

単一出口における粒状体の流れやすさの研究

Study of granular flow through a hopper

東京農工大学・工学教育部 民部 剛 (Takeshi Mimbu)

佐野 理 (Osamu Sano)

Tokyo University of Agriculture and Technology

1. はじめに

化学工業や農業, 土木など多くの分野で, 粒状体を流すロート状の装置はホッパーと呼ばれている. このホッパーにおいて, 現在でも解明されていない問題が多く存在する. 例えば, 出口の幅が粒状体の直径の5倍程度より小さい時に粒状体が流れ出ず目詰まりを起こす現象, 断続的に流出する過程, ホッパーの角度と流量の関係, 粒状体の形の効果, など. これらは日常的な重要性をもつ一方で, その研究に投資することが経済的に見合わないなどの原因で長年にわたり放置されていた¹⁾. そのために, 物理の対象として研究が進められるようになったのは比較的最近のことである. とりわけ, ホッパーを流れる砂の密度分布の違いを X 線照射を用いて解明した G.W.Baxter らによる研究²⁾や, ホッパーを流れていく穀類が作るパターンの時間発展を明らかにした G.W.Baxter & R.P.Behringer による研究³⁾, 密度波や目詰まりとの関係に焦点をあてた研究⁴⁾, またホッパーの開き角が小さい場合の定常流, 間欠流, 定常波およびそれらの決定条件を論じた研究⁵⁾, などは注目に値する. 他方, ホッパーの角度を0に近づけた場合のチャンネルや管内の流れ⁶⁾は, 粒状体の輸送や交通流への応用に結びつくこともあり, これも研究が急速に進展している. さらにホッパーの流れに及ぼす振動の効果⁷⁾などへの発展も進められている. ここでは対象を有限な角度をもつホッパーに絞り, 粒状体の数, 出口に向かう粒状体の勢い, 出口の幅, ホッパーの角度などを変えたときに, 粒状体全体としての流れやすさや, その中で個々の粒子の挙動がどのようにになっているかを議論する. 系全体の振動は考えない.

2. 実験装置

今回使用した粒状体は、TOKYO MARUI 社の直径 6 mm、重さ 0.12 g のプラスチック球（いわゆる B.B.弾）である。本実験で用いた実験装置の概略図を図 1 に示す。この本体の構造は、たて 320 mm、よこ 470 mm、厚さ 5 mm のアクリル板 2 枚の間に厚さ 6 mm の木製の板を挟み、G 型クランプで四方を固定したものである。使用した粒子の直径が 6 mm なので、本実験では 2 次元の粒状体の挙動を観測していると考えられる。

