 波を選ぶ。この波を水槽上の台車を移動させながら追跡し、その波の峯の付近が写し込まれるようにしながら、砕波後まで撮影する。撮影は毎秒 128 コマで行なった（シャッター速度は 1/630 sec である）。とくに砕波点付近には、約 40 個のフロートが 5 ~ 10 cm の間隔で浮かべてあるので、波によるこれらのフロートの運動の状態も同時に撮影される。したがって撮影されたフィルムには、斜め上方から見た、一方の側壁に貼られた 2 cm 角のメッシュとそれに接する波形およびいくつかのフロートが写っている（Photo. 2 参照）。

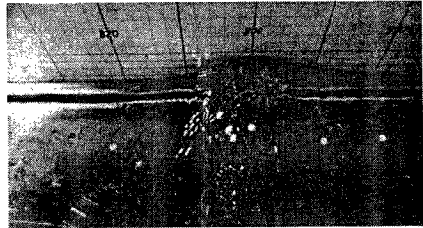


Photo. 2 Wave crest and floats.

以上の操作をいくつかのケースについて行なった。各ケースの一様水深部における水深 h_1 、波の周期 T_1 、波高 H_1 、および波速 c_1 を Table 1 に示す。

Table 1 Condition of experiments.

Run No.	h_1 (cm)	T_1 (sec)	H_1 (cm)	c_1 (cm/sec)
1	19.9	0.89	6.1	140
2	19.9	0.94	7.2	153
3	19.9	1.09	7.0	150
4	19.9	1.68	4.8	158
5	19.9	1.76	4.3	162
6	19.9	1.87	4.9	177
7	19.9	2.32	4.2	167

2.3 解析方法

a) 波の峯およびフロートの走時曲線

各ケースの現像されたフィルムのうち、砕波付近の連続する 80 コマを、1 コマおきに感光紙に拡大焼き付けする（Photo. 2 参照）。これらの感光紙上で、波の峯の水槽方向の位置 x を同時に写された 2 cm 角のメッシュから読みとる。ここで x は、1/30 勾配斜面と 1/200 勾配斜面との接続点を原点とし、波の進行方向を正にとった座標とする。読みとった x を横軸に、フィルムのコマ数を縦軸にとり、波の峯の走時曲線を描く（コマ数は、砕波付近の特定のフィルムを 0 としたものである）。なお、この段階では、走時曲線は実際には、1 コマおきの点として表わされている。

一方、フロートの位置 x は、波の峯のように簡単に決まらない。フロートは多くの場合側壁に接していないので、直接側壁のメッシュを用いることができない。そこで、あらかじめ水槽底面から適当ないくつかの高さの水平面内に、側壁のものと同様のメッシュ板を設置し、実験時と同じ高さから同じ方向に対して同じ撮影機でそれを撮影し（Fig. 3 参照）、つぎのようにしてフロートの位置を決定した。すなわち、こうして得られたフィルムを、実験時に得られたフィルムと同じ拡大率で焼き付けし、その感光紙上で、水槽横断方

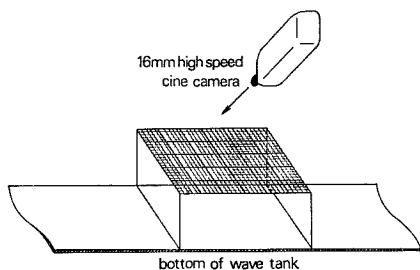


Fig. 3 Photographing of mesh on a horizontal plane.



Photo. 3 Mesh on a horizontal plane.

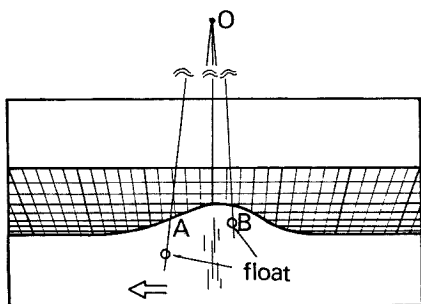


Fig. 4 Determination of positions of floats.

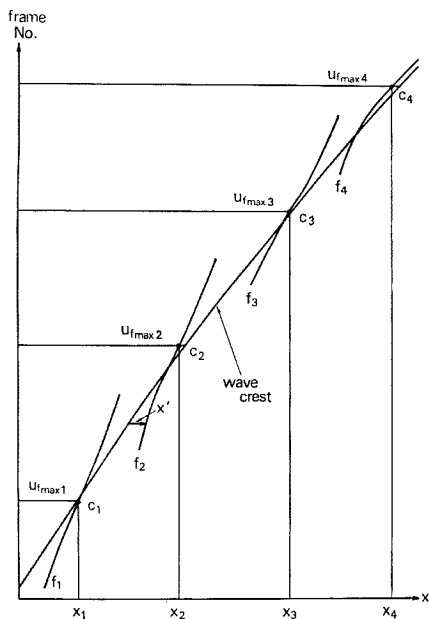


Fig. 5 Determination of speeds of wave crest and floats.

向の直線を延長し交点を求める (Photo. 3 参照)。この場合、直線群はほぼ一点で交わり、しかもこの点は、実験時に波によって変化する水面の高さの範囲では、いずれの場合もほぼ同じ位置に存在するので都合がよい。したがって実験で得られたフィルムを拡大した感光紙上で、この交点 O (Fig. 4 参照) とフロートの像の中心を直線で結べば、この直線 (Fig. 4 の OA あるいは OB) は、フロートの中心を通して水槽側壁に直角に交わる水平な直線の像に対応することになるから、この直線と側壁における水面との交点 (A あるいは B) の位置が、フロートの水槽方向の位置 x を表わすことになる。こうして、各ケースの碎波付近の 40 コマのフィルムに写されたいくつかのフロートについて、その走時曲線を波の峯の走時曲線と同じ図上にプロットする。そして、のちの解析の都合上これらの点群としての走時曲線を、なめらかな曲線で代表させる。

b) 波の進行にともなう水面での最大水平方向水粒子速度の変化

つぎに、各実験ケースの走時曲線図で、各フロートの走時曲線の勾配が最大になるコマ数 (したがって時間) を決定する。これはフロートの水平方向速度 u_f が最大であることを意味する。この時間での波の峯の位置 x と、波の峯の走時曲線の勾配すなわち波速 c を求める (Fig. 5 参照)。同様の操作を他のフロートについても行ない、 x と u_{fmax}/c の関係を、図上にプロットする。いま、 u_{fmax} を、水面における水平方向水粒子速度の最大値 u_{smax} とみなせば、これらの図は、波の進行にともなう碎波付近での、水面における最大水平方向水粒子速度の変化を表わすものと考えられる。

c) 砕波付近の水面での水平方向水粒子速度の分布

同様な u_s/c の値は、各フロートについて、その走時曲線上のいくつかの点からも求めることができる。また、フロートの走時曲線と波の峯の走時曲線の横軸上の差 x' （したがって、波の峯を原点とするフロートの位置、Fig. 5 参照）を求め、これをその点での c に波の周期 T をかけて求められる波長 L でわって、 x'/L と u_s/c との関係を各実験ケースの各フロートについてプロットする。

