

木材の応力解析

——光弾性法による1つの試み——

佐々木 光*・満久 崇麿*

Hikaru SASAKI* and Takamaro MAKU* : Stress Analysis of Wood

—A New Trial using Photoelastic Method—

I. はじめに

直交異方性体の応力解析を光弾性実験によつて行なう試みは、大別して2つの方向に進められてきた。すなわち、その1つは、HORRIDGE¹⁾ 林(毅)²⁾、河田³⁾、林(卓)⁴⁾らの報告にみるように、光弾性用ポリマーをガラス繊維などで補強した直交異方性材料によるモデル光弾性実験であり、他の1つは、高橋⁵⁾、SCHEAIGHOFER⁶⁾らの報告にみるように、直交異方性材料の表面に、反射面を介して、ポリマーの皮膜を貼りつけて行なう光弾性皮膜実験である。

異方性モデル光弾性実験では、透明な異方性モデルを作ること、かなりの困難がある。林(卓)は基本的な直交性モデルの実験結果から任意の異方特性を有する材料に変換する方法を提案しているが、一般に、基材ポリマーとガラス繊維の間の応力集中や、屈折率の相違などにより、実験結果はかなり不明瞭のようである。さらに、木材のように、弾性定数の異なる早材や晩材が、年輪構造を作っているものでは、直交異方性の外に、層状の不均質性を加味せねばならないから、非常に複雑となる。年輪構造をモデル化する試みは、F. KOLLMANN u. R. HILTSCHER⁷⁾によつて、中立面に平行な年輪構造を有する梁の曲げ問題に関して行なわれ、そこでは、早材、晩材の代りに弾性の異なつた2種類のポリマーが層状に数枚貼り合わされ、その境界における応力の集中が指摘されている。このような努力にもかかわらず、実際の木材の力学特性を正しく表現しうるモデルの作製には、材料的にあるいは技術的に、さらに大きな飛躍が必要とされている現状である。

一方、光弾性皮膜法は、近年になつて、エポキシ・ポリサルファイド共重合体皮膜材料(エポキシ・ラバー)の適用⁸⁾によつて、著しい発展をみた。しかし、一般には、皮膜材料と試験体のポアソン比が異なるため、負荷されたとき、皮膜の自由境界において、Fig. 1に示すように、皮膜内の応力がいわゆる「逃げ」てしまつて、試片の変形に比例した光弾性効果が示されない。この応力の「逃げ」の生ずる範囲は、皮膜の厚さに比例するので、この弊害を避けるためには、皮膜の厚さを薄くすることが必要である。しかし、皮膜の厚さが薄くなると、等色線の縞次数は低下し、測定が困難となる。金属の塑性ひずみの測定では、ひずみが大きいから、1mm程度の厚さでも測定ができるが、木材の弾性領域でのひずみ測定では、少なくとも3mm程度の皮膜厚さが要求され、その場合でも、得られる最高の縞次数は2次程度に過ぎず、補助的な手段⁹⁾によつて小数点以下の縞次数を判読する必要があつて、精度上に多くの問題が残されている。

* 木質材料研究部門, Division of Composite Wood.

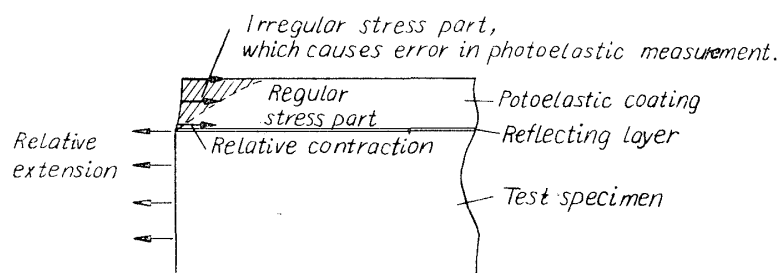


Fig. 1. One of the causes of error in photoelastic coating method.

このように、木材の力学的挙動を適確に表現する光弾性実験の方法は、まだ確立されていない。われわれは、木材の組織構造の特異性から、モデル実験よりも実物実験の方が近道であると考えて、皮膜法の考え方に、応力凍結法やサンドイッチ法¹⁰⁾などの手法を取り入れて、比較的満足すべき新しい方法を案出した。最近になつて、常温で応力を残留させる方法¹¹⁾が発表されて、われわれの方法は、一段と容易に行なえるようになった。

本文中において、この方法を仮りに「凍結 サンドイッチ法 Stress Freezing Sandwich Method」と呼ぶことにする。ここに報告するのは、その測定原理と、実験例および実験誤差に関する検討結果である。

なお、本研究に協力された金田助手と勝山夫人に感謝の意を表する。

II. 測定原理とその検討

1. 原理の概要

皮膜法において、皮膜の厚さを薄くし、しかも、得られる等色線の縞次数を増加させるためには、新しい樹脂の開発にまたねばならない。しかし、技術的に多少の煩雑さはあるが、次の方法によれば同じ効果を期待することができよう。

まず、負荷時に皮膜に生じた複屈折性を、何んらかの方法で、除荷後においても残留させる。次いで、除荷後に皮膜だけを分離する。そして、これと同じ操作で作り出した数枚の皮膜を重ね合わせれば全体として十分な厚さとなり、高い等色線縞次数を得ることができるはずである。

この方法によれば、皮膜の光弾性効果の観察は、試験片から皮膜を単離した後、透過型の光学系によつて行なうことができる。したがつて、皮膜と試験片の境界面を鏡面（反射面）にする必要もなく、皮膜は必らずしも試験片の表面に貼つておく必要もない。もし、皮膜を試片内部にサンドイッチすれば、皮膜（もはや皮膜と言うのはおかしいから、以後樹脂層と言うことにする。）の両面は、試片の変形によつて拘束を受けるから、樹脂層の自由境界における応力の「逃げ」(Fig. 1)は、一面だけ拘束を受ける皮膜の場合の1/2以下になり、光弾性測定の誤差もそれだけ少なくなり、有利である。

また、単離された個々の樹脂層は薄く、したがつて、等色線縞次数が低いから、単層のまま用いれば、等傾線の測定に、等色線があまり混入しないので、極めて好都合である。

ここで「複屈折性を何んらかの方法で残留させる」と述べたが、この方法として、一般に3

次元光弾性実験に常用している応力凍結法、および最近開発された常温で応力を残留させる方法¹¹⁾などが考えられる。この実験技術については実験例の項で詳述するが、前者では熱応力の問題が介入する上に、操作の面で後者より複雑であるから、後者の方法が優れているようである。

また、通常の皮膜法と同様、樹脂層の弾性係数が、試片のそれに比べて無視できる程、小さいか、または負荷の終りに、樹脂層内の応力が、試片内の応力に比べて無視できる程緩和していることが、当然必要である。

いま一つ根本的なことは、この樹脂層を二次元光弾性の手法で解析しなければならないから、その、試片内に挿入される位置は木材の対称面で、準平面応力と考えられる層でなければならない。以上のようにこの実験操作は、技術的に可能でさえあれば、樹脂層を薄くすればする程、自由端近傍における応力の逃げが少なくなり、ひずみの急変する点での測定にも有利で、測定誤差を非常に少なくすることができる。

2. 実験データの処理

とり出された樹脂層の等傾線と等色線から、木材の応力分布を求めるには、次のような問題が残されている。

(1) 負荷中に試片はクリープする。樹脂層は、それ自体応力緩和をしながら、試片と共にクリープする。この複雑な応力過程の後に得られる複屈折性が、果して何を表わしているかは、十分に明らかではない。しかし、この複屈折性が、試片（樹脂層）の最終変形状態に、近似的に比例しそうなこと¹²⁾、および試片の初期応力の状態が、最終変形状態に、これも近似的に比例しそうなことが想像される。このように考えると、この樹脂層の光弾性効果から導き出される結果は、試片の応力状態を知る上の重要な手がかりであると言える。この点については、今後詳細な検討が必要であるが、ここでは、ひとまず、比例関係が成り立つものと仮定しておく。

(2) 試片の対称軸に平行な自由境界では、等色線の縞次数は、樹脂層の最大主応力 σ_1^e 、または最小主応力 σ_2^e のいずれかに比例するから、直ちに応力分布の状態が分るが、対称軸に平行でない自由境界では、必ずしも単軸応力状態とはならないので、直ちに応力分布を求めることはできない。

(3) 樹脂層の内部の応力状態を知るためには、普通の透過型の実験で用いられる方法のすべてが適用できるが、いずれもかなり煩雑な手数を要し、十分注意を払わねば、得られる精度は必ずしも常によくはない。後に示す実験例では、せん断応力差積分法¹³⁾によつた。応力の絶対値は、キャリブレーションしなければならないが、普通の目的に対しては、応力の絶対値は必要でなく、応力の比較値の分布状態が分ればよいから、以下応力と称するものは、フリンジ・オーダーの値で示される比較値とする。

(4) このようにして得られた樹脂層の主応力 σ_1^e 、 σ_2^e から、木材の主応力を算出しなければならない。それには、木材を巨視的に、直交異方性弾性体と仮定して、行なうのが便利である。まず樹脂層のヤング率とポアソン比を E^e 、 μ^e とすると、樹脂層の主ひずみ ϵ_1^e および ϵ_2^e は

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1^e &= (\sigma_1^e - \mu^e \sigma_2^e) / E^e \\ \epsilon_2^e &= (\sigma_2^e - \mu^e \sigma_1^e) / E^e \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

で示される。樹脂層は試片に完全に密着しているから、試片の主ひずみ ϵ_1, ϵ_2 は

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= \epsilon_1^0 \\ \epsilon_2 &= \epsilon_2^0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

木材の対称軸を x, y で示すと、これらの軸に関するひずみ成分 $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ は

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_1 \cos^2 \theta + \epsilon_2 \sin^2 \theta \\ \epsilon_y &= \epsilon_1 \sin^2 \theta + \epsilon_2 \cos^2 \theta \\ \gamma_{xy} &= (\epsilon_2 - \epsilon_1) \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