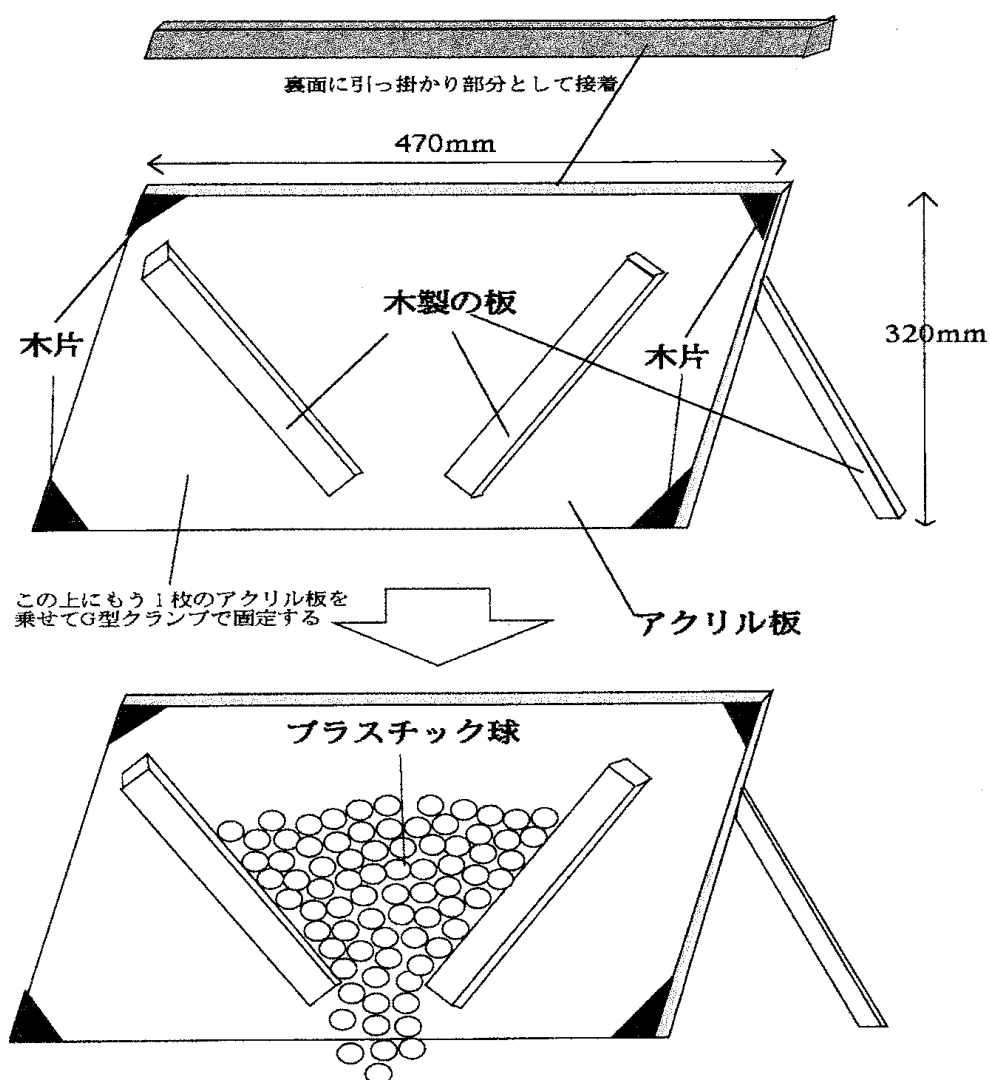


図 1. 実験装置本体の概略図

次に、測定装置の概略図を図2に示す。

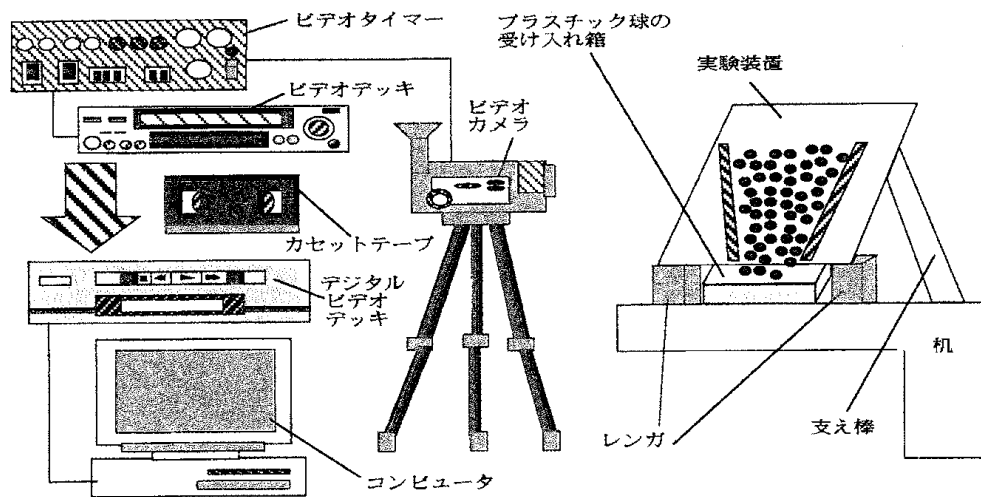


図2. 測定装置概略図

図3に、実験で使用する文字を記す。また、実験で使用する球の総数を c (今回は $c=1000$ 粒に設定した), その直径を d ($=6\text{ mm}$) とおく。