u_s/c と x'/L の関係の実験結果を、理論と比較するために、水深 h 、波高 H を知る必要がある。上述したように、 u_s は、特定のフロートの運動を追跡して得られたものであり、したがってその間に波自身も進行して変化しているため、ここではその間の平均的な値として、フロートの走時曲線上の点のうち、代表的な点に対応するフィルムを選んで、そのフィルム上の、波の峯の位置 x での水深 h を求める。一方、波高 H については、フィルムでは波の峯付近（長さ約 70 cm）しか写っていないので、波の峯高はわかってもし波の谷の高さは明らかではない。そのため、台車に、約半波長はなしてさらに 1 台の波高計を設置し、撮影機とともに移動させて、波の谷付近の水位を記録する。また、この実験においては、フィルム上での最低の水位が波の谷の水位とみなせる場合も多いので、波高計による水位と比較して、低い方を波の谷の水位とし、それとすでに求めた波の峯の水位とから波高を決定する。こうして得られた $T\sqrt{g/h}$ および H/h の値を用いて、比較のための理論値を計算する。

d) 砕波付近での波形

さらに、上述の選ばれたフィルム上で、側壁のメッシュを用いて、波の峯付近の空間的波形を求め、同様に理論波形と比較する。

e) 一様水深部での時間波形

最後に、砕波点付近の波形とくらべるために、撮影した波の一様水深部における時間波形を、波高計の記録から求める。

3. 実験結果および考察

3.1 実験結果

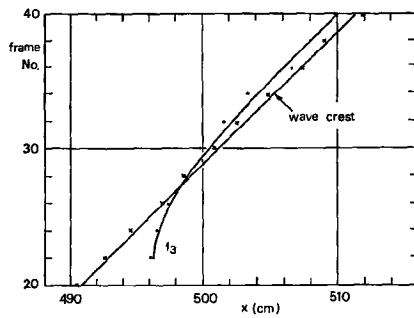
前述した方法によって求めた、波の峯およびフロートの走時曲線の例として実験ケース No. 6 の場合を示したのが、Fig. 6 (a)~(c)である。図の (a)~(c)は、同一の波の走時曲線図を分割して図示したもので、時間的に (c), (b), (a) の順になっている。点群は、なめらかな曲線を描く前の、1 コマおきにプロットされた点である。図中の $f_1 \sim f_3$ は各フロートを示す記号である。

砕波付近の水面での最大水平方向水粒子速度 $u_{s,max}$ と波速 c との比が波の進行とともにどのように変化するかを示したのが Fig. 7 (a)~(g)である。図中には、計算された区間の、 $T\sqrt{g/h}$ および H/h の値も示している。ただしこれらの値は、後に u_s/c と x'/L の関係の図に示すそれぞれのフロートの代表的な $T\sqrt{g/h}$ の値の平均値と H/h の値の最大値である。

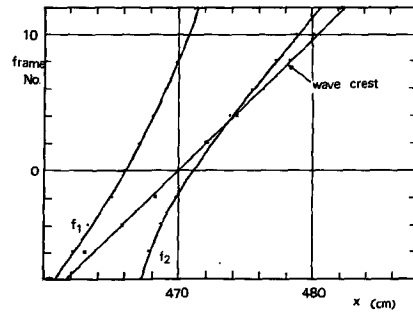
Fig. 8 (a)~(g), Fig. 9 (a)~(d) および Fig. 10 (a)~(d)は、それぞれ前述した c), d) および e) の方法によって求めた結果の例である。これらの図で、同時に示される理論曲線は、いずれの場合も鎖線が Laitone¹⁾ のクノイド波の第 2 近似解、破線が Skjelbreia⁴⁾ の Stokes 波の第 3 次近似解である。

3.2 考察

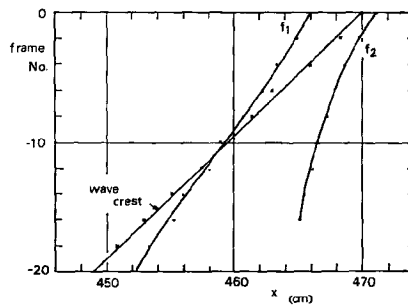
Fig. 6 (a)~(c) を見てわかるように、波の峯はその進行につれて、フロート f_1, f_2 および f_3 の順に追い抜いていく。とくにフロート f_1 および f_2 は、波の峯が近づくにつれて速度を増し、追い抜かれたのちは、波の峯からはなれるにつれて速度を減少している。一方、フロート f_3 は、 f_1, f_2 と同様波が近づくにつれてその速度を増すが、波の峯に追い抜かれてわずかに波の峯の後方に位置したのちは、ほとんど波の峯と同じ速度で運動していることがわかる。このことは明らかに、波が進行して砕波を開始すると、波の峯付近の水面での水平方向水粒子速度 u_s が、波速 c にほぼ等しくなることを示している。なお、2.3, a) で述べた走時曲線を形成する点群をなめらかな曲線で近似したことによる誤差は他の読み取り誤差およびフロートの



(a)

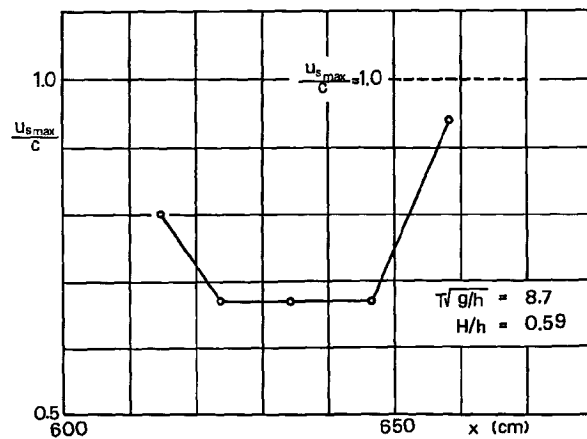


(b)



(c)

Fig. 6 (a)~(c) Travel-time curves of wave crest and floats.



(a)

Fig. 7 (a) Variation of maximum horizontal water particle velocity near wave crest.