である。ここに θ は σ_1^0 の方向 (すなわち ϵ_1^0 および ϵ_1 の方向) と x 軸のなす角度である。 x 軸と y 軸に関する木材のヤング率をそれぞれ E_x, E_y , x 方向と y 方向の負荷に関する木材のポアソン比を、それぞれ μ_{xy}, μ_{yx} , x, y 軸に関する木材の剛性率を G_{xy} とすると、木材の対称軸に関する応力 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= E_x(\epsilon_x + \mu_{yx}\epsilon_y)/\lambda \\ \sigma_y &= E_y(\epsilon_y + \mu_{xy}\epsilon_x)/\lambda \\ \tau_{xy} &= G_{xy} \cdot \gamma_{xy} \\ \lambda &= 1 - \mu_{xy}\mu_{yx} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

で示される。かくして試片の主応力 σ_1, σ_2 は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{aligned} \right\} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (5)$$

で求められる。またこれら主応力の方向 φ_n は

$$\varphi_n = -\frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (6)$$

である。

(5) 最後に、樹脂板の自由境界附近における、応力の逃げに関する問題がある。これについては完全な解決は得られていないが、簡単な場合について、近似的な誤差函数を導き出したので、次節で述べる。

3. 自由境界近傍の測定誤差

次のような場合を仮定して、自由境界附近の誤差を検討する。すなわち

- (1) 樹脂層は木材の対称面 (x, y 面) に挿入されているものとする。
- (2) 座標軸を樹脂層の中心において、Fig. 2 のようにとる。
- (3) 樹脂層の x, y 両方向の長さは、 z 方向の長さに比べて十分に長いものとする。
- (4) 試片は y 方向に単軸引張応力状態にあるとする。
- (5) 樹脂層の弾性係数は、試片のそれに比べてはるかに小さいとする。
- (6) 木材の y 方向の引張りによる x 方向の縮みに関するポアソン比 μ_{xy} は、樹脂のポアソン比 μ^0 より小さいとする。
- (7) 樹脂層をはさむ試片の2つの面は、2方向に自由な移動が可能で、負荷しても、樹脂層中に z 方向の応力が生じないか、あるいは、生じたとしても、僅かで、他の方向の応力

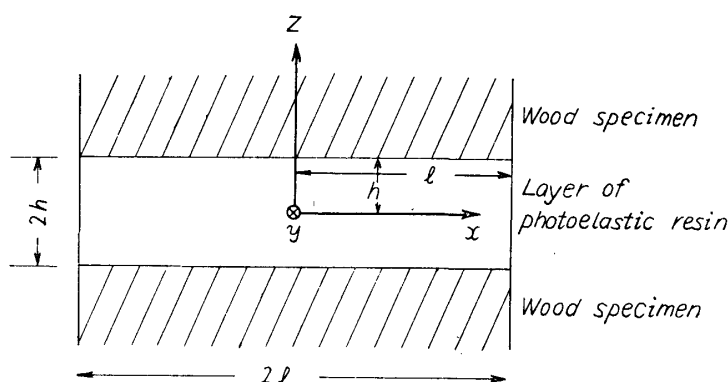


Fig. 2. Coordinates in a laminated material.

の大きさにほとんど影響しないと考える。なお、 z 方向の光の透過においては、 z 方向の応力の存在は、光路差に影響を及ぼさないから、光弾性効果には直接影響はない(後述)¹⁴⁾。

今、試片が、負荷されて、 y 方向に、 ϵ_y だけひずみを生じたとすると、試片の x 方向に生ずるひずみ ϵ_x は

$$\epsilon_x = -\mu_{yx} \cdot \epsilon_y \quad (7)$$

である。樹脂層は試片に密着しているから、境界面では、試片と同じひずみ状態におかれる。しかし、もし樹脂板が x 方向に自由に収縮できるならば、 x 方向に

$$\epsilon_x = -\mu^c \cdot \epsilon_y \quad (8)$$

なるひずみを生ずるはずである。樹脂層が、試片によつて受ける x 方向のひずみ拘束量 $\Delta\epsilon$ は、これらのひずみ差であるから (7), (8) 式から、

$$\left. \begin{aligned} \Delta\epsilon &= \Delta\mu\epsilon_y \\ \Delta\mu &= \mu^c - \mu_{yx} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

のように表わされる。

このように、2種類の物体が接着されているとき、その間にひずみ差がありながら、一方の物体によつて、ひずみ拘束を受けている場合の応力状態は、熱応力の場合と全く同じ関係にある。熱応力に関する理論解は、FADLE¹⁵⁾、森¹⁶⁾、小畠・井上¹⁷⁾、ALECK¹⁸⁾ などによつて求められている。また光弾性実験による結果は、上記、小畠・井上の外に、DURELLI & TSAO¹⁹⁾ 森²⁰⁾ などがある。理論解は一般に非常に複雑で、近似的な解も出されている。ここでは、なるべく簡単にするために、近似解の中で、最も形の簡単な小畠・井上の解を引用しよう。この解は、境界条件の設定が十分とは思えないが、光弾性実験の結果と比較的よく合っているから、ここで十分役立てることができよう。なお、説明の都合で、式の記号の一部と軸のとり方は原文と異なる。

彼等は、求める応力函数を φ とし、釣合式

$$\left. \begin{aligned} \nabla^4 \varphi &= 0 \\ \nabla^2 &= \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial z^2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

を、境界条件

$$\begin{aligned} x = \pm l : \tau_{xy}^c &= 0 \\ \sigma_x^c &= -E^c \Delta \varepsilon \end{aligned} \quad (11)$$

について解いている。その際、 φ の形として、

$$\varphi = \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \cosh \lambda_i x + B_i \cdot x \cdot \sinh \lambda_i x) \cos \lambda_i z \quad (12)$$

なる重調和函数を与え、 $l/h \gg 1$ に関する近似解として、

$$\sigma_x^c / E^c \cdot \Delta \varepsilon = 1 - \sum_{i=1}^{\infty} 2(-)^{i+1} \{1 + \lambda_i(l-x)\} e^{-\lambda_i(l-x)} \cos \lambda_i z / \lambda_i h \quad (13)$$

$$\sigma_z^c / E^c \cdot \Delta \varepsilon = - \sum_{i=1}^{\infty} 2(-)^{i+1} \{1 - \lambda_i(l-x)\} e^{-\lambda_i(l-x)} \cos \lambda_i z / \lambda_i h \quad (14)$$

$$\tau_{xz}^c / E^c \cdot \Delta \varepsilon = \sum_{i=1}^{\infty} 2(-)^{i+1} (l-x) e^{-\lambda_i(l-x)} \sin \lambda_i z / h \quad (15)$$

$$\lambda_i = (2i-1)\pi/2h \quad (i=1, 2, 3\cdots) \quad (16)$$

を求めている。

これは、すなわち、本論文における樹脂層の x - z 断面における応力分布である。この樹脂層は、試片の負荷によつて、 y 方向に一樣なひずみ ε_y を与えられる。このとき、樹脂層の y 方向の応力は、自由境界の近く以外では、 x 方向に (9) 式に示すひずみ差だけ、縮むことを抑制された状態になるから、

$$\sigma_y^c = \frac{E^c \cdot \varepsilon_y}{1 - \mu^c \cdot \Delta \mu} \quad (17)$$

となる。しかし自由境界近くでは、 x 方向におけるひずみの拘束力 σ_x^c は (13) 式のように低下する。したがつて、このあたりの σ_y^c は、この影響を受けて低下し、しかも、樹脂層の厚さの方向で、その値は異なる。また、自由端では、この拘束力は全くないから、一樣に、

$$\sigma_y^c = E^c \cdot \varepsilon_y \quad (18)$$

であることを考えに入れると、自由境界周辺および内部に共通な σ_y^c の式として、

$$\begin{aligned} \sigma_y^c &= \left(1 + \frac{\mu^c \Delta \mu}{1 - \mu^c \Delta \mu} \cdot f(x)\right) E^c \cdot \varepsilon_y \\ f(x) &= 1 - \sum_{i=1}^{\infty} 2(-)^{i+1} \{1 + \lambda_i(l-x)\} e^{-\lambda_i(l-x)} \cos \lambda_i z / \lambda_i h \end{aligned} \quad (19)$$

が得られる。

光弾性測定に際して、偏光の方向は、 z の方向である。FROCHT¹⁴⁾によれば、3次元応力の場合において、偏光の通過方向に垂直な面 (ξ, η) 内の2次主応力 (Secondary principal stress または Effective principal stress)

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1' \\ \sigma_2' \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} (\sigma_\xi + \sigma_\eta) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_\xi - \sigma_\eta)^2 + 4\tau_{\xi\eta}^2} \quad (20)$$

を考えれば、複屈折の光路差 Δ と 2 次主応力の間には、

$$\Delta = C \cdot t (\sigma_1' - \sigma_2')$$

C : BREWSTER'S constant, t : 厚さ

の関係、すなわち BREWSTER'S law が成り立つことが明らかである。したがって、ここでは $x \cdot y$ 面内の 2 次主応力だけを考えればよい。それには、 τ_{xy}^e が判らなければならないが、試片が y 方向に均一に引張られている状態では、樹脂層でも τ_{xy}^e は全域に亘って、ほぼ零であると考えてよいから、(13) および (19) 式に示す σ_x^e と σ_y^e は 2 次主応力と考えてよい（但し $\sigma_y^e > \sigma_x^e$ ）。しかしながら、この σ_x^e と σ_y^e は厚さの方向に一樣ではないから、光路差の式に用いるときは、厚さ方向の積分値を用いる必要がある。

すなわち、

$$\Delta = C \cdot 2 \int_0^h (\sigma_y^e - \sigma_x^e) dz \quad (22)$$

または光源の波長を λ とすれば、等色線の縞次数 N は、

$$N = \Delta / \lambda = \frac{2C}{\lambda} \int_0^h (\sigma_y^e - \sigma_x^e) dz \quad (23)$$

で表わすことができる。

一方、自由境界において、樹脂層に応力の逃げがなければ、等色線の縞次数 (N_0 で示す) は (17), (9) 式より

$$N_0 = \frac{C}{\lambda} \cdot 2h \cdot E^e \cdot \varepsilon_y \left(\frac{1}{1 - \mu^e \Delta \mu} - \Delta \mu \right) \quad (24)$$