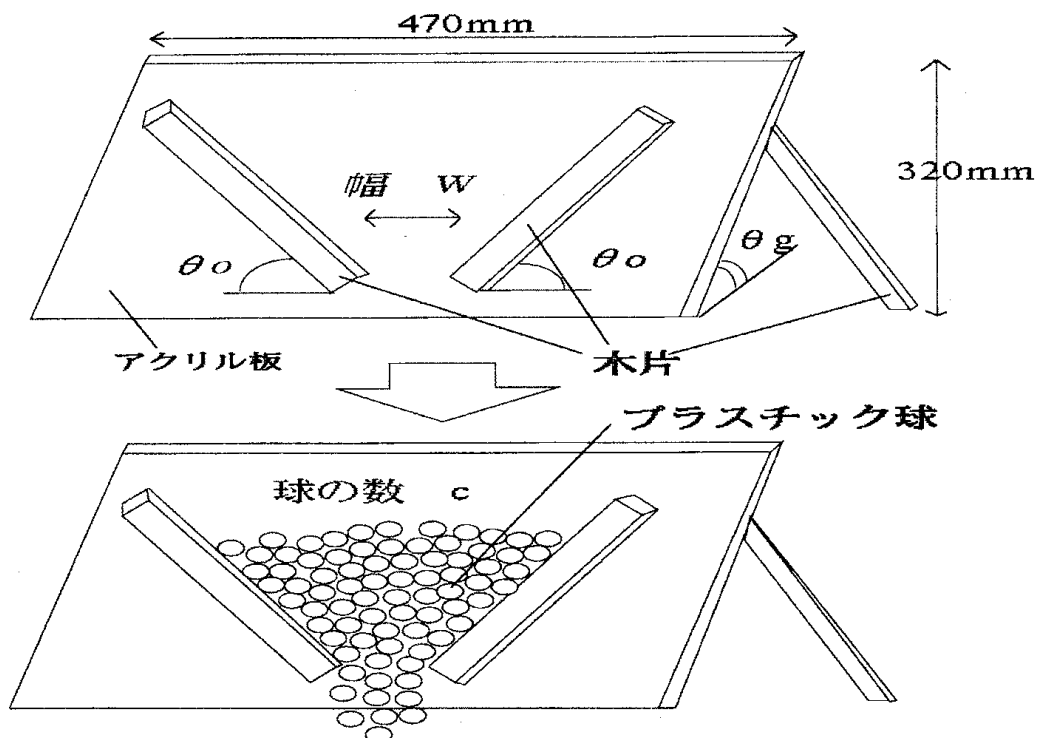


図3. 設定条件の定義

今回は $\theta_o = \{30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ\}$, $W/d = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, $\theta_g = \{30^\circ, 45^\circ, 60^\circ\}$ の $4 \times 5 \times 3 = 60$ 通りの実験条件で出口の通過時間 t_f を測定する. 予備実験から, 通過時間 t_f と粒子総数 c が比例することが確かめられているので c は固定する.

3. 実験結果

通過時間の実験例を図4に示す. $\theta_g = 30^\circ, 60^\circ$ についても同様の結果を得る.