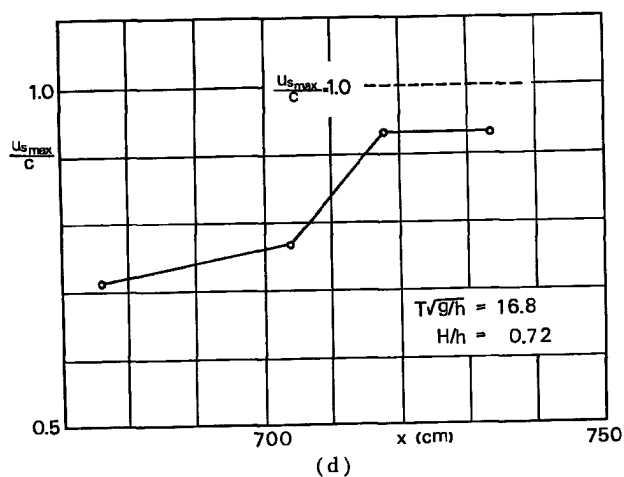
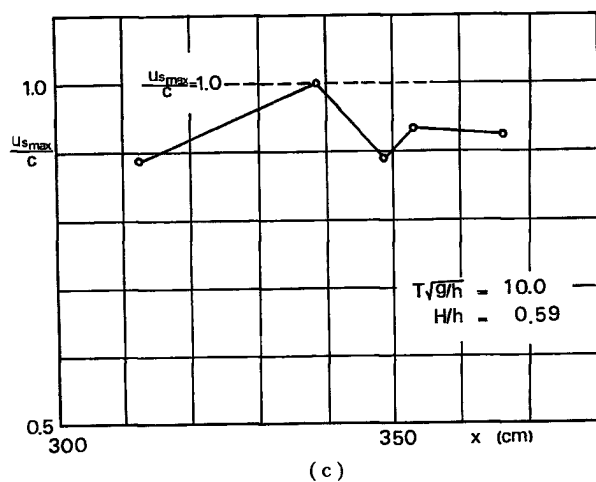
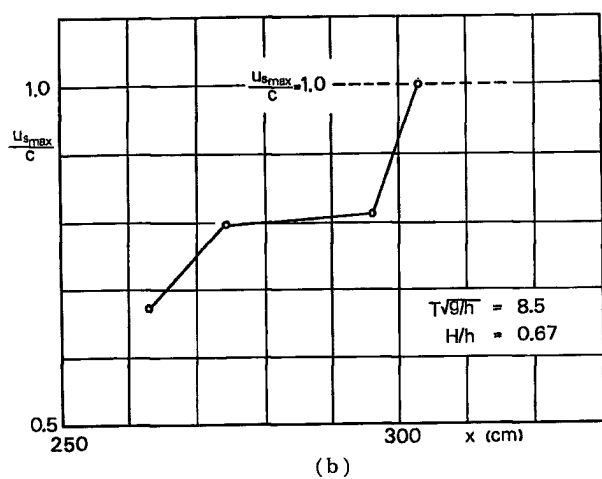


Fig. 7 (b)~(d) Variation of maximum horizontal water particle velocity near wave crest.

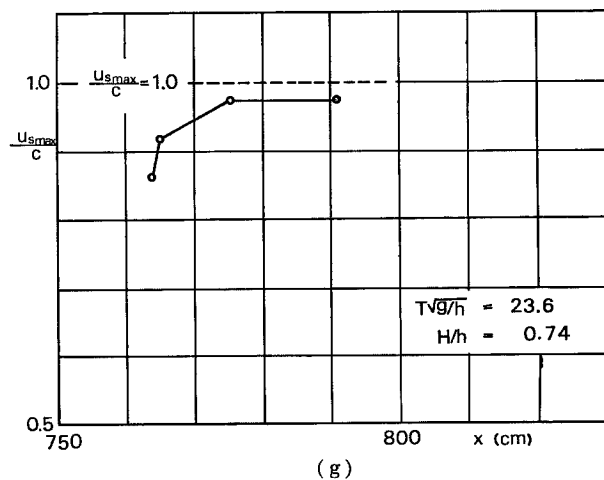
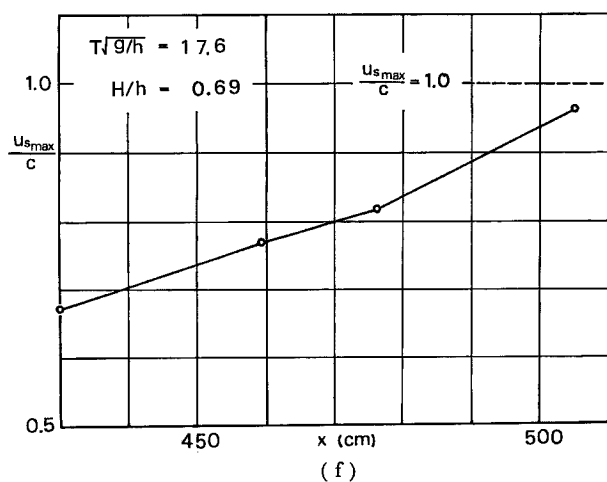
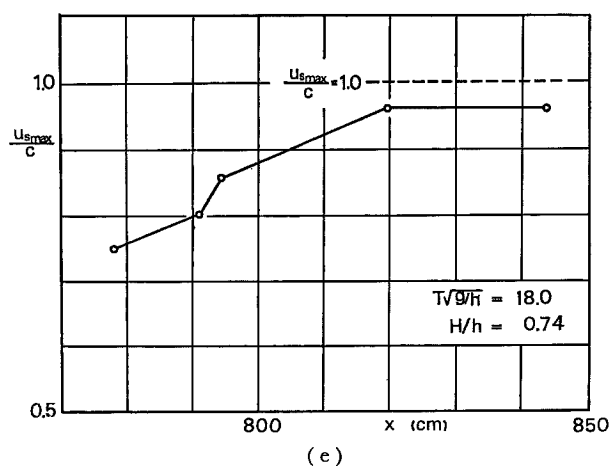


Fig. 7 (e)~(g) Variation of maximum horizontal water particle velocity near wave crest.

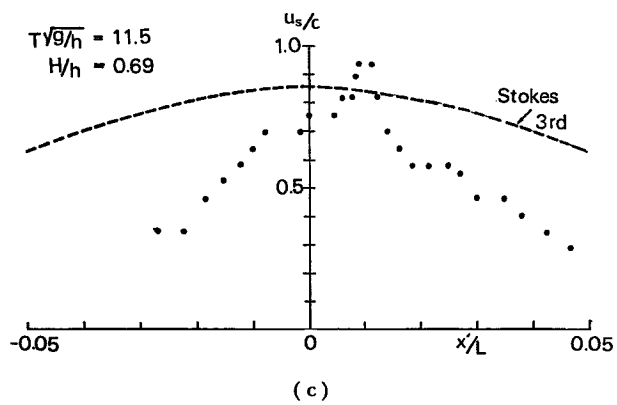
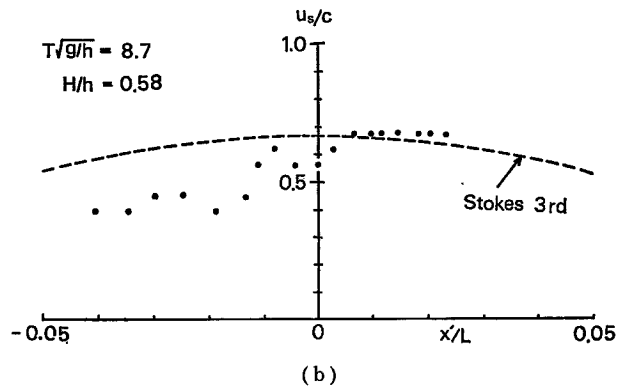
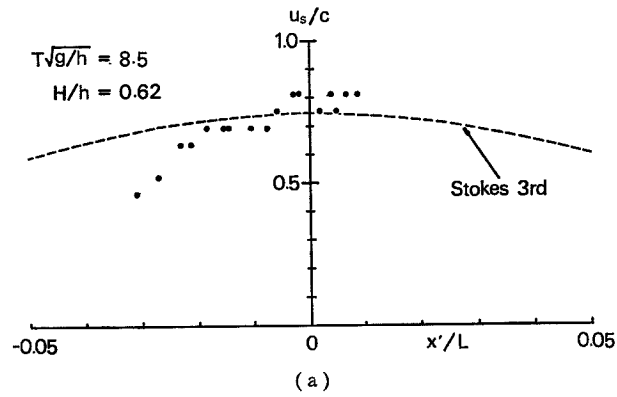


Fig. 8 (a)~(c) Distribution of horizontal water particle velocity on water surface.

