

# コンクリートダムの耐震設計に関する一私案 (第 1 報)

畑 中 元 弘

## A RECOMMENDATION ON THE EARTHQUAKE RESISTANT DESIGN OF CONCRETE DAMS (Part I)

by Dr. Eng. Motohiro HATANAKA

### Synopsis

In the current earthquake resistant design of gravity dams, a seismic coefficient of constant magnitude and of uniform distribution along the height, which is based on the same static consideration as that taken in the design of other common structures, is used. This paper discusses, from the dynamical view point, on the seismic coefficient of design based on the so-called "method of seismic coefficient", and on the analysis of natural periods and modes of structures, on which the seismic coefficient of design is based. Finally, a recommendation on the earthquake resistant design for dams is proposed.

### ま え が き

Gravity ダムの耐震設計を行う場合、現在では堤体を弾性体と仮定し、しかも微少亀裂をも生ぜしめないという方針がとられている。したがって堤体の自重を考慮しなければ振動により引張り応力を生じるが、地震による堤体の振動を考える場合、弾性振動としての取り扱いが許されるものと考えられる。

いわゆる震度法によつて地震時における構造物の安定計算を行う場合、理論的設計震度はその構造物の振動時の撓み曲線に比例したものとなり、震度の絶対値は構造物の固有周期、減衰性と地震動の形によつて定まる。したがって設計震度に関する研究においては、まづ構造物の固有周期、減衰性およびその振動形すなわち mode を知る必要がある。

本文ではまづ震度に関する一般論を述べ、次に Gravity ダムあるいは Hollow gravity ダムの振動性状は曲げ—せん断振動の理論でよく説明できることを明らかにし、最後に設計震度の一私案を示した。

### 1. 設 計 震 度

#### (1) 1 質点系の震度

1 質点系構造物の振動は Fig. 1 に示すごとく、 $u$  を基礎を原点とした移動座標より測つた変位、 $M$  を質量、 $k$  をバネ常数、 $u_0$  を地動として次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{u} + ku &= -M\ddot{u}_0 \\ \ddot{u} + n^2 u &= \alpha(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{ただし} \quad n^2 = k/M \quad \alpha(t) = -\ddot{u}_0.$$

いま初期条件を

$$(u)_{t=0} = (\dot{u})_{t=0} = 0, \dots\dots\dots (2)$$

とすれば (1) 式の解は

$$u = \frac{1}{n} \int_0^t \alpha(u) \sin n(t-\tau) d\tau, \dots\dots\dots (3)$$

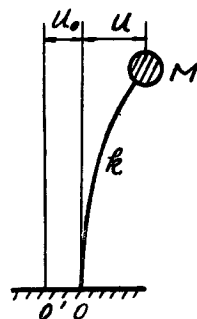


Fig. 1

となり、したがって、(3)式の  $u$  と同一撓みを生じせしめるために  $M$  に水平に静的に加えるべき力を  $Mg$  で除した値、すなわち震度  $K_0$  は

$$K_0 = \frac{n}{g} \int_0^t \alpha(\tau) \sin n(t-\tau) d\tau, \dots\dots\dots (4)$$

で表わされる。

なお速度減衰のある場には、(1)式の第1式左辺に減衰力  $D\dot{u}$  を導入し、(4)式は次のようになる。

$$K = \frac{n^2}{g\omega} \int_0^t e^{-\varepsilon(t-\tau)} \alpha(\tau) \sin n(t-\tau) d\tau, \dots\dots\dots (5)$$

ただし  $\varepsilon = D/2M$ ,  $\omega = \sqrt{n^2 - \varepsilon^2}$  である。

(2) Rocking を伴う1質点系の震度<sup>1),2)</sup>

地盤の影響を考慮した最も簡単な1例として、前記1質点系構造物が Fig. 2 に示すように Rocking を伴う場合、運動の方程式は

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{u} + ku + Mh\ddot{\theta} &= -M\ddot{u}_0 \\ Mh\ddot{u} + Mh^2\ddot{\theta} + c\dot{\theta} &= -Mh\ddot{u}_0, \end{aligned} \right\}, \dots\dots\dots (6)$$