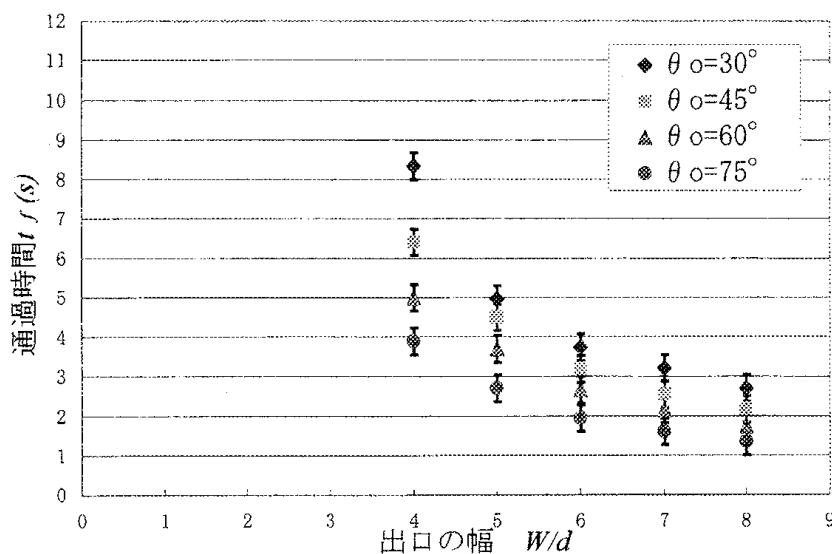


図4. 出口の幅 W/d -通過時間 t_f ($\theta_g = 45^\circ$)

4. 通過時間の実験式

以上の実験結果から, 各実験条件と通過時間 t_f の関係を実験式として導出する.

まずはじめに, 図4および同様の実験から, 出口の幅 W/d が広くなるほど, 通過時間 t_f が短くなっていることがわかる. その関係は, おおよそ反比例と予想される. また, 出口の幅 $W/d \div 2$ で漸近線を取っているように見える. そこで, 通過時間 t_f と出口の幅 W/d の関係を以下の様に仮定する.

$$t_f = \frac{A}{\left(\frac{W}{d} - b\right)} \quad (b \div 2) \quad \dots\dots\dots ①$$

次に、①式に装置自体の傾き θ_g の効果を考慮する。実験では装置自体の傾き θ_g が大きくなると通過時間 t_f が短くなっている。これは、斜面に平行な重力の成分 $g \sin \theta_g$ が粒子の運動に反映した結果と考えられるので、①式を拡張して

$$t_f = \frac{a}{\left(\frac{W}{d} - b\right) \sin \theta_g} \dots\dots\dots ②$$

とする。②式を

$$\frac{W}{d} = a \frac{1}{t_f \sin \theta_g} + b,$$

すなわち

$$Y = aX + b, \quad \text{ただし } Y \equiv \frac{W}{d}, \quad X \equiv \frac{1}{t_f \sin \theta_g} \dots\dots\dots ③$$