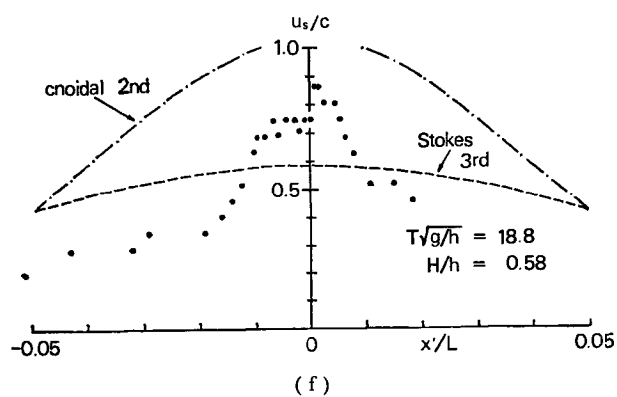
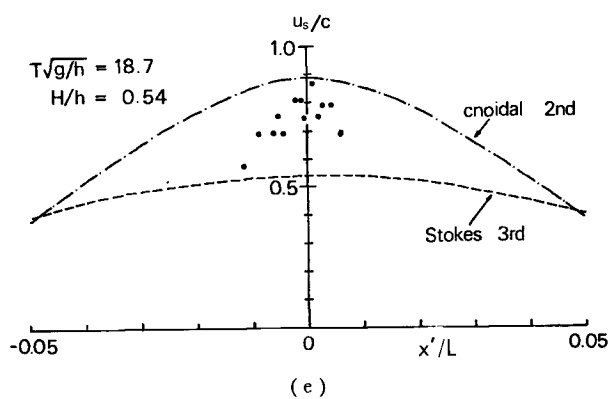
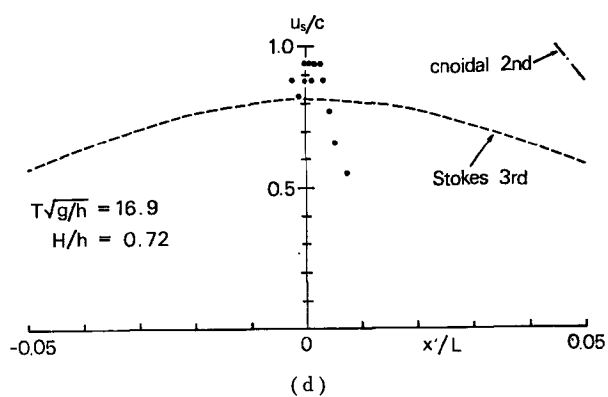


Fig. 8 (d)~(f) Distribution of horizontal water particle velocity on water surface.

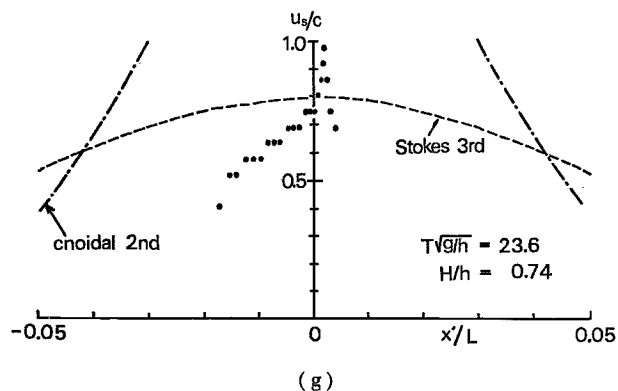


Fig. 8 (g) Distribution of horizontal water particle velocity on water surface.

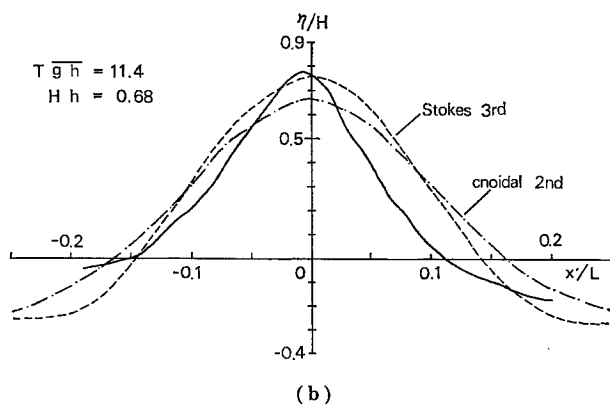
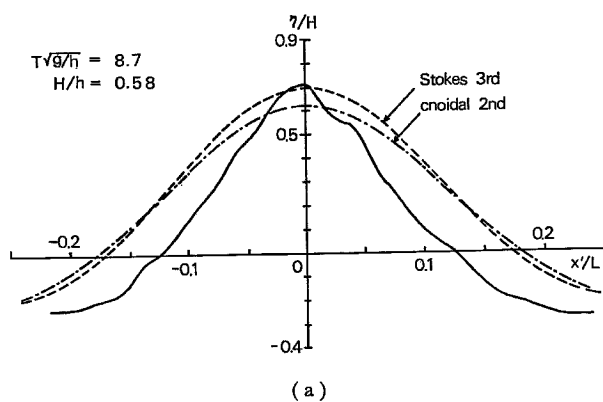


Fig. 9 (a), (b) Wave profile near crest.

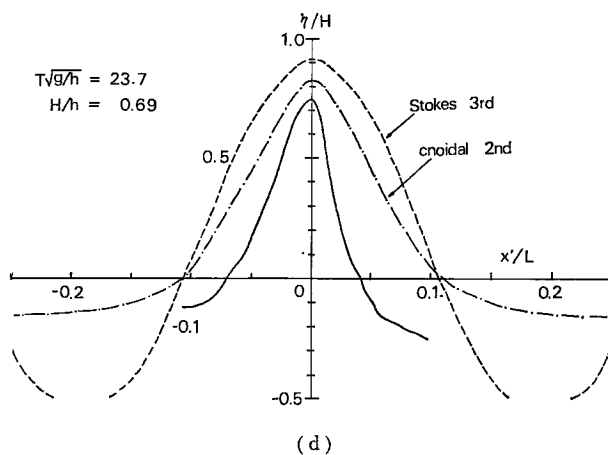
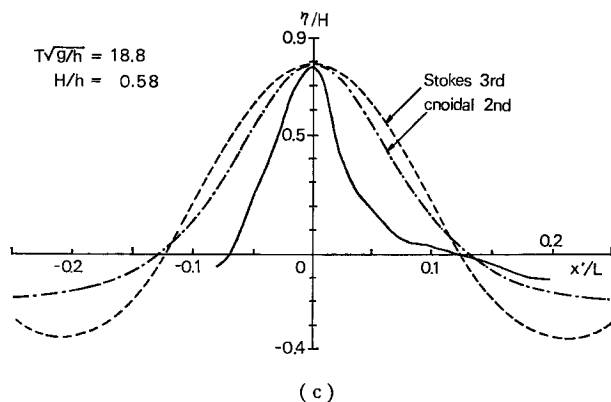


Fig. 9 (c), (d) Wave profile near crest.