で表わされ、上式より  $\theta$  を消去すれば

$$\left. \begin{aligned} \ddot{u} + n_r^2 u &= A\alpha(t) \\ \theta &= kku/c \end{aligned} \right\}, \dots\dots\dots (7)$$

となる。

ただし

$$n_r^2 = n^2 A,$$

$$n^2 = k/M, \quad A = 1/\{1 + (kh^2/c)\}, \text{ または } 1/\{1 + (\eta/\delta)\},$$

$\eta$ : 基礎が固定の場合、質量  $M$  に単位荷重を加えたときのその点の撓み,

$\delta$ : 基礎が回転変形のみをする場合の同上の値,

である。

(2) 式を満足する (7) 式の解は

$$u = A \frac{1}{n_r} \int_0^t \alpha(\tau) \sin n_r(t-\tau) d\tau, \dots\dots\dots (8)$$

また固有周期  $T_r$  は

$$T_r = T_0 \sqrt{1 + kh^2/c}, \text{ または } T_r = T_0 \sqrt{1 + \eta/\delta}, \dots\dots\dots (9)$$

で表わされる。ただし  $T_0$  は Rocking しない場合の固有周期で  $T_0 = 2\pi/n$  である。

したがってこの場合の震度  $K_r$  は

$$K_r = \frac{n_r}{g} \int_0^t \alpha(\tau) \sin n_r(t-\tau) d\tau, \dots\dots\dots (10)$$

となり、(10)式の  $K_r$  と (4)式の  $K_0$  とを比較すれば明らかなように、(4)式に対する加速度あるいは震度 Spectrum は、 $T_0$  のかわりに (9)式の  $T_r$  を用いればそのまま使用できることがわかる。

なお Fig. 2 において地盤に  $F\ddot{\theta}$ 、構造物に  $D\dot{u}$  なる減衰力が働く場合には (6)式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{u} + Du + ku + Mh\ddot{\theta} &= -M\ddot{u}_0 \\ Mh\ddot{u} + Mh^2\ddot{\theta} + F\ddot{\theta} + c\dot{\theta} &= -Mh\ddot{u}_0 \end{aligned} \right\}, \dots\dots\dots (11)$$

上式の解はやはり Analog computer の類によらなければならないが、この場合震度は (4), (5)式の  $K_0$ ,  $K$  と (10)式の  $K_r$  とからその大要を推察することができる。

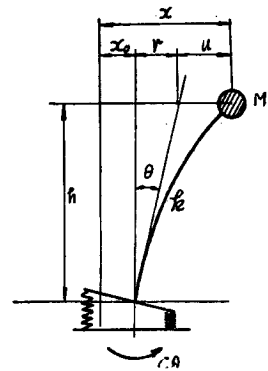


Fig. 2

## (3) 多質点系の震度

Fig. 3 において、 $k_{ij}$  を  $j$  点に単位撓み  $u_j=1$  を与えるために  $i$  点に加えるべき力とすれば、運動方程式は次のようになる。

$$M_i \ddot{u}_i + \sum_j k_{ij} u_j = -M_i \ddot{u}_0^3, \dots\dots\dots (12)$$

また外部抵抗  $\gamma_{ei} \dot{u}_i$ 、内部抵抗  $\gamma_i \dot{u}_k$  がある場合には (12) 式は次のようになる。

$$M_i \ddot{u}_i + \gamma_{ei} \dot{u}_i + \sum_j k_{ij} \left(1 + \gamma_i \frac{d}{dt}\right) u_k = -M_i \ddot{u}_0. \dots\dots\dots (13)$$

初期条件 (2) 式を満足する (13) 式の解は

$$\begin{aligned} u_i &= \sum_s \beta_s \ddot{u}_{si} q_s \\ &= \sum_s \ddot{u}_{si} \frac{\beta_s}{\omega_s} \int_0^t e^{-\varepsilon_s(t-\tau)} \alpha(\tau) \sin \omega_s(t-\tau) d\tau, \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} \beta_s &= (\sum_i M_i \ddot{u}_{si}) / (\sum_i M_i \ddot{u}_{si}^2), \quad \omega_s = \sqrt{n_s^2 - \varepsilon_s^2}, \\ n_s^2 &= \sum_j \{ (k_{ij} \ddot{u}_{sj}) / (M_i \ddot{u}_{si}) \}, \quad \varepsilon_s = 1/2 \cdot \{ (\gamma_{ei}/M_i) + (\gamma_i/n_s^2) \}, \\ \alpha(t) &= -\ddot{u}_0, \end{aligned}$$