と変形し、グラフの傾きから a を、切片から b を導く。

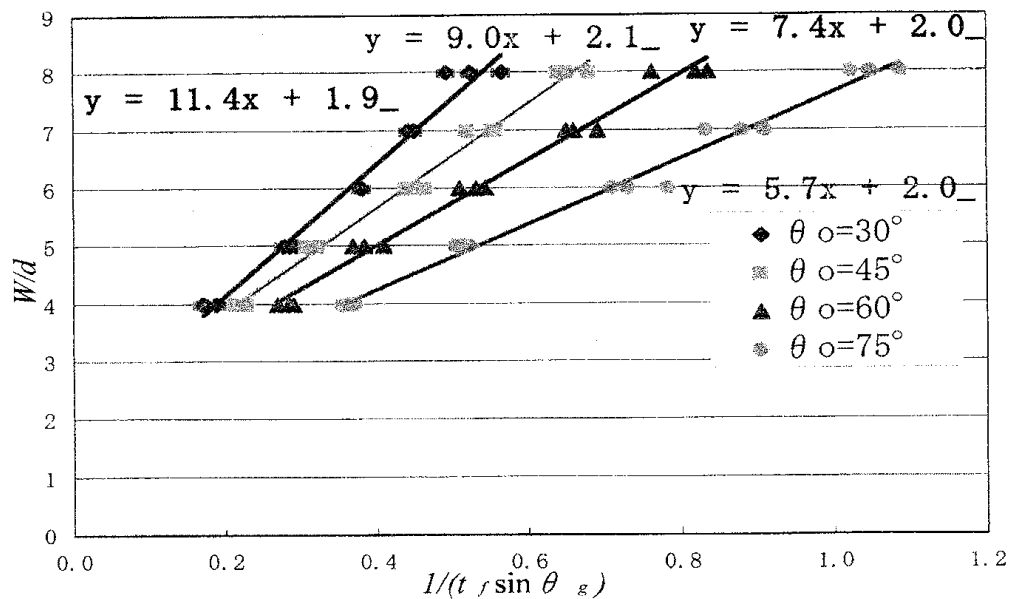


図5. 傾きと切片からの係数導出

$\theta_o (^{\circ})$	a	b
30	11.4	1.9
45	9.0	2.1
60	7.4	2.0
75	5.7	2.0

表1. 板の開き角度 θ_o と係数 a, b の関係

以上の結果から、

- 1) 係数 b については実験誤差の範囲内で $b=2.0$ と結論付けられる。
- 2) 係数 a と θ_0 との関係については、まだ十分に説明がついていない。これは今後の大きな課題である。

以上より、実験式として $t_f = \frac{a}{\left(\frac{W}{d} - 2.0\right) \sin \theta_g}$ ④ を得る。

実験データに実験式を当てはめたものを図6に示す。

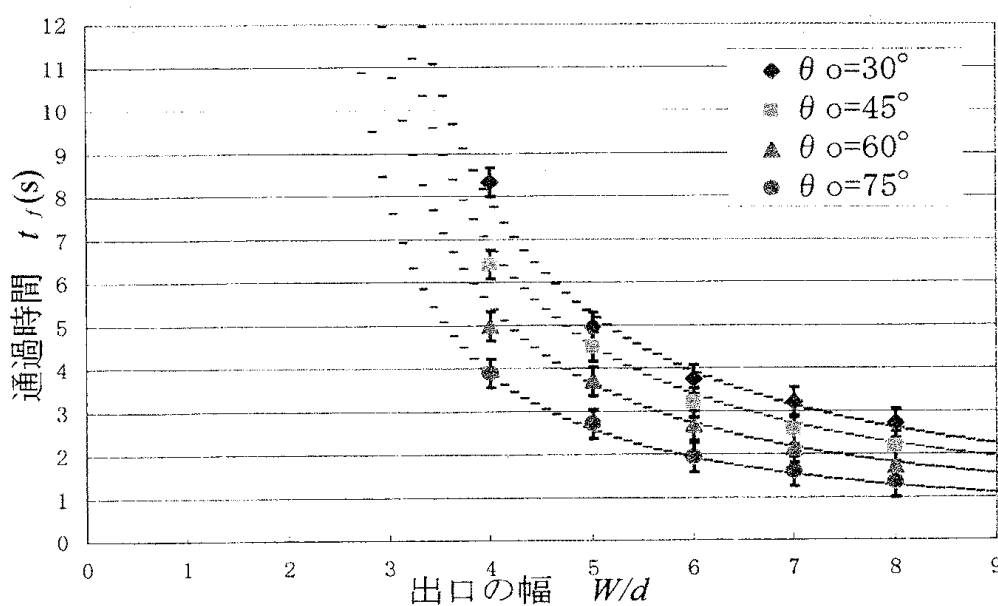


図6. 出口の幅 W/d -通過時間 t_f ($\theta_g = 45^\circ$)

5. 粒状体粒子の通過時間

これまでは、粒状体全体（1000粒）の通過時間を示した。次に、粒状体全体の中で、どの部分がどのような振る舞いをしているのか（つまり、個々の粒状体はどのように振る舞っているのか）について実験結果を示す。