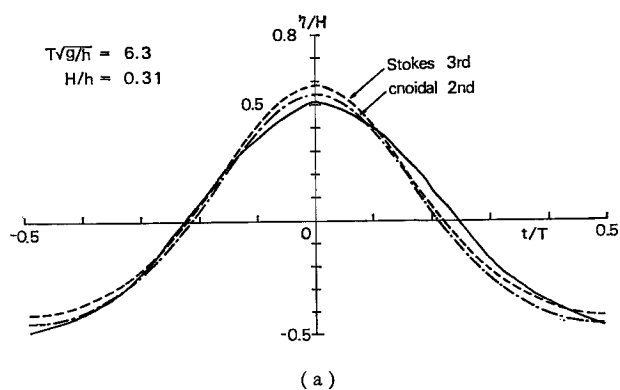
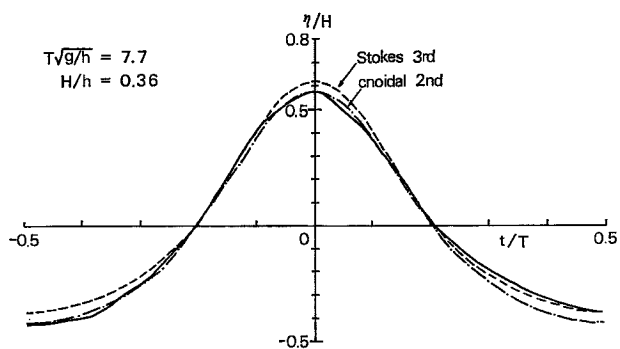
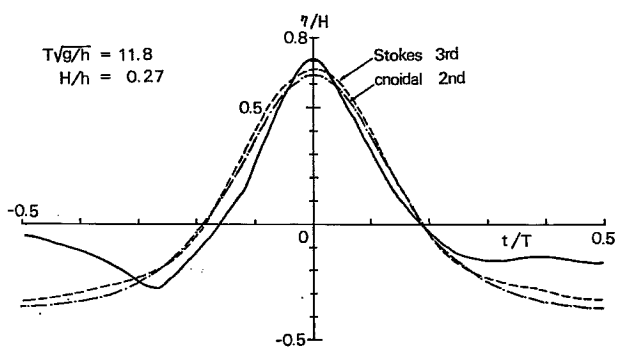


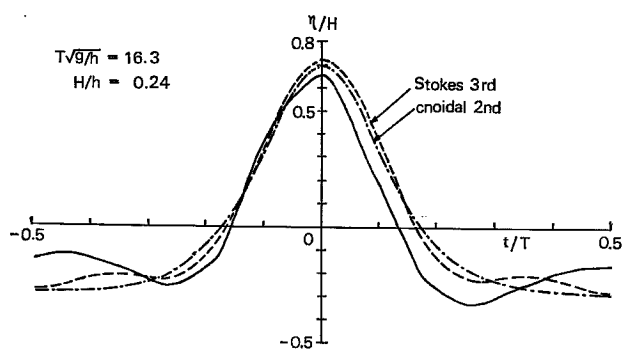
Fig. 10 (a) Wave profile in uniform depth.



(b)



(c)



(d)

Fig. 10 (b)~(d) Wave profile in uniform depth.

追う性質による誤差と同程度で数%である。

Fig. 7 (a)~(g) は、波の峯付近の水面での水平方向水粒子速度の最大値が、波の進行にともなうどのように変化するかを示したものであるが、いずれの場合もプロットされた点のうち $u_{s,max}/c$ の最大値は、0.93~1.0 の間にあり、進行波の砕波限界で、波の峯の水粒子速度が波速に等しくなるという条件は実験的には妥当であるといえる。ただし、その変化の仕方は、多くの場合 x に関して単調増加であるが、(c) の場合は一度最大になって再び減少し、(a) の場合は一度減少したのち再び増加している。なお、参考のために示した H/h の値は、(a) および (c) の場合を除いて 0.67~0.74 の間に存在し、Laitone¹⁾ の砕波限界値 0.727 に近いが、(a) および (c) の場合は約 0.59 とかなり小さく、その理由は明らかでない。

つぎに、**Fig. 8 (a)~(g)** およびここに示さなかった他の場合の結果をも含めて、つぎのことがいえる。 u_s/c の実験値の分布のばらつきが大きい、その傾向としては、同時に示した Stokes 波⁴⁾ およびクノイド波¹⁾ の理論曲線にくらべて、その変化が急であるといえる。また、実験値の最大値は必ずしも $x'/L=0$ に存在せず、その付近にばらついている。さて、 $T\sqrt{g/h}$ の値が 12 より小さい (a)~(c) のケースでは、いずれの場合も、クノイド波の理論曲線の値は、 $x'/L=0$ の付近ではるかに 1 より大きく図には示していない。つぎに、 $T\sqrt{g/h}$ の値が 16 より大きい (d)~(g) のケースのうち、 H/h の値の比較的小さい (e) および (f) の場合は、Stokes 波およびクノイド波ともその理論値は 1 より小さく、しかもクノイド波の理論曲線は $x'/L=0$ の付近で Stokes 波の理論値よりもかなり大きい値を示す実験結果の傾向を示しうるものである。しかしながら、(d) および (g) の H/h の値が 0.72 および 0.74 の 2 つのケースでは、(a)~(c) の場合と同様、クノイド波の理論値は $x'/L=0$ の付近で 1 よりかなり大きな値を示している。この 2 つの場合の H/h の値は、ほぼ Laitone¹⁾ の孤立波の砕波限界値に等しいものであるが、その場合、Laitone のクノイド波の第 2 近似解では、波の峯での水平方向水粒子速度はすでに波速よりはるかに大きくなっていることになる。

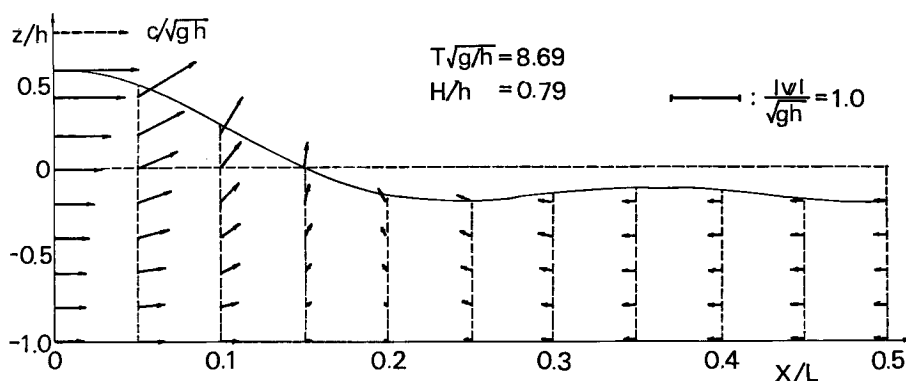
一方、**Fig. 9 (a)~(d)** に示した、撮影されたフィルムから読みとった砕波付近の波の峯近傍の空間波形も、ここに示さなかった他の場合をも含めて、同時に示されている 2 つの理論波形よりも鋭い峯を有しており、**Fig. 8** に示した砕波付近の波の峯近傍の水面での水平方向水粒子速度の分布と同様に、その変化は理論値より急である。