である。したがって震度  $K_i$  は

$$K_i = \sum_s \frac{n_s^2}{g \omega_s} \beta_s \ddot{u}_{si} \int_0^t e^{-\varepsilon_s(t-\tau)} \alpha(\tau) \sin \omega_s(t-\tau) d\tau, \dots\dots\dots (15)$$

で与えられる。

(4) 連続体の震度<sup>4)</sup>

(3) で述べたところから明らかなように、移動座標で表わした連続体の振動形  $u$  は、曲げ変形、せん断変形および両者が同時に起る場合をとわず一般に次式で表わすことができる。

$$u = \sum_n \sum_s C_{ns} X_{ns} Y_{ns} T_{ns}, \dots\dots\dots (16)$$

ただし

$C_{ns}$  : 構造物の性質によつて定まる常数で、各次 mode の相対倍率を規定する。

$X_{ns}, Y_{ns}$  : 長さおよび高さ方向の固有函数

$T_{ns}$  : 地動の性質、すなわち周期、波形、継続時間などと構造物の周期、減衰性によつて定まる係数で長さと時間の Dimension をもつ、

である。したがつてこの場合の震度  $K_{ns}$  は次式で表わされる。

$$K_{ns} = \frac{1}{g} \sum_n \sum_s C_{ns} X_{ns} Y_{ns} \ddot{T}_{ns}, \dots\dots\dots (17)$$

## (5) 設計震度

震度はそれぞれ (4), (5), (10), (15) および (17) 式で与えられるがいづれも周期函数であり、設計震度にはその最大値をとらなければならない。多質点系、連続体の場合の (15), (17) 式では、各 mode の位相差を考慮した総和の最大値を求めなければならないのでかなりの困難を伴う。しかしながら実際には地動に最も近い周期をもつた mode が支配的となるので、工学的には設計震度をこの mode で代表させることができ、結局は近似的に 1 質点系の設計震度として表わすことができる。いづれにしても、設計震度の絶対値を理論的に決定するためには地動を明確に知る必要があり、San Francisco 委員会の方法<sup>5)</sup> やその他種

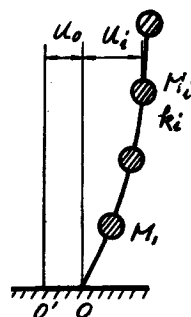


Fig. 3

々の仮定<sup>6)</sup>もなされているが、まだ満足すべき状態ではなく今後の研究にまたなければならない。地動の仮定については筆者もある程度の考えをもっているが、これについては別の機会にゆずることとしたい。

## 2. Gravity, Hollow gravity ダムの固有周期および mode

Gravity ダムの振動については畑野博士が非対称基本 3 角形断面に対し、曲げ振動およびせん断振動として、それぞれ別個に取り扱っている<sup>7)</sup>。しかしながら筆者がすでに指摘した<sup>8)</sup> ように、Gravity, Hollow gravity ダムの如く高さと底巾の比が 0.8~0.9 あるいはそれ以上の値を有する場合は、曲げモーメントのみでなくせん断力をも考慮した曲げ—せん断振動とする必要がある。

### (1) 固有周期

簡単のために対称 3 角形断面をとり、堤体のヤング率  $E$ 、剛性率  $G$ 、密度  $\rho$  を全断面について一定とし、さらに回転慣性を省略して梁理論により、曲げ—せん断振動の基本固有周期および基本 mode を計算すれば次のようになる<sup>9)</sup>。

曲げ—せん断振動の基本固有周期  $T_{BS}$  は次式

$$T_{BS} = C_{BS} h \sqrt{\frac{\rho}{E}}, \dots\dots\dots (18)$$

で表わされる。ただし

$C_{BS}$ ：断面の勾配  $\alpha = (\text{ダムの底巾 } b) / (\text{ダムの高さ } h)$ 、およびポアソン比  $\sigma$  によつて定まる常数である。