Case I : $\theta_o = 30^\circ$, $W/d=6$, $\theta_g = 45^\circ$

トレーサー粒子の初期位置は図7に示した通りである。

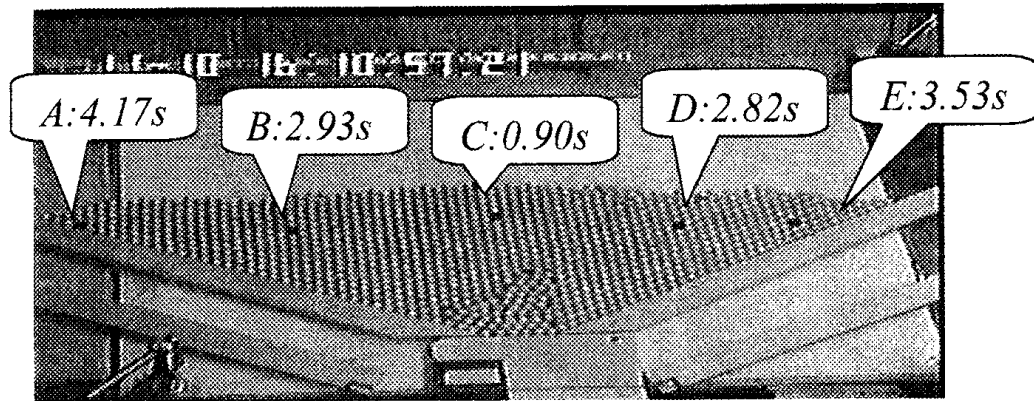


図7. 各トレーサーの通過時間 ($\theta_o=30^\circ$, $W/d=6$, $\theta_g=45^\circ$)

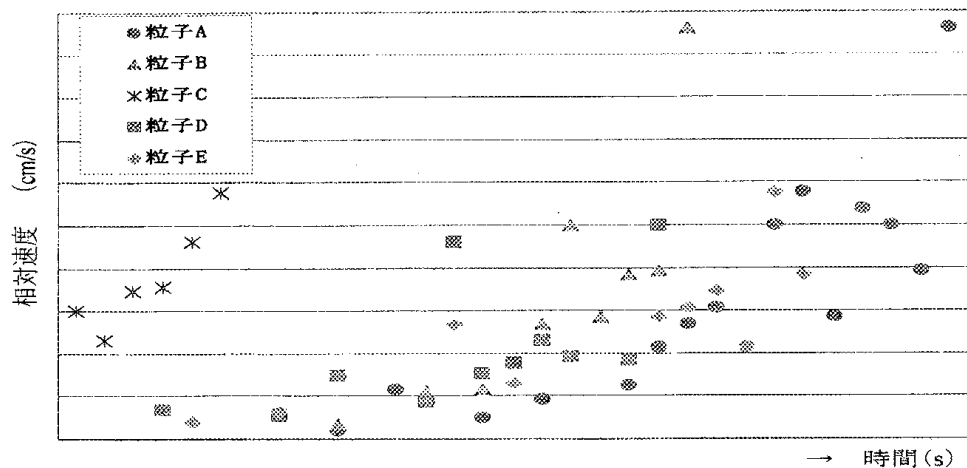


図8. 各時刻における相対速度 ($\theta_o=30^\circ$, $W/d=6$, $\theta_g=45^\circ$)

図7, 8より, この実験条件 ($\theta_o=30^\circ$ が主因と推測) では, 流出開始直後に, まず出口の鉛直上方にある粒状体が, 他の粒状体の動きを制して, 出口を通過していることがわかる。