これに対して、一様水深部における波形として、波高計によって記録された時間波形の例を示した **Fig. 10 (a)~(d)** では、ここに示さなかった他の場合も含めて、 $T\sqrt{g/h}$ の値が大きくなると谷付近に 2 次波峯が現れることを除けば、峯付近で実験波形と理論波形とはよく一致し、峯付近で実験波形が理論波形よりも鋭い峯を有しているという砕波付近での傾向は見られない。

以上のように、水平床とみなしうる程度にきわめて緩やかな 1/200 勾配の斜面上に進入し砕波する波の、水面における最大水平方向水粒子速度は、この実験の範囲ではほぼ波速に等しい値に達することがわかった。しかしながら、その場合、峯付近の水面での水平方向水粒子速度の分布は、Stokes 波⁴⁾ およびクノイド波¹⁾ の理論値よりも変化が急であり、波形そのものも、実験波形は一様水深部では理論波形とほぼ一致しているにもかかわらず、斜面上に進入するとやせた形の峯を有するようになる。合田⁵⁾ によれば、砕波高に関しては、水底勾配が 1/50 以下の緩勾配では一様水深の場合の砕波高と同じとみなしうると述べており、この実験での勾配が 1/200 で 1/50 よりはるかに小さいわけであるが、波形に対しては 1/200 というきわめて緩やかな勾配でも斜面の影響があらわれるのは興味深い。さらに、Laitone¹⁾ のクノイド波の第 2 近似解では、波の峯での最大水平方向水粒子速度が波速よりかなり大きくなることがわかった。Le Méhauté ら⁶⁾ は、一様水深で波高がかなり大きい場合の水平方向水粒子速度の鉛直分布を測定し、各種の理論と比較したところ、実験値はいずれの理論値とも一致せず、とくに、数値計算にあやまりがあるが、それを訂正しても、Laitone のクノイド波の第 2 近似解による理論値は実験値よりもかなり大きいことを見出している。

4. 砕波近傍におけるクノイド波理論の適用性

上述のように、この実験においては、水平床とみなしうる程度のゆるやかな 1/200 の勾配斜面上に進入し

Fig. 11 Inner velocity field of Stokes wave in Hamada's criterion for wave breaking⁷⁾.

た波の碎波付近では、波の峯での水平方向水粒子速度が、波速の90%以上となり、従来進行波の碎波限界として用いられてきた、波の峯での水平方向水粒子速度が波速に等しいという条件の妥当性が実験的にほぼ確かめられた。しかし、実験におけるその場合の $T\sqrt{g/h}$ および H/h の値を用いて求めた、Skjelbreia⁴⁾ の Stokes 波の第3次近似解および Laitone¹⁾ のクノイド波の第2近似解による水平方向水粒子速度の理論値のうち、クノイド波の波の峯での値は、波速よりかなり大きい場合が多いことがわかった。ここでは、Stokes 波理論とクノイド波理論による水平方向水粒子速度を、特に H/h の値が大きい場合について詳細に検討してみることにする。

まず、従来の進行波の碎波限界の1つとして、浜田⁷⁾のもの、

$$\frac{H}{L} \coth \frac{2\pi h}{L} = 0.142 \quad (1)$$

を満足する h/L と H/L の値の組み合わせを、Skjelbreia の Stokes 波の第3次近似解に代入し、1波長間の水粒子速度のベクトルを求める。Fig. 11 はその1例で、 $h/L=0.103$, $H/L=0.0809$ の場合であり、図中には、これらの値を $T\sqrt{g/h}$ および H/h の値で示してある⁸⁾。ここで、 z は静水面を原点に鉛直上向きにとった座標であり、 $X=x-ct$ である。図には、半波長しか示していないが、のこりの半波長 $-0.5 \leq X/L \leq 0$ では、水粒子速度の z 成分 w の符号が逆になるだけである。図中には、破線で波速 c を無次元化した $c/\sqrt{g/h}$ のベクトルをも示してある。この例の場合は、波の峯での水粒子速度ベクトルの大きさは、明らかに波速ベクトルの大きさより大きくなっていることがわかる。

つぎに、同様なことを Laitone¹⁾ のクノイド波の第2近似解について求めてみる。碎波限界としては、孤立波の碎波限界の1つとして、Laitone¹⁾ のもの、

$$\frac{H}{h} = 0.727 \quad (2)$$

を用い、 $T\sqrt{g/h}$ の値としては 15.0 を代入して得られたベクトル図が Fig. 12 である。図を見て明らかのように、Fig. 11 の Stokes 波の場合と同様、波の峯での水粒子速度の大きさは、波速の大きさよりも大きく、約2倍にも達している。また $X/L=0.1$ の付近でベクトルの向きが鉛直下向きになっているものがある。

以上のように、従来進行波の碎波限界とされてきた条件を用いて、Stokes 波およびクノイド波理論における水粒子速度場を検討したところ、かならずしも波の峯での水平方向水粒子速度 u_e は波速 c に等しくなく、上述の2例ではいずれも波速より大きかった。ここで、さらに一般的に2つの波理論における u_e/c が、従来のいくつかの碎波限界においてどのような値をとるかを調べてみることにする。Fig. 13 はその結果である。図で横軸は $T\sqrt{g/h}$ 、縦軸は u_e/c であり、図中5つの曲線のうち下側の2つは、(1)式で示した浜田⁷⁾の碎波限界および Table 2 に示した首藤⁹⁾の碎波限界における Skjelbreia⁴⁾ の Stokes 波の第3次近似解、

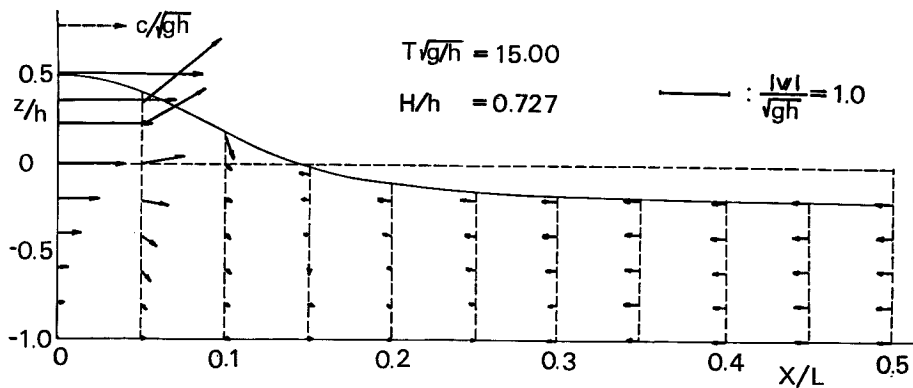


Fig. 12 Inner velocity field of cnoidal wave in Laitone's criterion for wave breaking¹⁾.