またよく知られているように、曲げ振動およびせん断振動の基本固有周期  $T_B$ 、 $T_S$  は次のように表わされる。

$$T_B = 4.098 \frac{h}{\alpha} \sqrt{\frac{\rho}{E}} = C_B h \sqrt{\frac{\rho}{E}}, \dots\dots\dots (19)$$

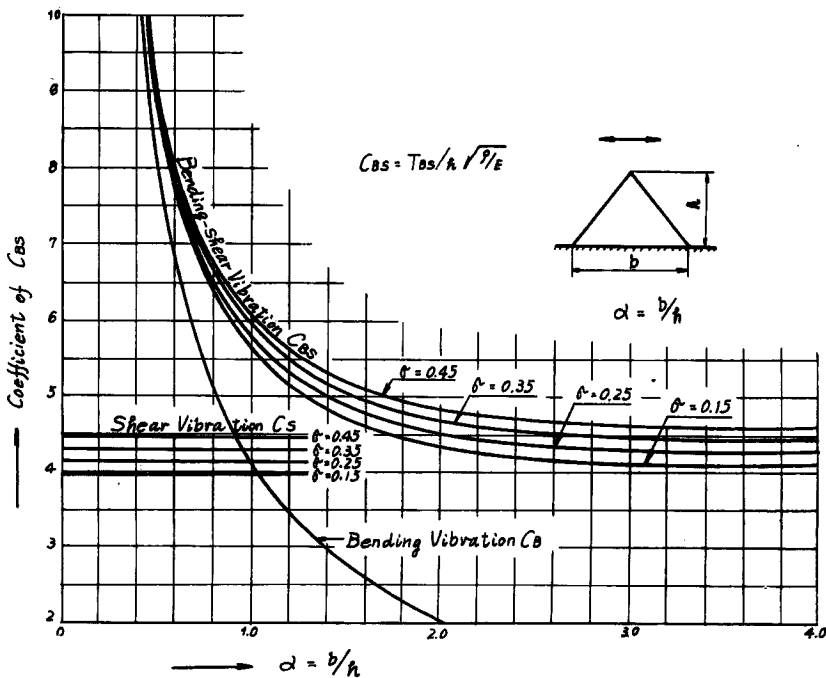


Fig. 4 Coefficient  $C_B$ ,  $C_S$  and  $C_{BS}$ .

$$T_S = \frac{2\pi h}{2.4048} \sqrt{\frac{\rho}{G}} = C_S h \sqrt{\frac{\rho}{E}}, \dots\dots\dots (20)$$

ただし

$C_B$ : ダムの勾配  $\alpha$  によつてことなる常数

$C_S$ : ポアソン比  $\sigma$  によつてことなる常数

である。

$\alpha$  および  $\sigma$  による曲げ—せん断振動固有周期の係数  $C_{BS}$  の変化を、それぞれ曲げ、およびせん断振動の場合の係数  $C_B$ ,  $C_S$  とともに示せば Fig. 4 のようである。同図より明らかなように、 $\alpha$  が小さいときは  $T_{BS}$  は  $T_B$  に、 $\alpha$  が大きくなるにつれて  $T_{BS}$  は  $T_S$  に近づく。Gravity ダムや Hollow gravity ダムのように  $\alpha=0.9\sim 1.3$  程度の勾配では  $T_{BS}/T_B$  の値が  $1.3\sim 1.6$  ( $\sigma=0.15$ ) となり、せん断力の影響が大きく、曲げ—せん断振動と考えなければならないことがわかる。

