

ジョセフソン効果とは

The Josephson Effect from a Fundamental Point of View

鈴木 実

Minoru Suzuki

京都大学大学院工学研究科

Department of Electronic Science and Technology, Kyoto University

1. 超伝導と巨視的量子効果

ジョセフソン効果¹⁾は、ケンブリッジ大学の大学院生でピパード (A. B. Pippard) の学生だったジョセフソン (Brian D. Josephson) が 1962 年に理論的に予言した効果である。ジョセフソンが 22 歳の時である。絶縁層を介した 2 つの超伝導体において、絶縁層をトンネルして流れる超伝導電流が位相 θ に比例する (実際は $\sin \theta$) という内容は当時すぐには理解されなかったようであるが、これはロンドン (Fritz London) が予言した $|\psi|e^{i\theta}$ で表される巨視的量子効果の発現としての位相を示すものであった²⁾。

超伝導状態は、電子対が相関を持って電子系の剛体としてふるまう現象である。その状態は $\psi = |\psi|e^{i\theta}$ のような 1 つの波動関数として振る舞い、その確率振幅は超伝導体内で一定になり位相が変化する。Ginzburg-Landau 理論においては超伝導現象は秩序状態でその秩序パラメータ Ψ (または Δ) (superconducting order parameter) は ψ に等しく、その絶対値の二乗は超流動濃度を示す。ジョセフソンはジョセフソン効果の関係式を微視理論で導いたがその帰結するところは巨視的量子効果と密接に関係している。

ジョセフソンの理論は超伝導電流がトンネル確率 T でトンネルすることを予言したものであったが、BCS 理論を創り上げたバーディーン (J. Bardeen) からはトンネル層にはクーパ対はあり得ない、と認められることはなかった³⁾。しかし、誤っていたのはバーディーンの方であり、ジョセフソン効果は翌年アンダーソンとロウエル (P. W. Anderson, J. M. Rowell) によって実験で確認された⁴⁾。

超伝導のエレクトロニクス応用には電気抵抗 0 という性質を利用する場合と量子効果を応用する場合があるが、後者は以下に述べる理由によってジョセフソン効果があつてはじめて可能である。

2. ジョセフソンの関係式

ジョセフソン効果は次の 2 つのいわゆるジョセフソンの関係式で表される。

$$I = I_1 \sin \theta \quad (1)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{2e}{\hbar} V \quad (2)$$

(1)式は 2 つの超伝導体がトンネル絶縁層を介して位相差 θ を有するときに $I_1 \sin \theta$ の電流が流れることを意味しており直流ジョセフソン効果と呼ばれる。一方、(2)式はトンネル障壁層に直流電圧 V が印加されるとそれに比例する高周波電流が流れることを意味しており、交流ジョセフソン効果と呼ばれる。この 2 つの式は後にファインマン (R. P. Feynman) が巨視的な波動関数を用いてよりエレガントに

導いている⁵⁾。これがどのようにエレクトロニクスに関わってきて重要な意味をもつようになるかは波動関数の位相を考えればわかる。

3. 位相とベクトルポテンシャル

量子力学では、波動関数の位相 θ は作用を S とするとき $\theta = S/\hbar$ で表される、ということが基本原理である⁶⁾。この関係式からシュレーディンガーの波動力学やハイゼンベルクのマトリックス力学と等価な量子力学を構成することができる。作用はラグランジアン L を時間積分して得られる。電磁場がある時には $L = T - V + e^* \mathbf{v} \cdot \mathbf{A}$ となる。ここで、 T は運動エネルギー、 V はポテンシャル、 e^* は電荷、 $\mathbf{v}$ は速度、 $\mathbf{A}$ はベクトルポテンシャルである。これからベクトルポテンシャルに着目して T と V を省略して作用 S を求めると以下ようになる。

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{S}{\hbar} = e^* \int \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{A}}{\hbar} dt = e^* \int \frac{\mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}}{\hbar} = e^* \int \frac{\text{rot } \mathbf{A}}{\hbar} dS = e^* \int \frac{\mathbf{B}}{\hbar} dS \\ &= \frac{e^* \Phi}{\hbar} = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \end{aligned}$$

ここで $\mathbf{B}$ は磁束密度、 Φ は積分路を貫く磁束、 $\hbar$ は Planck の定数 h をで割ったもので $\hbar = 1.504 \times 10^{-34}$ Js であり、 $\Phi_0 = h/e^* = h/2e = 2.07 \times 10^{-15}$ Wb は磁束量子である。 $\hbar$ や Φ_0 は非常に小さい量で、特に Φ_0 は自然界に存在する最小のエネルギー単位と言われる。つまりこの式は非常にわずかに磁束やベクトルポテンシャルが変化しただけで位相は大きく変化するということを示している。

4. ジョセフソン効果の意義

このように巨視的量子効果を示す超伝導の位相はベクトルポテンシャルにより大きな変化を示す。つまり微小信号に対して極めて感度の高い応答をするわけであるが、その変化を取り出す術がない。たった一つあるのがジョセフソン効果で(1)式(2)式を使えば電流に変換することができる。一旦、電流に変換できれば現在のエレクトロニクスによりほぼ思いのまま処理できることとなる。つまりジョセフソン効果は超伝導現象における巨視的量子効果の位相を取り出す現在のところ唯一の手段であるということである。ジョセフソン効果の意義はまさにここにある。

- 1) B. D. Josephson, Phys. Lett. **1**, 251 (1962).
- 2) F. London, Phys. Rev. **74**, 562 (1948).
- 3) D. G. McDonald, Physics Today **54**, 46 July (2001).
- 4) P. W. Anderson, J. M. Rowell, Phys. Rev. Lett. **10**, 230 (1963).
- 5) ファインマン「ファインマン物理学 V 量子力学」.
- 6) ファインマン/ヒップス「量子力学と経路積分」