である。

したがって、応力の逃げによつて、等色線縞次数の読みにあられる誤差を δ とすると、

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{N - N_0}{N} = 1 - \frac{\frac{C}{\lambda} \cdot 2h \cdot E^e \cdot \varepsilon_y \left(\frac{1}{1 - \mu^e \Delta \mu} - \Delta \mu \right)}{\frac{2C}{\lambda} \int_0^h (\sigma_y^e - \sigma_x^e) dz} \\ &= 1 - \frac{h \left(\frac{1}{1 - \mu^e \Delta \mu} - \Delta \mu \right)}{h + \left(\frac{\mu^e \Delta \mu}{1 - \mu^e \Delta \mu} - \Delta \mu \right) \int_0^h f(x) dz} \\ &= 1 - \frac{h \left(\frac{1}{1 - \mu^e \Delta \mu} - \Delta \mu \right)}{h + \left(\frac{\mu^e \Delta \mu}{1 - \mu^e \Delta \mu} - \Delta \mu \right) \left[h - \sum_{i=1}^{\infty} 2(-)^{i+1} \{1 + \lambda_i(l-x)\} e^{-\lambda_i(l-x)} \sin \lambda_i h / \lambda_i^2 h \right]} \end{aligned}$$

x の代りに、自由境界からの相対距離 $X = \frac{l-x}{2h}$ を用いると、

$$\left. \begin{aligned} \delta &= 1 - \frac{\frac{1}{1 - \mu^e \Delta \mu} - \Delta \mu}{1 + \left(\frac{\mu^e \Delta \mu}{1 - \mu^e \Delta \mu} - \Delta \mu \right) F(x)} \\ F(x) &= 1 - 8 \sum_{i=1}^{\infty} \{1 + (2i-1)\pi X\} e^{-(2i-1)\pi X} / (2i-1)^2 \pi^2 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

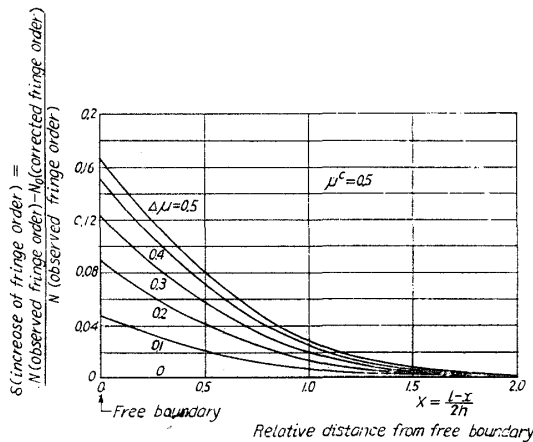


Fig. 3 (a). Increase of fringe order near free boundary of the resin lamina caused by the difference of Poisson's ratios of resin and wood. ($\mu^c=0.5$)

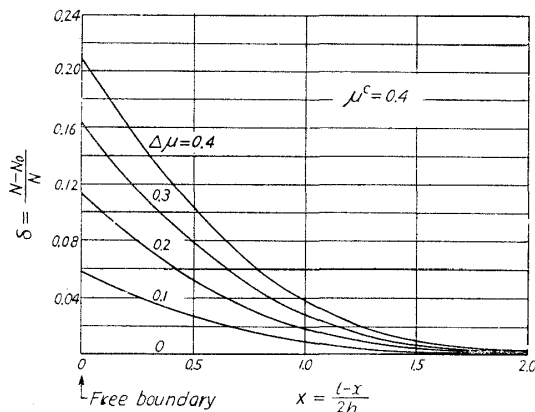


Fig. 3 (b). Increase of fringe order near free boundary of the resin lamina caused by the difference of Poisson's ratios of resin and wood. ($\mu^c=0.4$)

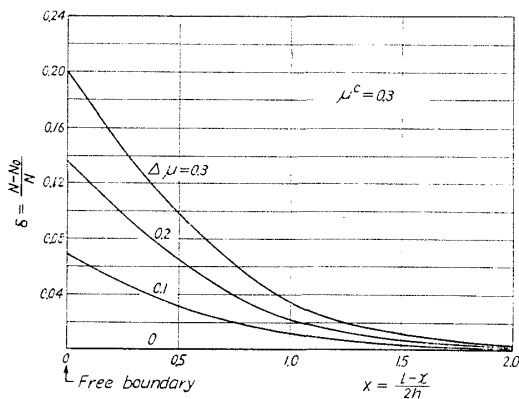


Fig. 3 (c). Increase of fringe order near free boundary of the resin lamina caused by the difference of Poisson's ratios of resin and wood. ($\mu^c=0.3$)

となる。

例として、 $\Delta\mu > 0$ であつて、 μ^c がそれぞれ 0.5, 0.4, および 0.3 の場合を考えてみよう。 δ の値を、(25) 式によつて計算した結果は、Fig. 3(a), 3(b) および 3(c) のごとくである。今仮りに、試験片が y 方向に、均一な引張りを受けていて、 $\mu^c=0.5$, $\mu_{yx}=0.1$ であるとする、観測される自由境界での縞次数 N は、応力の逃げのために、Fig. 3 (a) の $\Delta\mu=0.4$ の曲線の $X=0$ の値、すなわち 15% だけ大きく表われていることになるから、応力の逃がない場合の値 N_0 は

$$N_0 = N(1 - 0.15) = 0.85N \quad (26)$$

によつて算出できる。

このように補正した値を用いて、以後の解析を進めれば、自由端の応力状態も正しく評価できる。

また、これらの図のすべてから明らかなように、普通の場合には、試片の自由境界から、ほぼ樹脂層の厚さだけ内部の点の縞次数のもつ誤差は、5% にみえない僅かな値である。さらに厚さの倍程度入った点では、誤差は 1% 以下で問題にはならない。

以上は、均一引張の誤差の問題であるが、実際問題として、しばしば見られるのは、応力が自由境界に向かつて集中的に増加している場合である。このような場合の解は、極めて複雑で、求め難いが、誤差の発生原因の相似性から考えると、(25) 式の誤差函数を用いても、大きな誤りはおかさないと考えられる。

III. 実験例とその検討—常温で行なう方法について—

1. 概 要

原理の項で述べたように、荷重を除いた後も、樹脂層に光弾性効果を残留せしめなければならない。その 1 つの方法として、樹脂の硬化過程における網状構造の発達を利用する方法を提案し、その実験例を示す。すなわち、木材試

片の中に3次元網状ポリマーをサンドイッチし、樹脂がゴム状のうちに負荷し、そのまま樹脂が硬化するまで、負荷状態をつづける。硬化後樹脂層を切り出せば、その中に光弾性効果が残留している。この現象のおこるのは、未硬化の間に、樹脂分子の側鎖が未発達の状態、応力に比例した分子の主鎖の配向が生じ、硬化すなわち網状構造の発達にともなつて、それが動きにくくなり、荷重を除いた後も、複屈折性を持続するためと考えられる。

この応力残留の方法は、前に述べたように、湯浅・松田が風洞実験による翼内の応力分布や流水中にある物体の応力分布の光弾性実験のための基礎として、最近開発した方法¹¹⁾の応用である。

2. 実験材料とその検討

実験に使用した木材は気乾状態のマカバの心材で、その基礎的な弾性定数は Table 1 に示す通りである。また、樹脂はエポキシ樹脂で、スイス Ciba 社のアラルダイト H (変性エポキシ) およびハードナー -HY 951 (脂肪族ポリアミン) を用いた。この樹脂は常温で低粘度の液体で、他のエポキシ樹脂に比べて、光の透過度がすぐれている。硬化は、通常、アラルダイト

Table 1. Elastic constants of birch (*Betula maximowicziana* REGEL) used in the present experiment.

YOUNG's modulus in longitudinal direction E_L	YOUNG's modulus in tangential direction E_T	POISSON's ratio $\mu_{LT}^{1)}$	POISSON's ratio $\mu_{TL}^{2)}$	Modulus of rigidity $G_{LT}^{3)}$
$16.5 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$	$0.75 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$	0.50	0.023	$0.94 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$

- 1) The ratio of the contraction along the T (tangential) direction to the extension along the L (longitudinal) direction due to tensile stress acting L direction.
- 2) The ratio of the contraction along the L direction to the extension along the T direction due to tensile stress along T direction.
- 3) Modulus of rigidity associated with shear deformation in the LT plane resulting from shear stresses in the LT and LR plane.

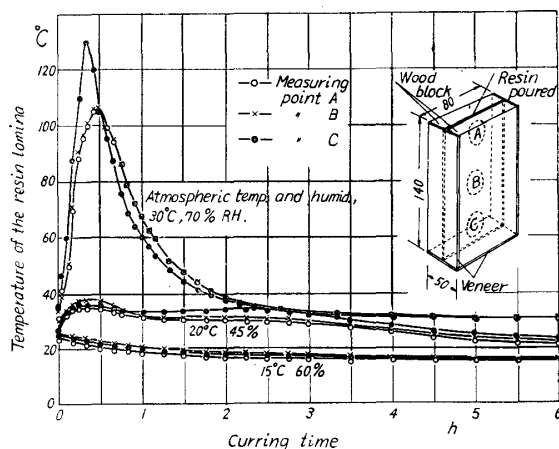


Fig. 4. Temperature rise in an Araldite H resin lamina cast in a wood block due to heat of curing reaction.