## (2) 基本 mode

曲げ—せん断振動の基本 mode  $Y_{BS}$  は Fig. 5 のようになり、 $\alpha=0.9$  程度では振動形は上部に凸曲線で

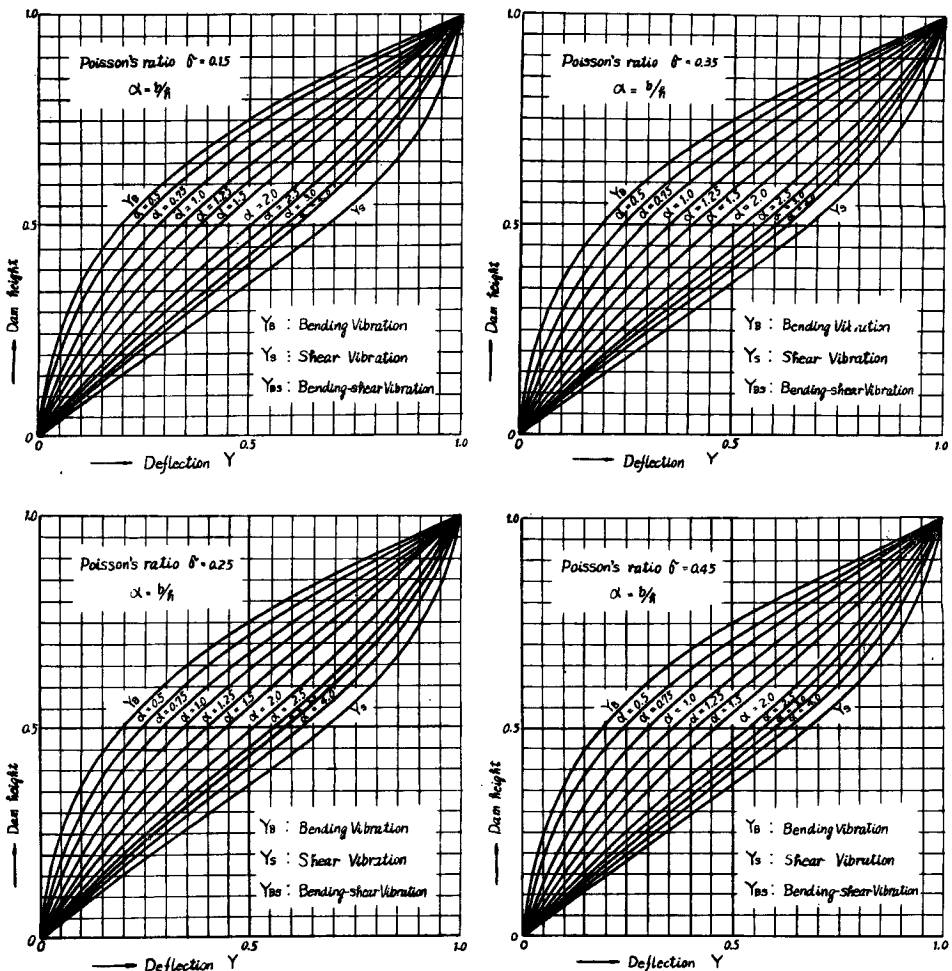


Fig. 5 Fundamental modes  $Y_B$ ,  $Y_S$  and  $Y_{BS}$ .

曲げ型であるが、 $Y_B$  とかなり相違しており、 $\alpha=1.5$  程度になるとほとんど直線形に近くなる。 $\alpha=0.9\sim 1.3$  に対するダムの高さの半点の変形について  $Y_{BS}/Y_B=1.7\sim 2.1(\sigma=0.15)$  となり、周期に対する  $T_{BS}/T_B=1.3\sim 1.6$  よりかなり大きな値となる。またポアソン比  $\sigma$  の相違による  $Y_{BS}$  の変化は Fig. 6 のように非常に小さく数%以下である。