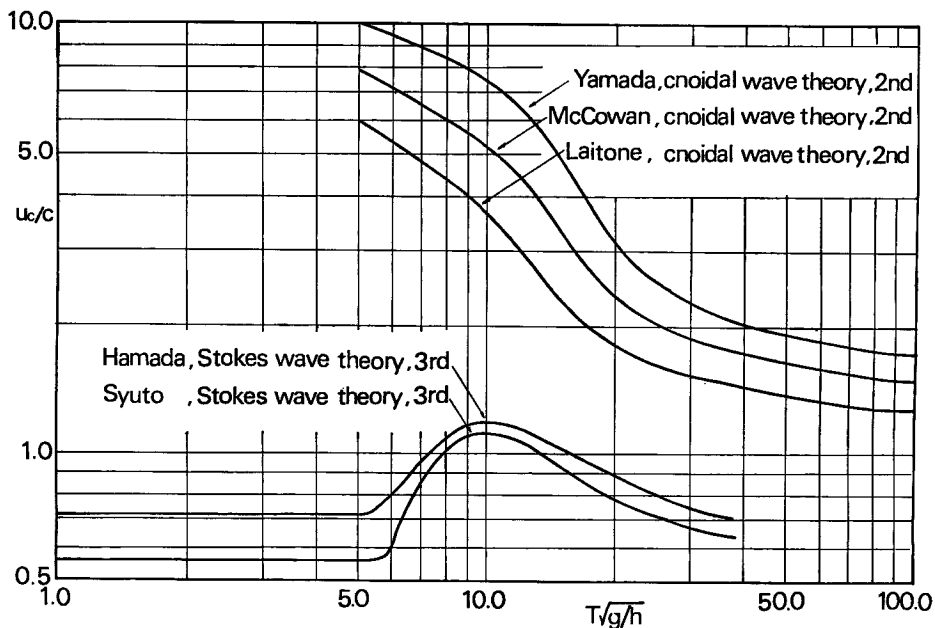


Fig. 13 Water particle velocity at wave crest of Stokes and cnoidal waves in various criteria for wave breaking.

また上側の3つは、それぞれ孤立波に関する山田¹⁰⁾,

$$\frac{H}{h} = 0.828 \dots \dots \dots (3)$$

McCowan¹¹⁾

$$\frac{H}{h} = 0.78 \dots \dots \dots (4)$$

および(2)式で示した Laitone¹⁾の碎波限界における、Laitoneのクノイド波の第2近似解によるものである。図を見てわかるように、Stokes波およびクノイド波理論とも、一般に各碎波限界において $u_c/c = 1.0$ にはならない。Stokes波は、浜田および首藤の碎波限界の場合、 $7.0 \leq T\sqrt{g/h} \leq 17.0$ の間で $u_c/c > 1.0$ になるが、

Table 2 Shuto's criterion for wave breaking⁹⁾.

h/L	H/L
0.021	0.017
0.042	0.033
0.062	0.050
0.103	0.079
0.155	0.102
0.205	0.110
0.255	0.114
0.305	0.116
0.355	0.117
0.405	0.118
0.505	0.119
∞	0.119

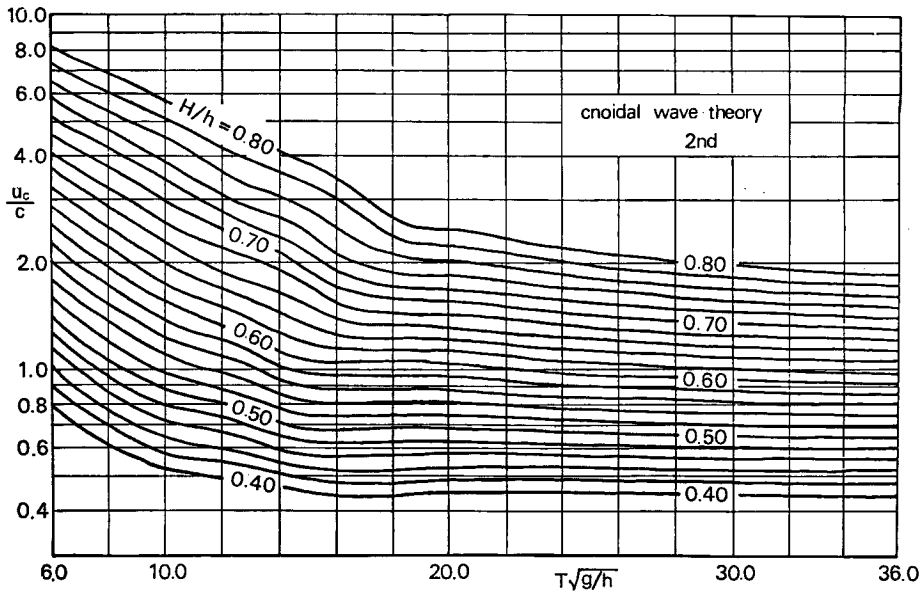


Fig. 14 Water particle velocity at wave crest of cnoidal waves.

それ以外では 1.0 より小さく、 u_c/c の値が 1.0 になるのは $T\sqrt{g/h}$ の特定の値だけである。一方、クノイド波は、山田、McCowan および Laitone のいずれの砕波限界においても、 $T\sqrt{g/h} \leq 100$ の範囲では u_c/c の値は 1.0 よりはるかに大きい。

いま、Laitone¹⁾ のクノイド波の第 2 近似解について、 $u_c/c=1.0$ を満たすような $T\sqrt{g/h}$ と H/h の関係を調べるために、特に $6.0 \leq T\sqrt{g/h} \leq 36.0$ の範囲で、 H/h の値を 0.4 から 0.8 まで変えて、 u_c/c の値を求めてみる。Fig. 13 と同様、横軸に $T\sqrt{g/h}$ 、縦軸に u_c/c の値をとり、パラメータとして H/h の値をとって示したのが Fig. 14 である。ただし、 $T\sqrt{g/h} \geq 20.0$ では、クノイド波理論の第 1 種完全だ円積分 K が 3.0 よりはるかに大きく、クノイド波理論のかわりに hyperbolic 波理論¹²⁾ を用いている。この図からわかるように、 $T\sqrt{g/h}$ の値が大きいほど $u_c/c=1.0$ を与える H/h の値は大きくなり、 $T\sqrt{g/h}$ の値が 14.0 以上にな

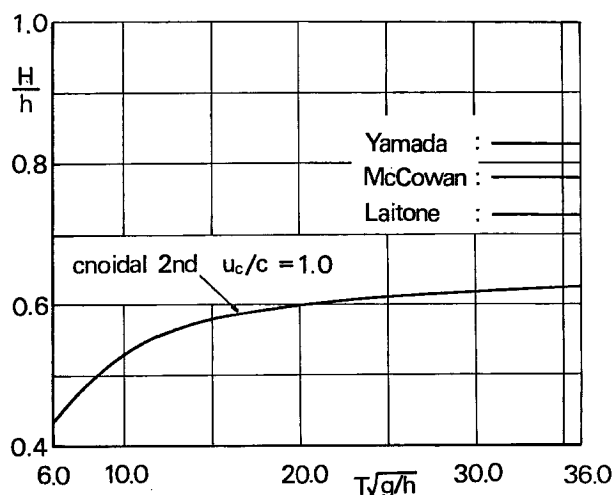


Fig. 15 Relation between $T\sqrt{g/h}$ and H/h when water particle velocity at wave crest of cnoidal waves is equal to wave celerity.