Hとハードナーの重量比を100:10~100:12の範囲にとつて、常温で行なえるが、応力残留実験には、この比を100:12にとることがすすめられている¹¹⁾。

硬化は発熱反応であるから、樹脂層の厚さや大きさ、および周囲の温度によつて、硬化中の樹脂層の温度は異なる。硬化中に著しい温度変化をすると、樹脂層に熱応力が残留して、測定に誤差を招くので、この問題は重要である。Fig. 4 は、14×8×5cm のマカバ材の、14×8cm の面に平行に、厚さ (5cm) の中央に挽き込んだ鋸目 (14×7cm, 挽巾 1.8mm) に、樹脂が流れ出さないように、ペ

ニヤで囲いをして、流し込み、温度 30°C、湿度70%、20°C、45%、および 15°C 60%の3つの環境の下で、樹脂を硬化させ、樹脂層の温度変化を測定した結果である。図から明らかなように、30°C では、注入後に急激な温度上昇がみられ、100°C 以上にも達し、しかも、測定場所によつて、温度経過がかなり相違する。15°C では、注入後の温度上昇は認められず、時間とともに、なだらかに環境温度に向つて降下し、測定場所による差異も顕著ではない。20°C では、30°C と 15°C の中間の傾向を示すが、どちらかといえば、温度上昇も測定場所による相違も僅少で、実際には、硬化後の残留応力は、光弾性測定に影響する程大きくなく、無視できる。実験操作の上からは、15°C では、硬化までに要する時間があまりにも長すぎて不便であるから、20°C ぐらいが適当であろうが、室温が 20°C をはるかにこえる夏期の実験であれば、最初の発熱の盛んなときだけ、20°C あるいはそれ以下の温度に保ち、室温に等しくなつたとき室内にとり出せば、実験はかなり短時間で完了できるから便利である。この実験では、最初 20°C の恒温装置中で硬化させ樹脂層の温度が大体室温 (27°C) に等しくなつたとき (注入後約5時間) とり出して、以後の硬化を室内で行なつたが、樹脂層の温度は最後まで変化せず、また、得られた結果も良好であつた。

次に、樹脂の硬化に要する時間を明らかにする必要がある。これを知る一つの方法として、弾性係数の変化を調べることが考へられる。この場合、硬化の途中では、樹脂は非常にクリープをおこしやすいから、負荷時間の決め方によつて値が異なつてくる。

Fig. 5 は、硬化温度 27°C の下で、鉄製の鋳込み厚さ 6mm の板状の鋳型に、アラルダイト H を注入し、未硬化のゴム状のうちに (約13時間経過後) とり出し、巾 16mm、長さ 170mm の試片を切り出し、種々の静置時間の後に行なつた曲げクリープ試験の結果である (ただし、注入後5時間は 20°C の恒温装置中に保つた)。硬化時間によつて、曲げ弾性率が非常に異なり、全試験を通じて、同じ荷重の試験ができなかつたので縦軸には、直接たわみ量をとらず、クリープ・コンプライアンス $J(t) = \frac{\xi(t)}{\sigma} = \frac{1}{E(t)}$ (時間弾性率の逆数) をとつてある。

このデータの中で、負荷時間 10, 60, 120, および 180min の

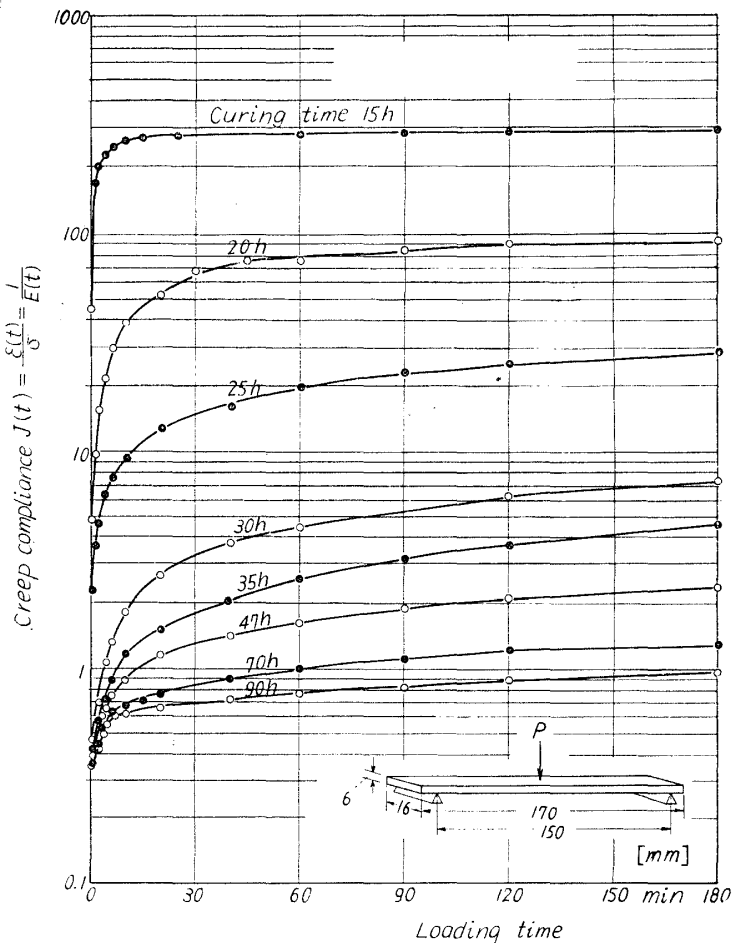


Fig. 5. Creep of Araldite H resin beam at temperature 27°C.

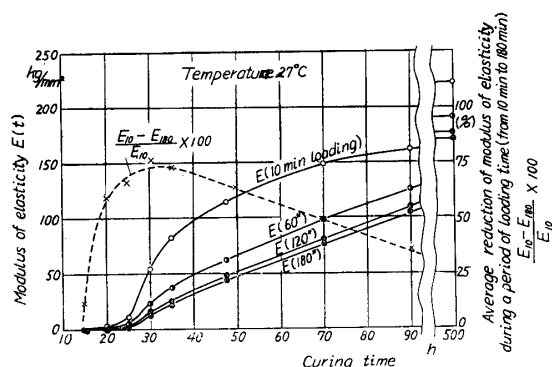


Fig. 6. Relation between modulus of elasticity and curing time of Araldite H resin beam with parameter of loading time.

て併記してある。この値は、硬化時間の短いときは、クリープを測定している間に硬化が進み、だんだん弾性が高まるから、その効果を考えに入れなければならないが、傾向として、20 hから40 hのあたりでは、クリープひずみの全ひずみにに対するパーセントの最も大きいことが想像される。さらにクリープと応力緩和の相関性から、このあたりでは、生じた応力に対する緩和量の比率が最も大きいものと考えられる。

凍結サンドイッチ法のメカニズムから考えて、荷重をかける時点は、この弾性係数の著しく増加しはじめる以前がよいこと、および負荷したまま放置する期間は、この弾性が著しく増加し、かつ、樹脂層に生じた応力ができるだけ緩和してくれる期間、すなわち20 h～40 hあたりがよいと考えられる。

最後に、最も重要なことは、この樹脂が、硬化過程において、どのような光弾性特性の変化をするかということである。Fig. 7はFig. 5, 6と同じ方法で作った短冊状の試片に、種々の硬化時間に於いて、4点曲げによる曲げモーメントを与えて、等色線縞次数を測定し、光弾性感度を求めた結果であるが、図から明らかなように、光弾性応力感度 $\alpha = N/\sigma t$ (N : 等色線縞次数, σ : 応力, t : 厚さ) は、硬化時間と共に減少し、とくに20 hから40 hの間で著しく減少する。このことは、一見、凍結サンドイッチ法によって、極めて不利なことのように見えるが、実験がほぼひずみ一定の状態で行なわれることを考えれば、ひずみ感度を比較しなければ結論できない。ひずみ感度はFig. 6の時間弾性率 $E(t)$ を用いて、

$$\beta = \alpha \cdot E(t) = \frac{N}{\sigma t} \quad (27)$$

で表わせる。これもFig. 7に併記してある。図から、硬化時間と共に、ひずみ感度の上昇することが明らかで、この実験に有利なことがわかる。

3. 実験の手順

まず、マカバ心材をFig. 8 (a)に示すような楕型断面の直方体に切り出した。楕目は後に

4つの時点の値をとり出し、硬化時間に対する時間弾性率の変化をプロットすれば、Fig. 6のようになる。これらの図からわかるように、硬化時間20 hから30 hの間で、急激な弾性係数の増加がはじまり、以後次第に緩慢となる。このことは、20 h～30 hの間で、2次結合の発達割合が、最も著しいことを意味するものと考えられる。また、Fig. 6には負荷時間10 minから180 minの間に、どの程度時間弾性率が変化するか（すなわち、クリープの平均速度に相当する値）を減少率として

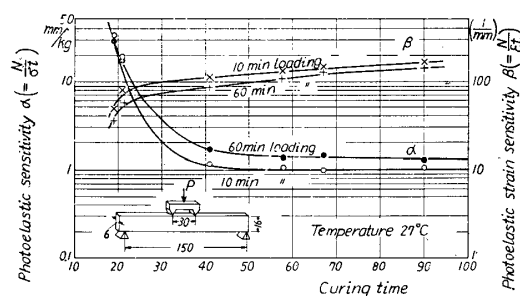


Fig. 7. Photoelastic sensitivity and photoelastic strain sensitivity of Araldite H resin plate as a function of the curing time.

光弾性樹脂層となる部分であるから、薄く、かつ、挽面のきれいな丸鋸刃で挽道をつける必要がある。ここでは、挽巾 1.8mm のマイターソーを用いた。この直方体の周囲に、Fig. 8 (b) に示すように、醋酸セルロース系の接着剤を用いて、スライス単板を接着し、上部からの樹脂の注入が可能にした。

つぎに、アラルダイト H にハードナー HY 951 を、重量比 100 : 12 の割合で混合し、充分に攪拌した。このとき、少しでも気泡が混入すると、光弾性縞の乱れる危険性があるので、注意せねばならない。本実験では、マグネチック

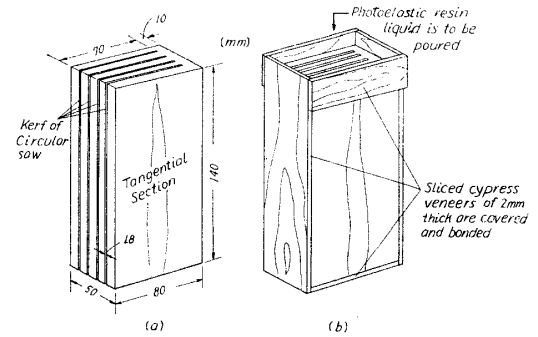


Fig. 8. Process of production of wood-resin laminated material.