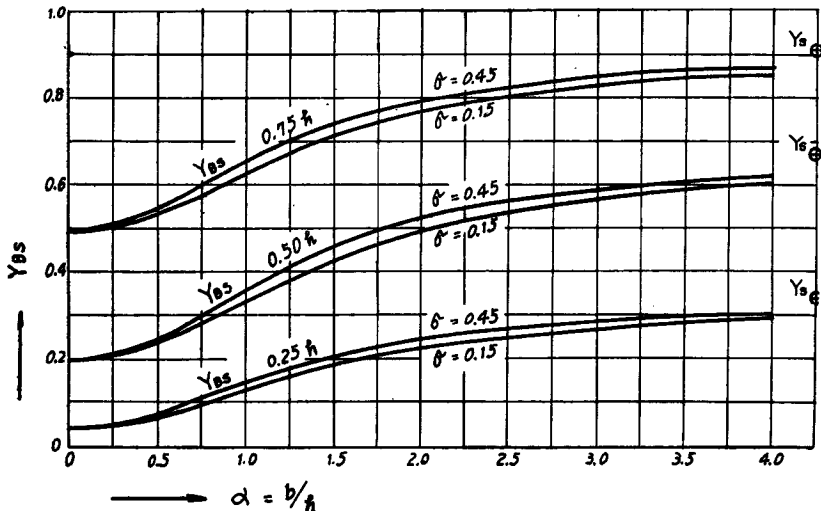


Fig. 6 Relation between the deflection  $Y_{BS}$  and the slope of dam section  $\alpha$ .

### 3. 貯水の影響

2においては、空虚時におけるダムの固有周期並びに mode について述べたが、地震時には貯水が動水圧としてダムに作用するので、この影響を考えなければならない。

#### (1) 鉛直壁面に働く動水圧

H.M. Westergaard 氏の研究<sup>10)</sup>により動水圧に関する理論的基礎が確立され、その後同氏の数学的不備を改めた畑野氏の研究<sup>11)</sup>や、過渡振動を論じた佐藤氏の研究<sup>12)</sup>、最近さらに一般的な動水圧や地形の影響を論じた小坪氏の研究<sup>13), 14)</sup>が発表された。

Westergaard 氏の近似公式は簡単で設計に便利ではあるが不合理な点があり、その後の研究はより合理的である反面計算が複雑であり、やゝ実用性にかけるうらみがある。したがってこゝでは諸家の研究結果を参考として、実用的な近似公式を導びくことを考えてみたい。

よく知られているように Westergaard 氏の鉛直壁面に働く動水圧  $p$  は、地動が  $a \sin(2\pi/T)$  のとき、

$$p = -\frac{8kwh}{\pi^2} \sin \frac{2\pi}{T} \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^2 C_n} \sin \frac{n\pi}{2h} y, \dots\dots\dots (21)$$

で表わされる。

たゞし

$k$ : 地動震度  $k = -4a\pi^2/(gT^2)$ ,

$T$ : 地動周期,

$w$ : 水の単位体積の重量,

$h$ : 水深,

$C_n$ :  $C_n = \sqrt{1 - \{4h/(nTv)\}^2}$ ,

$v$ : 水中音波の速度,

$y$ : 水深方向, 鉛直下向の座標,

である。なお Westergaard 氏は地震動の周期は 1.3 秒程度で, これに対し貯水の共振周期ははるかに短かく共振現象は起らないものとして, 動水圧の分布を抛物線に近似し,

$$p = \frac{7}{8} kw \sqrt{hy}, \dots\dots\dots (22)$$

なる近似公式を提案している。

(21) 式は壁面が一様に  $a \sin(2\pi/T)$  で上下流方向に振動する場合の値であるが, 剛壁が堤底を中心として回転振動をなす場合には (21) 式は次のように書き表わされる。

$$p = -\frac{8k_u wh}{\pi^2} \sin \frac{2\pi}{T} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^2 C_n} \left\{ 1 - \frac{2}{n\pi} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \right\} \sin \frac{n\pi}{2h} y, \dots\dots\dots (23)$$

たゞし  $k_u$  はダム天端の震度で  $k_u = -4u_0 \pi^2 / (gT^2)$  である。(21)~(23) 式は壁体が定常振動をなす場合の解であるが, 小坪氏は剛壁が不規則な地動加速度  $A(t) = kg \Psi(\tau)$  をうけて一様に振動する場合の過渡的近似動水圧として次式を導いている。

$$p = 4kwh \sqrt{1 - \frac{y}{h}} \frac{v}{\pi h} \int_0^t \Psi(t-\tau) J_0\left(\frac{2\pi}{T_1} \tau\right) d\tau, \dots\dots\dots (24)$$

たゞし  $T_1$  は動水圧の第1次共振周期である。

いま1例として動水圧の共振周期と同一期を有する地動  $-(kg/\omega^2) \cos \omega t$  が突然始まり, 半波だけ継続する場合につき, 小坪氏の厳密解を用いて動水圧を計算すれば Fig. 7 のようになる。