そして, 出口の鉛直上方にある粒状体が抜け切った後に, 隣接した領域にある粒状体が後を追って抜け出していることも見て取れる。

Case II : $\theta_o = 60^\circ$, $W/d = 6$, $\theta_g = 45^\circ$

トレーサー粒子の初期位置は図9に示した通りである。

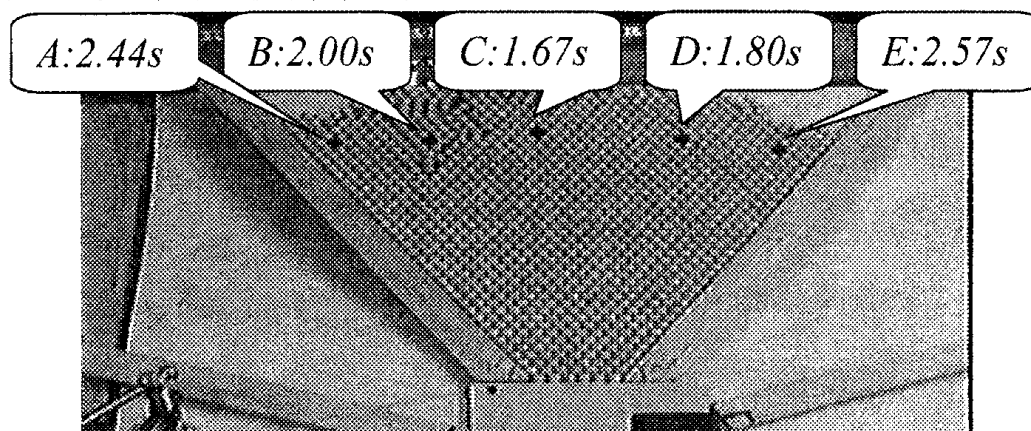


図9. 各トレーサーの通過時間 ($\theta_o = 60^\circ$, $W/d = 6$, $\theta_g = 45^\circ$)

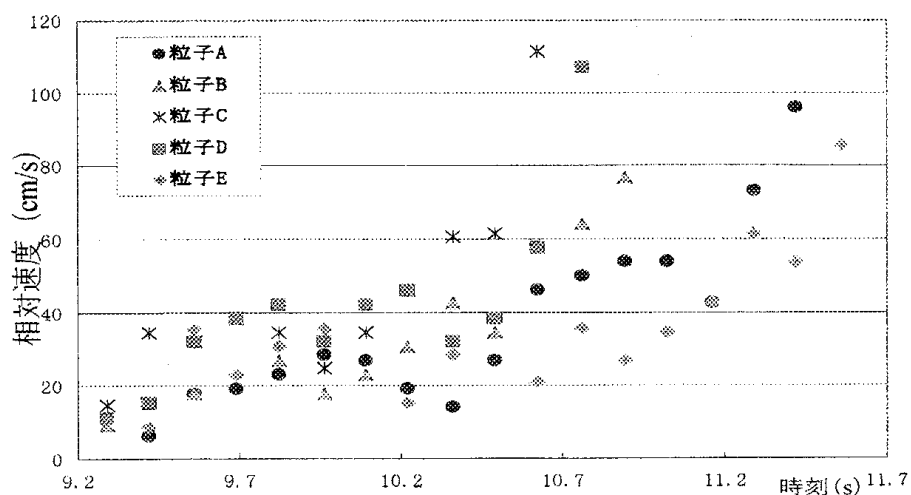


図10. 各時刻における相対速度 ($\theta_o = 60^\circ$, $W/d = 6$, $\theta_g = 45^\circ$)

図9, 10より, この実験条件 ($\theta_o = 60^\circ$ が主因と推測) では, $\theta_o = 30^\circ$ のときの粒状体の振る舞いとは異なり, どの位置にある粒状体も, ほぼ同じ振る舞いをし, ほぼ等しい通過時間を記録している. また実験中, この粒状体の集合が作る領域の上面の輪郭は, ほとんど崩れることなく水平を保ったまま下降していった. 特に $\theta_o = 60^\circ$ の場合には, その粒状体の集合が作る領域が正三角形になり, 各粒状体が周りの粒状体に及ぼす力の成分が全領域にわたって, 等しく作用するためにこのような振る舞いをしたのではないかと考えられる.