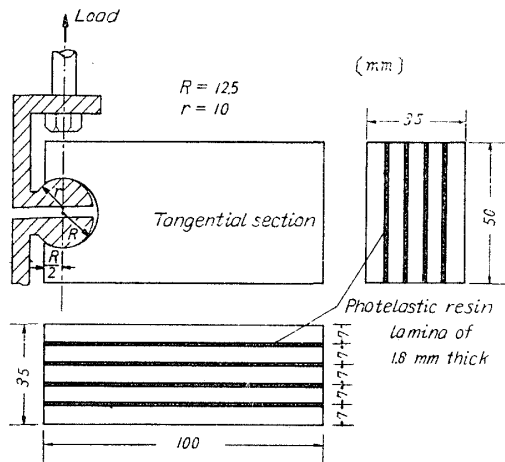


Fig. 9. Specimen

ことがわかった。

実験例として、割裂を選んだのは、応力分布が準 2 次元的であり、応力の集中場所が円弧状で、応力分布も比較的ゆるやかなため、この種の実験結果の解釈に面倒が少ないと考えたからである。試片の寸法は精度を高めるために、大きくとつてあるが、側面の形は JIS・Z・2115 (1957) と相似である。樹脂を注入した時刻から、約 20 時間経過した時刻に、Fig. 9 に示すようなアタッチメントで、引張り荷重を加えた。荷重の大きさは 120kg で、これは樹脂層の弾性係数を無視すれば、試片の木部の単位巾当り、約 43kg の割裂荷重を与えたことになり、破壊強度の約 70% に相当する。負荷は Fig. 10 のような装置で行なつた。荷重の大きさはブルーピング・リングで読んだが、試片のクリープおよび応力緩和の複合したものと、樹脂層の弾性の上昇に伴つた荷重増加が相殺して、負荷の間の荷重低下は 10% 以下に止まつた。樹脂を注入した時刻から、約 40 時間経過

スターラーを用いたので、気泡の全く生じない状態で、十分に混合させることができた。この混合液を Fig. 8 (b) に示した木材ブロック一杯に注ぎ込み、20°C、45% R. H. の恒温装置内に 5 時間静置し、さらに 36°~37°C の室内にとり出し、そのまま 10 時間静置した。このようにすると、木材の挽道内に流れ込んだ樹脂は、ゴム状に固まるから、ここで Fig. 9 のような割裂試験片を、ブロックの中央から切り出した。切削は、丸鋸盤やボール盤で行なつたが予備実験によると、刃先を十分に立てておけば、発熱も少なく樹脂の硬化度も低いから、樹脂層に熱応力が残留する心配のない

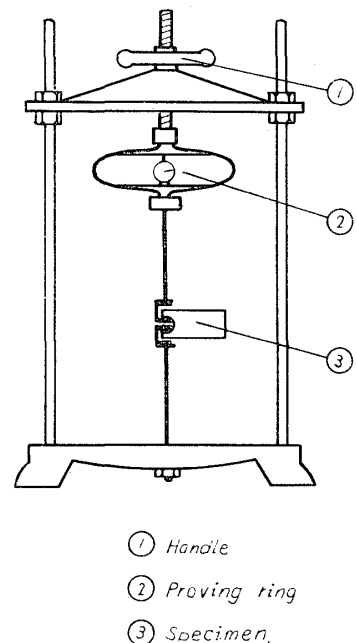


Fig. 10. Loading apparatus

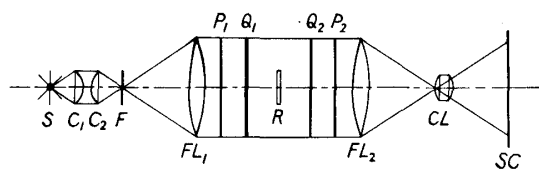


Fig. 11. Arrangement of the essential parts of a photoelastic polariscope used in the present experiment.

S=light source

C₁, C₂=auxiliary or condensor lens

F=filter

FL₁, FL₂=150mm ϕ collimating lens

P₁=150mm ϕ polarizer

Q₁, Q₂=150mm ϕ quarter-wave plate

P₂=150mm ϕ analyzer

R=photoelastic resin sheet cut out from the test specimen

CL=camera lens

SC=screen or camera

した後（すなわち負荷後20時間で）荷重を除き、直ちに試験片の木材の層（5層ある）の中央をそれぞれ丸鋸で切断し、両面に1mm程度の厚さの木材層をつけたままの樹脂層をとり出した。この操作は、切削熱による熱応力の残留をさけるために、是非必要である。続いてノミおよびヤスリで樹脂層を丁寧に分離させ、最後に油砥石で研磨して、一定の厚さ（大体1.5mm程度）の表面性のよい樹脂板（以下このようによぶ。）に仕上げた。このようにして得た樹脂板について、Fig. 11の装置で、光弾性測定を行なった。測定は普通の光弾性学または光弾性実験に関する文献（文献欄末尾に代表的なものをあげた）に示されている2次元の透過型の方法によつたの

で、概略だけを述べることにする。

i) 等色線写真の撮影

光源として、超高圧水銀燈（S）を用い、G-1フィルター（F）によつて、波長 $\lambda=5461\text{\AA}$ （緑）の単色光を得た。次いで偏光板（P₁, P₂）と1/4波長板（Q₁, Q₂）を操作して、暗視野の円偏光を得た。試片の表面にアマニ油を塗布して、光の乱反射を避けるとともに、1つの試片から切り出された4枚の樹脂板を密着させ、この円偏光フィールドに挿入すると、等色線の単色縞模様が得られるから、これをキャビネ・プロセス乾板に撮影した。

ii) 等傾線のトレース

i) の光学系から、フィルター（F）および1/4波長板（Q₁, Q₂）を除き、平面偏光の暗視野とし、スクリーン（SC）にトレーシング・ペーパーをとめて、P₁, P₂の両者を、直交させたままで、10°ずつ回転しながら、現われた等傾線をトレースした。

以下、樹脂板の主応力の解析、主ひずみの算出、試片の主軸に関する応力（主応力）の換算などについては、実験結果と考察の項で述べる。

最後に、これらの実験結果を、等方体の場合と比較するために、厚さ6mmのアラルダイト（H）樹脂板を成板して、Fig. 9と同一の側面寸法を有する、平面光弾性用試験片を作り、割裂荷重下での等色線縞模様および等傾線縞模様を求めた。

4. 実験結果と考察

1つの試験片から得られた4枚の樹脂板の凍結等色線縞模様は、試片の対称面に関して、上下により対称性を示し、最高次数は3～4次であつた。1つの試験片から得られる4枚の樹脂板を比較すると、全般に、等色線縞模様の形は、よく一致しており、その縞次数も厚さが等しければ、ほぼ同じ値であつた。これは、試験片の作製が正確で、負荷が試片の巾方向に均等に行なわれたことを示すものである。その代表的な写真はPhoto. 1 (a)に示す。これらを2枚重ねたとき得られる等色線縞模様は、Photo. 1 (b)に、3枚重ね、および4枚重ねのものは、同じく(c), (d)に示した。ここでは、4枚の樹脂板の厚さが、多少違つていたの

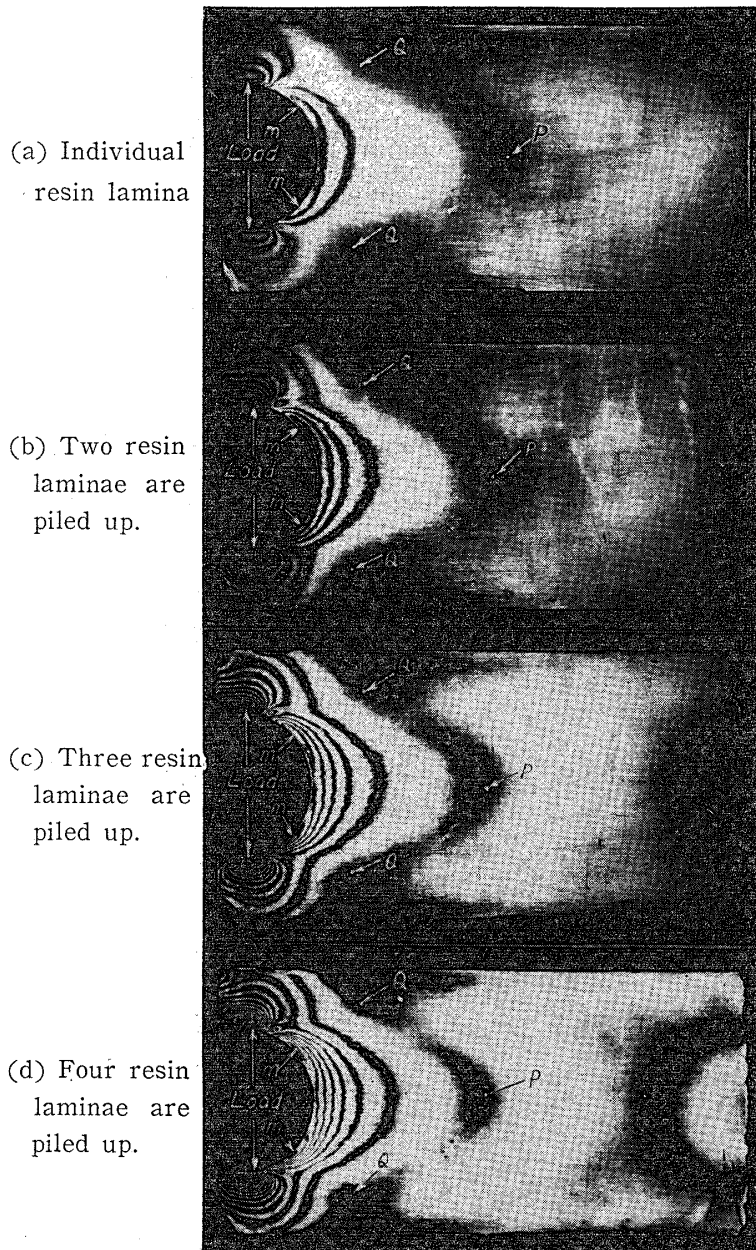


Photo. 1 Isochromatic-fringe photographs of resin laminae cut out from wood specimen just after unloading.