ると曲線の変化が小さく、 $u_c/c=1.0$ を与える H/h の値はほぼ一定になってくるが、それでも 0.6 よりやや大きい程度で、孤立波の碎波限界を与える 3 つの限界値のうちもっとも小さい Laitone の 0.727 よりもかなり小さい。

Fig. 14 を用いて、Laitone のクノイド波の第 2 近似解において、 $u_c/c=1.0$ を与える $T\sqrt{g/h}$ と H/h の関係を示したのが、Fig. 15 である。上述のことはこの図から明らかである。

以上のように、 $1/200$ というきわめて緩やかな勾配の斜面上において、実験波形そのものが理論波形よりもやせた形をしているという問題はあるが、碎波付近では、波の峯での水粒子速度がほぼ波速に等しくなることが実験的に確かめられた。一方、一様水深での進行波の理論である Skjelbreia の Stokes 波⁴⁾ および Laitone¹⁾ のクノイド波理論では、従来碎波限界として提案されている条件においては、波の峯での水粒子速度は波速に等しくないことがわかった。とくに、Laitone のクノイド波の第 2 近似解¹⁾ では、 $u_c/c=1.0$ を与える H/h の値は、 $T\sqrt{g/h}$ の値の増加とともに増加するが、 $T\sqrt{g/h}=36.0$ においてさえ、 $H/h=0.63$ となり山田¹⁰⁾、McCowan¹¹⁾ および Laitone¹⁾ の孤立波の碎波限界値よりかなり小さい。Laitone の碎波限界は、 H/h の値の増加による鉛直方向水粒子速度の変化が、波の峯の付近ですべての z に対して逆転する限界の H/h の値をもって決めたものである¹⁾。したがって、Laitone のクノイド波の第 2 近似解では、上述の鉛直方向水粒子速度の変化が逆転する以前に、波の峯での水平方向水粒子速度が波速に等しくなるわけで理論的には矛盾している。このように、波の峯での水平方向水粒子速度に関しては、Laitone のクノイド波の第 2 近似解は、従来周期の長い波に対する碎波限界として用いられてきた Laitone、McCowan および山田の限界値では、いずれの場合も波速と比較して過大な値を与え、その適用性に問題があることになる。

5. あとがき

以上、実験水槽で $1/200$ という水平床とみなしう程度に緩やかな勾配の斜面上を進行し碎波する波を、その上に浮かべたトレーサーとともに、波とともに移動する高速度撮影機で撮影し、碎波付近の波速、波形および水面での水平方向水粒子速度の変化を計測し、その結果を Stokes 波およびクノイド波理論と比較検討した。

さらに、上述の2つの理論、特にクノイド波理論について、従来提案されている進行波の砕波限界付近での水平方向水粒子速度を求め、砕波近傍でのクノイド波理論の適用性を検討した。

その結果、つぎのような結論が得られた：

(1) この実験に関しては、砕波点近傍で、波の峯の水平方向水粒子速度はほぼ波速に等しくなり、従来進行波の砕波条件として用いられてきた仮定がほぼ実験的に確かめられた。

(2) 砕波点近傍での、波形および水面上の水平方向水粒子速度の分布は、同じ条件での2つの理論値とくらべてその変化が急で、 $1/200$ というきわめて緩やかな斜面勾配の影響が予想外に大きいことが見出された。

(3) 従来提案されているいくつかの砕波限界に対して、クノイド波や Stokes 波の理論を用いると、波の峯での水平方向水粒子速度は、一般に波速と等しくなく、とくに Laitone のクノイド波の第2近似解によるものは、波速よりかなり大きくなる。

(4) Laitone のクノイド波の第2近似解による波の峯での水平方向水粒子速度が波速に等しくなる H/h の値は、 $T\sqrt{g/h}$ の値が大きくなるにつれて増加するが、 $T\sqrt{g/h}=36$ においても、 0.6 よりやや大きい程度で、Laitone の孤立波の砕波限界値 0.727 よりかなり小さく、砕波付近の水粒子速度に関しては、その適用に問題がある。

最後に、この研究に協力して頂いた、当時大学院学生の開沼淳一氏（現京都府周山土木工営所）および川島毅氏（現運輸省第2港湾建設局）に深甚の謝意を表するとともに、この研究は文部省特定研究費による研究の一部であることを付記する。

参 考 文 献

- 1) Laitone, E. V.: The Second Approximation to Cnoidal and Solitary Waves, Jour. of Fluid Mechanics, Vol. 9, 1961, pp. 430-444.
- 2) 岩垣雄一・酒井哲郎：クノイド波に関する研究（第7報），— shoaling に関する実験—，京都大学防災研究所年報，第12号B，昭44. 3, pp. 569-583.
- 3) 岩垣雄一・酒井哲郎・開沼淳一・川島 毅：砕波付近の表面水粒子速度に関する実験，第17回海岸工学講演会論文集，昭45. 11, pp. 67-72.
- 4) Skjelbreia, L.: Gravity Waves, Stokes' Third Order Approximation, Tables of Functions, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, 1959, pp. 1-337.
- 5) 合田良実：砕波指標の整理について，土木学会論文報告集，第180号，昭45. 8, pp. 39-49.
- 6) Le Méhauté, B., D. Divoky and A. Lin: Shallow Water Waves: A Comparison of Theories and Experiments, Proc. 11th Conf. on Coastal Eng., 1968, pp. 86-107.
- 7) Hamada, T.: Breakers and Beach Erosions, Report of Trans. Tech. Res. Ins., Report No. 1, 1951.
- 8) 開沼淳一：進行波の砕波限界に関する基礎的研究，京都大学大学院工学研究科修士論文，昭45. 3.
- 9) 首藤伸夫：有限振幅波について，高次級数解による進行波の砕波限界，土木研究所報告，第111号，昭36.
- 10) Yamada, H.: On the Highest Solitary Wave, Reports of Res. Ins. Appl. Mech., Vol. V, No. 18, 1957, pp. 53-67.
- 11) McCowan, J.: On the Highest Wave of Permanent Type, Phil. Mag., Ser. 5, Vol. 38, 1894, pp. 351-358.
- 12) 岩垣雄一：クノイド波に関する研究（第4報），—hyperbolic waves について (1)—，京都大学防災研究所年報，第10号B，昭42. 3, pp. 283-294.