6. 考察

実験式に関して、通過時間 t_f で分母が $(W/d-2.0)$ となっている（つまり、出口の幅から2列分を考慮しない理由）のは、両端2列について『周囲のプラスチック球の影響よりも、木製の板から受ける影響の方が非常に大きいため』と考えられる。

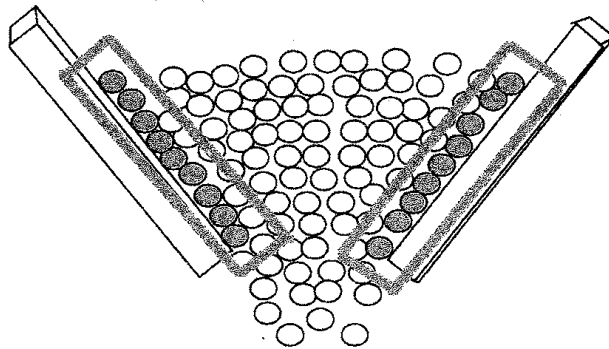


図11. 両端2列の粒状体の振る舞いイメージ

7. まとめ

実験式導出で、（未完成ながらも）方向性を示すことができた。

$$t_f = \frac{a}{\left(\frac{W}{d} - 2.0\right) \sin \theta_s}$$

この式についての補足説明

- ・ a と θ_s の関係（表1参照）についてはまだわかっていない.
- ・ W/d の適用範囲は $W/d = 4$ 以上で確認済み.
- ・ $W/d = 3.5$ でも $\theta_s = 60^\circ, 75^\circ$ は流れきる場合あり.
- ・ $\theta_s = 15^\circ$ では（どのような W/d や θ_s でも）測定不能.
- ・ θ_s によって流れ方に違いはあるが、数値化できてはいない

8. 今後の課題

- ・ 実験式でまだ未解決の係数 a と出口の開き角度 θ_0 の関係性を明らかにする.
- ・ 粒状体の流れが止まる条件を見つける
- ・ 粒状体の流れが止まるメカニズムそのものを探究する
- ・ 他の材質, 形状の粒状体や他の実験装置での実験を試みる

参考文献

- 1) J.デュラン『粉粒体の物理学』(中西秀, 奥村剛 訳, 吉岡書店, 2002).
- 2) G.W.Baxter, R.P.Behringer, T.Fagert & G.A.Johnson: *Phys. Rev. Lett.* **62**(1989)2825.
- 3) G.W.Baxter & R.P.Behringer: *Phys. Rev. A* **42**(1990)1017.
- 4) G.H.Ristow & H.J.Herrmann: *Phys. Rev. E* **50** (1994) R5-R8; K.To, P.-Y. Lai & H.K.Pak: *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 71-74; K.To: *Phys. Rev. E* **71** (2005) 060301, など.
- 5) C.T.Veje & P.Dimon: *Phys. Rev. E* **54** (1996) 4329-4337; S.Horluck & P.Dimon: *Phys. Rev. E* **60** (1999) 671-686; *ibid* **63** (2001) 031301, など.
- 6) 例えば A.Nakahara & T.Isoda: *Phys. Rev. E* **55** (1997) 4264-4273; O.Moriyama, N.Kuroiwa, M.Kanda & M.Matsushita: *J.Phys.Soc.Jpn.* **67** (1998) 1603-1615; O.Moriyama, N.Kuroiwa, M.Matsushita & H.Hayakawa: *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 2833-2836; J.-C.Tsai, W.Losert, G.A.Voth & J.P.Gollub: *Phys. Rev. E* **65** (2001) 011306; M.Hou, W.Chen, T.Zhang & K.Lu: *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003) 204301, およびその reference.
- 7) 例えば K.Lindemann & P.Dimon: *Phys. Rev. E* **62** (2000) 5420-5431.; C.R.Wassgren, M.L.Hunt, P.J.Freese, J.Palamara & C.E.Brennen: *Phys. Fluids* **14** (2002)3439-3448, およびその reference.