で、(a)～(d)の写真の縞次数は、正しく1:2:3:4になつてはいないが、このように重ね合わせるによつて、誤差を増すことなく、縞次数をあげることができるのは、大きな利点である。

つぎに、この4枚の樹脂板の個々について、等傾線をトレースした。等傾線は、比較的不明瞭なので、精度はトレース技術に左右されるが、繰返し行なうことによつて、縞の最も濃い点を記録できたと思う。この4枚の等傾線は、個々には、試片の対称軸に対し、上下にかなりよい対称性を示したが、上記の等色線ほどには、お互いが一致していない。したがつて、解析のためのデータとしては、それらの平均的なものを採用した。Fig. 12はこの平均的な等傾線と、それから作図された樹脂板の主応力線図、すなわち試片の主ひずみ線図である。

この樹脂板の主応力線図から明らかのように、試片の対称軸 $\overline{AB}$ 上で、A から $\overline{AB}$ の 39/100 だけ入った点に、1階1次のゼロ点 $P^{(2)}$ が存在

し、A から B に向つて $\overline{AB}$ の 9.2/100 入った点の上下に、かなりはなれて—1階1次のゼロ点 Q が2つ存在する。そして、木材の対称軸に平行な自由境界では、樹脂板の主応力線は境界に垂直（または平行）であるが、対称軸に平行でない自由境界（円弧状の境界）では、樹脂板の主応力線は境界線に対して、 90° （または 0° ）から多少はずれた角度を示す場合がみられた。また、当然のことながら、試片の対称軸上では、樹脂板の主応力線は、木材の対称軸の方向に正しく一致している。

これらの結果と、等方体に関する結果を比べてみよう。Photo. 2 は、エポキシ樹脂板で作った試片が、割裂荷重を受けた場合の、等色線縞模様である。また、Fig. 13 は、その等傾線

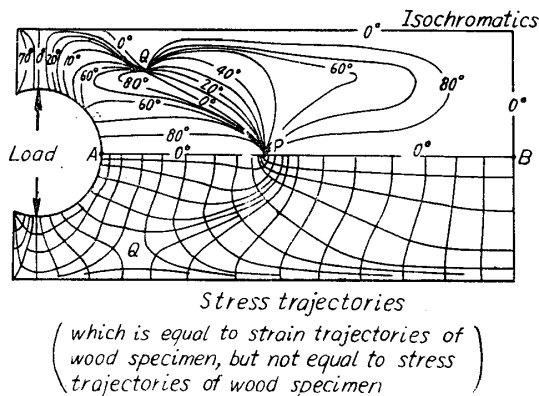


Fig. 12. Isoclinics and stress trajectories in a resin lamina cut out from wood specimen just after unloading.

根元の部分は、Photo. 2 では強い曲げ変形のパターンを示すが、Photo. 1 では極めて僅かである。これらは、木材試片の繊維方向(試片の対称軸方向)における弾性率が、極めて高いという異方的な特徴を、よく示しており、割裂試験が、木材の特性を生かした、独特の試験として、木材についてののみ成り立つゆえんである。

また、切欠き周縁について云えば、Photo. 1, Photo. 2 のいずれの場合

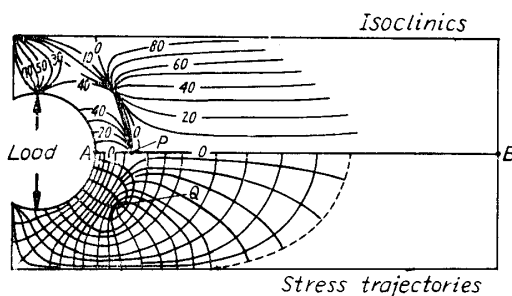


Fig. 13. Isoclinics and stress trajectories in an isotropic specimen (epoxy resin plate) subjected to cleavage load.

の点は、樹脂板の最大のせん断応力の生じた点であり、とりもなおさず、その点の試片のせん断ひずみも最も大きい。このひずみの軸は、木材の剛性率の値から、木材の主軸に関するものと考えられ、この点のすべり破壊が、繊維垂直応力成分の最大になると言われている中心角 10° の点²²⁾の引張破壊に先行する可能性がある。事実 Photo. 3 にみるように、この樹種で作った試験片の大多數のものは、この点のせん断によつて破壊した。

つぎに、等傾線または、主応力線を比較すれば、前述のように、Fig. 12 の P 点が、Fig. 13

図およびそれから描かれた主応力線図である。

まず、等色線を比べると、Photo. 1 のパターンは Photo. 2 のそれに比べて、試片末端方向(写真では右方)に向かつて、強く引伸ばされたような形をしている。このように 0 次編である P 点、Q 点が、Photo. 2 では、切欠き底の近くに存在し、試片の右半分では、割裂荷重の影響があらわれていないのに反し、Photo. 1 では、P が非常に右へ移動し、試片の中央部近くに存在し、試片の末端部まで、割裂応力が大きく作用している様子が明らかである。また、切欠き底の上下、すなわち突出部の

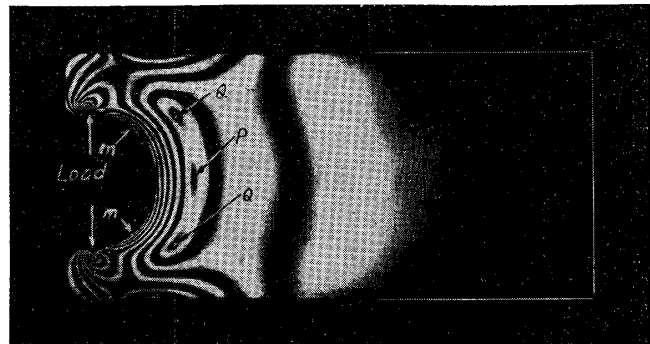


Photo. 2. Isochromatic-fringe photograph of an isotropic specimen (epoxy resin plate) subjected to cleavage load.

も、試片の対称軸を基準に、切欠きの曲率中心で約 $\pm 50^\circ$ 廻つた 2 つの点 m において、縞次数が最大(荷重点直下を除く)となる。Photo. 2 では、この点は周縁応力(hoop stress)が最大の点で、引張破壊がこの点からはじまることを示しているが、Photo. 1 では、木材の繊維方向と、その弾性定数から、計算してみなければ、応力の値は不明である。また、木材では弾性のみならず、強度も異方的であるから、問題は複雑である。しかし、樹脂板の最大縞次数

のP点より右にあることの他に、全体として、等方体の場合 (Fig. 13) よりも、主応力線の方が、木材の主軸の方向に近づいているのがわかる。ここにも、直交異方性の特徴が示されている。また、Fig. 12 では、P 点が1階1次、Q 点が-1階1次なのに反して、Fig. 13 ではP 点は-1階1次で、Q 点は1階1次である。

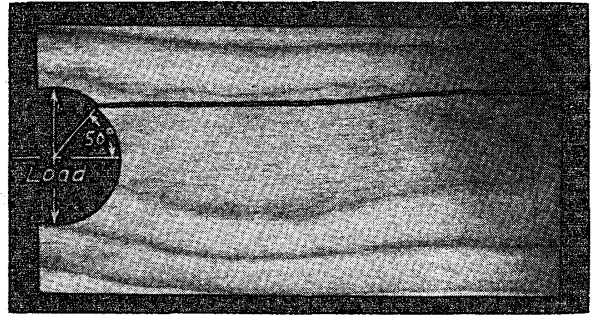


Photo. 3. Typical cleavage failure of birch specimen.

以上のことから、木材の割製試験片における応力あるいは、ひずみの、定性的な特徴が明らかとなり、木材の応力状態を推定するのに、等方体に関する結果は、あまり有効なものではないことがよくわかる。

最後に、応力解析の1例として、木材試験片の対称軸 (Fig. 12 の $\overline{AB}$) 上の、割裂応力を求めてみよう。

まず、Photo. 1 から、樹脂板における試験片の対称軸 $\overline{AB}$ 上の縞次数分布 (すなわち、主応力差 $\sigma_1^e - \sigma_2^e$ の分布) を求める。また、この軸の両側に、 $\Delta y = \pm 2\text{mm}$ だけ離れた2本の平行線 $\overline{a_1b_1}$ および $\overline{a_2b_2}$ 上の縞次数分布を求める。 Δy は、あまりせまくては、縞次数や主応力の方向の測定が困難であり、また、あまり広くても誤差が大きくなるから、それらを考慮して適当に選ぶ必要がある。またここに得られた値は、(25)式で誤差の修正をする必要がある。ここでは仮りに $\mu^e = 0.5$, $\Delta\mu = 0.477$ として計算した。以下この修正値を基にして計算を行なった。

つぎに、Fig. 12 より、上述の $\overline{AB}$, $\overline{a_1b_1}$, $\overline{a_2b_2}$ の3本の平行線上の最大主応力の方向 φ (繊維方向 x と最大主応力の方向のなす角度で表わす) を求める。Fig. 12 において、ある点で、どちらの主応力が最大であるかは、ある1点 (たとえば切欠底A) におけるものがわかれば、あとは、その線上でゼロ点が現われるまでは、最大主応力の方向は同じで、ゼロ点を過ぎると、方向は 90° 変わる。

このようにして求めた $\overline{AB}$, $\overline{a_1b_1}$, $\overline{a_2b_2}$ 線上の主応力差 $\sigma_1^e - \sigma_2^e$, および主応力の方向 φ の分布は、横軸に $\overline{AB}$ または $\overline{a_1b_1}$, $\overline{a_2b_2}$ を Δy の単位で分割したものをもとて示すと、Fig. 14 のようになる。

この縦軸は、縞次数で表現してある。以下の計算を、この数値を基にして行なえば、応力分布は比較応力値で表わされる。これから応力の絶対値を求めるには、あらかじめ、簡単な応力状態に対する縞次数のキャリブレーションをしておく必要がある。しかし、一般には、応力の比較値が得られれば十分であるから、ここでは、縞次数で応力を表現しておく。

この縦軸は、縞次数で表現してある。以下の計算を、この数値を基にして行なえば、応力分布は比較応力値で表わされる。これから応力の絶対値を求めるには、あらかじめ、簡単な応力状態に対する縞次数のキャリブレーションをしておく必要がある。しかし、一般には、応力の比較値が得られれば十分であるから、ここでは、縞次数で応力を表現しておく。

まず、 x, y 軸 (Fig. 14) に関する樹脂板のせん断応力 τ_{xy}^e は、

$$\tau_{xy}^e = \frac{1}{2}(\sigma_1^e - \sigma_2^e)\sin 2\varphi \quad (28)$$

で表わされるから、 $\overline{a_1b_1}$ および $\overline{a_2b_2}$ 線上の τ_{xy}^e の値を求める。

いま、ある点の x 方向の垂直応力の値 σ_{x0} が既知だとすると、ある点の垂直応力 σ_x は、

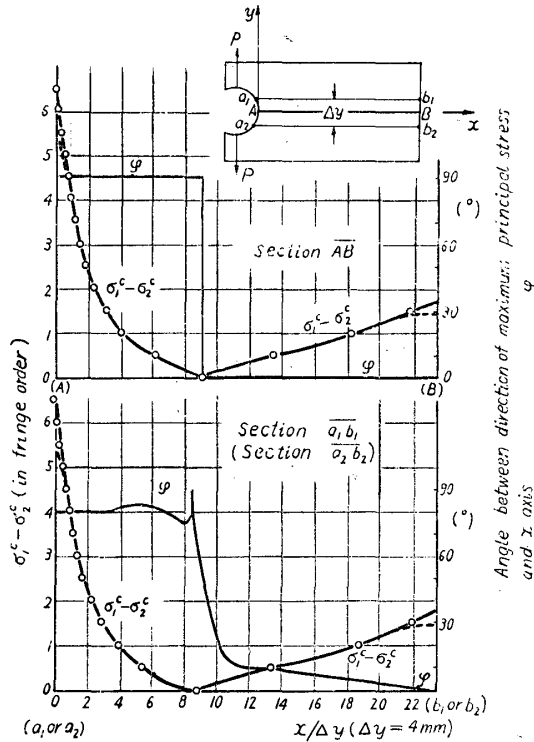


Fig. 14. Basic curves of principal stresses of a resin lamina for the determination of the cleavage stress on sections $\overline{AB}$ and $\overline{a_1b_1}$ (or $\overline{a_2b_2}$) of the explanatory diagram of this figure. Dotted curves shows the corrected curves by eq. (25) for $\mu^c=0.5$ and $\Delta\mu=0.477$.

しなかつた。これは、(30)、(31) 式の境界条件が、このような積層材料の場合、完全に満足されず、とくに、誤差修正を行なった後の値は、木材部によるひずみ拘束が均一に、端部にまで及んでいると考えているわけで、自由端の値をゼロとするのは危険である。しかし、この場合に限って考えれば、末端部(B)の変形は、極めて小さく、したがって $\sigma_{xB}^c \doteq 0$ と考えてもよさそうである。

$\sigma_{xB}^c=0$ を基にして得られた $\overline{AB}$ 線上の σ_x^c の分布と、Fig. 14 の上の図の $\sigma_1^c - \sigma_2^c$ の分布を用いて、

$$\sigma_y^c = \sigma_x^c - (\sigma_1^c - \sigma_2^c) \cos 2\varphi \quad (32)$$

の関係から、 σ_y^c を算出した。このようにして求めた樹脂板の垂直応力 σ_x^c と σ_y^c の分布は、Fig. 15 に示すとおりである。

$\overline{AB}$ 線上の主応力の方向は、 x, y 軸の方向に一致しているから、(1)~(4)式によつて、木材の応力を導く際に、これらの式の脚符 1 の代わりに x を、2 の代わりに y を用いれば、最終的には、 $\sigma_1^c > \sigma_2^c$ に注意を払う必要なく算出できる。(この換算式は、塗膜と木材の応力関係式としてすでに報告²³⁾したものをを用いても同じ結論が得られる。)

これらの式を整理すれば、

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_{x0} - \int_{x0}^x \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dx \\ &= \sigma_{x0} - \sum_{i=x0}^x \frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta y} \Delta x \end{aligned} \quad (29)$$

で表わすことができるから、 $\overline{a_1b_1}$ 上の τ_{xy}^c と、 $\overline{a_2b_2}$ 上の τ_{xy}^c の差 $\Delta \tau_{xy}$ を求め、 $\Delta x / \Delta y$ (ここでは $=1$ にとつた) をかけたものを、 σ_x の既知の点 x_0 から求める点まで x 軸にそつて積算し、それに点 x_0 での σ_x の値 σ_{x0} に加えてやれば、求める点の σ_x が求まる。

この σ_{x0} の値としては、普通、自由境界における均合いから、Fig. 14 の A 点の値、

$$\sigma_{xA}^c = 0 \quad (30)$$

または B 点の値、

$$\sigma_{xB}^c = 0 \quad (31)$$

のどちらかを用いる。

ここでは、この両方を用いて x 軸上の σ_x^c の値を計算してみたが、 $\sigma_{xA}^c=0$ としたときは、積算された最後の σ_{xB}^c の値はかなり大きな負の値をもち、 $\sigma_{xB}^c=0$ を基にして計算すると、 σ_{xA}^c はかなり大きな正の値となり、両者同時に満足

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{1}{E^c} (C_1 \sigma_x^c - C_2 \sigma_y^c) \\ \sigma_y &= \frac{1}{E^c} (C_3 \sigma_y^c - C_4 \sigma_x^c) \\ C_1 &= E_x (1 - \mu^c \mu_{yx}) / \lambda \\ C_2 &= E_x (\mu^c - \mu_{yx}) / \lambda \\ C_3 &= E_y (1 - \mu^c \mu_{xy}) / \lambda \\ C_4 &= E_y (\mu^c - \mu_{xy}) / \lambda \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

となる。

Fig. 14 に仮定した $\mu^c=0.5$ と, Table 1 の値を用いると

$$\begin{aligned} C_1 &= 16.5 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2 \\ C_2 &= 7.9 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2 \\ C_3 &= 0.57 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2 \\ C_4 &= 0 \end{aligned}$$

となる。

このようにして, 木材中の AB 線 (Fig. 14) 上の割裂応力 σ_y の分布は, (33) 式の第2式から直ちに,

$$\sigma_y = C_3 \sigma_y^c / E^c$$

となつて, 樹脂層の x 方向の垂直応力 σ_x^c には無関係に求まる。この値を図示すれば, Fig. 16 のようになる。

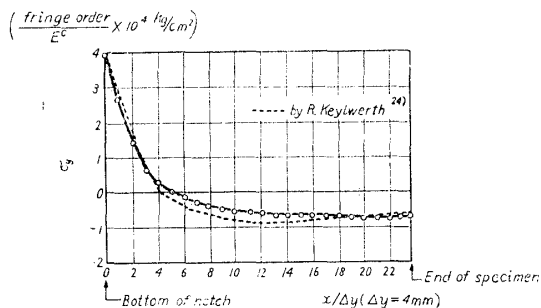


Fig. 16. Distribution of cleavage stress on the symmetrical plane of the wood specimen.

ること, 第3に, 樹脂層のポアソン比の仮定が適当でないこと, 最後に樹脂層の中に樹脂の硬化の進行のために, あるいは, 切削時の発熱のために, 残留応力が生じていること, などが考えられる。この中で, 最後の残留応力の問題については, この実験と並行して, 同じ試験片を同じ条件で作出し, 荷重をかけずに, 同じ時間静置した後, 樹脂層を切り出し, 偏光内に置いたところ, 1つの試験片から切り出された4枚の樹脂板の個々は勿論, 4枚を重ねたものについても, 応力状態は, 自由境界近くでも一様で, ほとんど無応力状態と考えてよいことがわかつたから, おそらく無視できると思う。また, (33) 式で明らかなように, この方向の応力

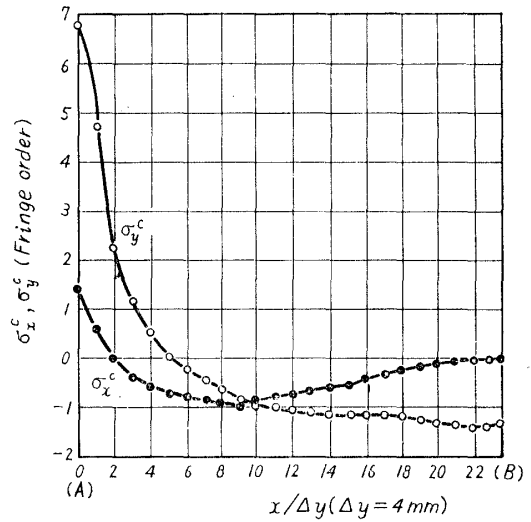


Fig. 15. Distribution of normal stresses σ_x^c , σ_y^c on the section $\overline{AB}$ of a resin lamina shown in Fig. 12.

一方, そのときの木材中の x 方向の応力 σ_x は (33) 式の第1式から求まるが, 残念なことに, ここで算出された値は, 自由境界における絶対の条件, $\sigma_{xA} = \sigma_{xB} = 0$ を満足しなかつただけでなく, 常識から非常にはずれた大きな値となつた。この原因として, 第1に樹脂層の自由境界の応力問題が, (25)式だけで, 完全に解決されていないこと, 第2に, 負荷中の樹脂層の応力緩和やクリープ, および光学的クリープなどの問題が, われわれの仮定では少し無理のある

は、木材の x 方向（繊維方向）の弾性係数のかかった値になつているから、 σ_x^e 、 σ_y^e の僅かな誤差によつて、結果はたちまち非常識な値となりかねない。これは、このような方法で、木材の応力を導き出す際に遭遇する不可避な問題である。この σ_x の値に比べて、 σ_y の方は、(33) 式からわかるように、 σ_x^e の影響をあまりうけないうえ、この測定法で分布状態が比較的正確に、かつ、はつきりと求まる σ_y^e の値に、大きく支配されることを考えると、上記のように σ_x の値に、すこぶる妥当性を欠きながらも、ある程度の正しさで、割裂応力を表現しているものと思われる。ちなみに、KEYLWERTH がひずみ計を用いて測定した結果²⁴⁾ を、比較換算して、Fig. 16 に記入すれば、点線のようになり、われわれの測定結果が、それ程不正確なものではないことがわかる。

今後は、より高い精度が得られるように、技術的な改良を重ねると共に、とくに自由境界の木材と樹脂層の応力関係について、より詳細な研究を行ない、また、負荷中のレオロジカルな諸問題を実験によつて解明して、合理的な測定法として確立したいと思う。なお、この常温で行なう方法の外に、二次転移点を越えるあたりの温度で行なう方法も考案し、実験結果も 2, 3 得られたが、原理的に、ここに示すものと特に変わるところはなく、技術的にも、普通の凍結法の踏襲であるから、ここでは省略した。また、それらの解析結果は、ここに示したものに比べて、熱応力の残留などのために必ずしも、満足すべきものではなかつた。

摘 要

従来行なわれている光弾性皮膜法と応力凍結法の原理を組合わせて、凍結サンドイッチ法とも云うべき、一つの光弾性実験法を案出し、その誤差を検討し、木材の応力解析例を示した。この方法は異方性材料の応力解析に有利であるが、その適用範囲は、対称面内の準 2 次元的な応力問題に限られる。

その原理は次のとおりである。すなわち、実物試験体中に、光弾性用樹脂の層をサンドイッチし、荷重を与えたとき生ずる樹脂層の複屈折性を、特殊なテクニックを用いて、荷重を除いた後においても、なお残留させる。除荷後、ただちに樹脂層を試験体から切り出して、2 次元透過型の光弾性測定を行なえば、試験体のひずみ状態が求まり、弾性定数を介して、応力状態を知ることができる。

光弾性皮膜法と同様に、この方法でも、自由境界の近くで、樹脂層の応力の「逃げ」が生じ、得られる光弾性縞次数に誤差が入る。この影響は、単純な応力状態については、(25) 式のような形で示される (Fig. 3 (a) (b) (c))。この式から明らかなように、応力の逃げによる影響は、樹脂層が薄くなればなるほど、自由境界の極く近くに限られ、測定精度は向上する。また、この方法では、切り出した樹脂板を幾枚も重ね合せて観察できるから、個々の層を極めて薄くしても、厚さ低下による感度不足はきたさない。この点が本法の大きな特徴である。

実例として、木材の割裂試験における応力分布の測定結果を示した。ここでは、樹脂層の応力縞を、常温で固定する特殊な方法を用いた。まず、Fig. 8 に示す材料に、アラルダイト H 樹脂を流し込み、半硬化の状態で、Fig. 9 に示す試験片を切り出し、直ちに破壊荷重の 70% の荷重を与え、荷重をかけたまま樹脂を硬化させ、網状構造の発達によつて、複屈折性を固定した。ついで、荷重を除いて、直ちに樹脂層を切り出し、Fig. 11 の装置で、光弾性縞の測定を行なつた。Photo. 1 はその等色線縞模様で、Fig. 2 は等傾線とそれから求めた主応力線図

(これは試験片の主ひずみ線図に等しい)である。また Photo. 2 と Fig. 13 は等方性材料について測定した結果で、これらを比較すると、木材における変形が、繊維に沿って、試片の末端まで拡がっている様子が明らかで、直交異方性の特徴がよく現われている。試片の対称面内の割裂応力の値を、上の測定結果から算出すれば、Fig. 16 のようになり、KEYLWERTH の結果とよく合っている。しかしこの面内の繊維方向の垂直応力を算出した結果は、常識からかなり離れた値となり、今後の検討を必要とする点である。

Summary

This is a proposal on a new photoelastic technique which originated in combining the photoelastic coating method with the technique of the stress-freezing, and by means of which the plane stress in the symmetrical plane of anisotropic body can be analysed. The error contained in this technique was also discussed and then an example of the stress analysis of wood by this technique was shown.

The principle of this technique is summarized as follows : If the photoelastic resin sheets are sandwiched in a specimen, and the double refraction which occurs in the resin sheets by loading, is forced to remain still after unloading with a special technique, the strain distribution in the specimen will be determined simply from the photoelastic observation of the resin sheets which cut out from the specimen just after the unloading. The stress distribution in the specimen is derived from this strain distribution with the elastic constants of the specimen. Thus, one can analyse the stress states in anisotropic bodies. Now, let us call provisionally the new technique "the Stress Freezing Sandwich Method".

The largest defect in this method is one due to the "escape" of stresses in the resin lamina near the free boundary, as same as in the photoelastic coating method (Fig. 1). The irregularity of the fringe order near the free boundary, can be approximately calculated from eq. (25) (Fig. 3 (a) (b) (c)).

As shown in the equation and the figures, the thinner the resin lamina used is, the narrower the area influenced by the stress escape near the free boundary becomes.

Though the photoelastic sensitivity is proportional to the thickness of the resin lamina, one can, in the present method, use the resin lamina as thin as possible preventing the decrease in the sensitivity, because the laminae cut out from the specimen can be piled up to a thickness sufficient for the photoelastic observation. This is one of the advantages claimed for this new method.

As an example of its application, the stress distribution in the standard wood cleavage test specimen was analysed with the aid of a special technique to fix the stress patterns in the resin lamina at room temperature. The procedure and the result were summarized as follows :

First, Araldite H resin (epoxy resin) was poured into a wood block shown in Fig. 8 (b), and at the early stage of the curing the block was cut and shaped into a

cleavage test specimen shown in Fig. 9, and then three quarter of the breaking load was applied. The double refraction in the resin laminae was fixed with development of the network structure of the resin. The resin laminae were cut out from the specimen immediately after unloading, and they piled up and photoelastic observation was carried out.

The isochromatic-fringe pattern is shown in Photo. 1 and the isoclinics and the stress trajectories are sketched in Fig. 12. To compare them with the case of isotropic body, isotropic specimen made of araldite H resin was tested and the results are shown in Photo. 2 and Fig. 13. Comparing these photographs and also figures respectively, the characteristic of orthotropy in wood specimen is shown obviously by fringe pattern and stress trajectories whose shapes are strongly extended in the grain direction.

The cleavage stress in the symmetrical plane of the wood specimen was calculated from isochromatics and isoclinics of the resin lamina by shear difference method and with elastic constants of wood. The values are plotted in Fig. 16 and are in good agreement with the KEYLWERTH's result²⁴⁾. But, on the other hand, the normal stress in the grain direction was absurd value, and the reason of this absurdness was not full explained and it remained to be discussed in the future.

文 献

引 用 文 献

- 1) HORRIDGE, G. A., Brit. J. Appl. Phys., **6**, 314 (1955).
- 2) 林 毅, Proc. I. U. T. A. M. Symposium on "Non-Homogeneity in Elasticity and Plasticity", Warsaw, Pergamon, 501 (1958). 応用物理, **31**, 808 (1962).
- 3) 河田幸三, 航空学会誌, **4**, 31, 197 (1956).
- 4) 林 卓夫, 機械学会論文集, **26**, 1320 (1960).
- 5) 高橋 徹, 木材学会誌, **10**, 49, 55, 176 (1964), **11**, 7, 83 (1965).
- 6) SCHWEIHOFFER, J., Experimental Mechanics, **1**, 198 (1961).
- 7) KOLLMANN, F. u. R. HILTSCHER, Holz als Roh- u. Werkst., **13**, 209 (1955).
- 8) 河田, 鈴木, 科研報告, **33**, 177 (1957).
- 9) 久保田広, J. Opt. Soc. Am., **47**, 1121 (1957). H. L. TARDY, Rev. d'Opt., **7**, 59 (1929) など.
- 10) LAMBLE, J. H. and S. E. A. BAYOUMI, Advance Copy, Inst. Mech. Engr. (1953). 文献12より.
- 11) 湯浅亀一, 松田 弘, 材料, **14**, 413 (1965).
- 12) 辻 二郎, 西田正孝, 河田幸三, 光弾性実験法, 日刊工業, 118 (1965).
- 13) FILON, L. N. G., Engineering **19**, 511 (1923).
- 14) FROCHT, M. M., Photo elasticity, **2**, 333, John Wiley, (1948).
- 15) FADLE, J., Ingenieur-Archiv, **11**, 125 (1940).
- 16) 森 忠次, 京大工研報告, **11**, 99 (1961).
- 17) 小島陽之助, 井上幸彦, 工化雑誌, **61**, 39, 1108 (1958).
- 18) ALECK, B. J., J. Appl. Mechanics, **16**, 118 (1949).
- 19) DURELLI, A. J. and C. H. TSAO, J. Appl. Mechanics, **22**, 190 (1955).
- 20) 森 忠次, 応用物理, **31**, 837 (1962).
- 21) 奥田克己, 造船協会会報第56号 文献12より.
- 22) KOLLMANN, F., Technologie und Holzes u, Holzwerkst. **2**, Spriger, Ber., 681 (1951).

- 23) 佐々木光, 満久崇磨, 木材研究34号, 142 (1965).
24) KEYLWERTH, R., Holz als Roh- u. Werkst. 7, 72 (1944).

その他参考にした文献

- FROCHT, M. M., Photoelasticity, John Wiley, 1, (1941), 2, (1948).
HETÉNYI, M., Handbook of Experimental Stress Analysis, John Wiley (1950).
COKER, E. G. and L. N. G. FILON, A Treatise on Photo-Elasticity, Cambridge Univ. Press (1931).
DURELLI, A. J., E. A. PHILLIPS and C. H. TSAO, Introduction to the Theoretical and Experimental Analysis of Stress and Strain, McGraw-Hill (1958).
応力測定技術研究会編, 応力測定法, 朝倉 (1955).
湯浅亀一, 材料力学 (中), コロナ (1956).
辻 二郎, 西田正孝, 河田幸三, 光弾性実験法, 日刊工業 (1965).