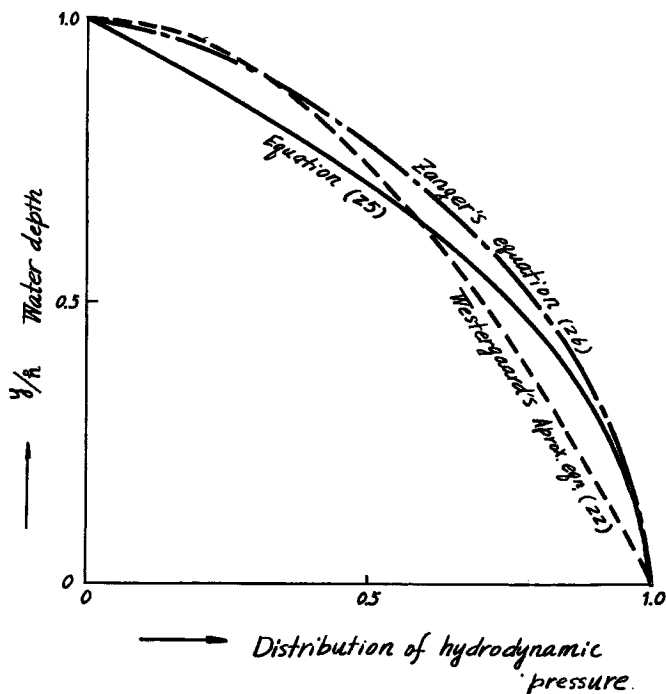


Fig. 7 Distribution of hydrodynamic pressures.

たゞし同図には Westergaard 氏の近似式 ((24) 式の分布と同じ)、後で述べる Zanger 氏式の分布と比較するために、その分布のみを示してある。この場合の動水圧は

$$p = C_0 k w h \left\{ 1 + 0.02 \frac{y}{h} - 1.02 \left( \frac{y}{h} \right)^2 \right\}, \dots\dots\dots (25)$$

たゞし  $C_0$  は地動の波形、振動継続時間によって定まる常数、として近似的に表わすことができ、全動水圧は Westergaard 氏の近似式 (22) で求めた全動水圧の約 1.2 倍となる。Fig. 7 に見られるように (25) 式の分布は Westergaard 氏の近似式、すなわち拋物線分布に較べて上部で小さく下部で大きい分布をなす。

したがつて鉛直壁面に働く動水圧は (25) 式の係数  $C_0$ 、あるいは Westergaard 氏の近似公式 (22) に係数  $C_0'$  を乗じ、この係数  $C_0$ 、 $C_0'$  を地動の形、すなわち波形、周期 (水深に応じる動水圧の共振周期と地動周期との関係)、振動の継続時間などによつて適当にかえればよいことがわかる。

## (2) 傾斜面に働く動水圧

Gravity ダムのように上流面の勾配が緩な場合には、近似的に鉛直壁面に働く動水圧をそのまま設計に用いてもその誤差は僅少であり、しかも安全側であるが、Hollow gravity ダム程度の勾配になれば、傾斜の影響を考えなければ過大となる。傾斜面に働く動水圧に関しては C. N. Zanger 氏の実験的研究<sup>(5)</sup>があり、動水圧は次式で与えられる。

$$p = k h w \frac{C_m}{2} \left\{ \frac{y}{h} \left( 2 - \frac{y}{h} \right) + \sqrt{\frac{y}{h} \left( 2 - \frac{y}{h} \right)} \right\}, \dots\dots\dots (26)$$

たゞし  $C_m$  : 壁面の傾斜によつて定まる常数、

$y$  : 深さ方向下向の座標。

上式の { } 内は動水圧の分布を表わし、拋物線分布と双曲線分布との平均値である。

Fig. 8 に壁面が鉛直面となす角  $\theta$  に応ずる  $C_m$  の値を示す。なお Fig. 7 に (26) 式の分布を同時に示したがその分布は (22) 式よりも下部で大きく、(25) 式よりも上部で大きくなる。斜面に働く動水圧について

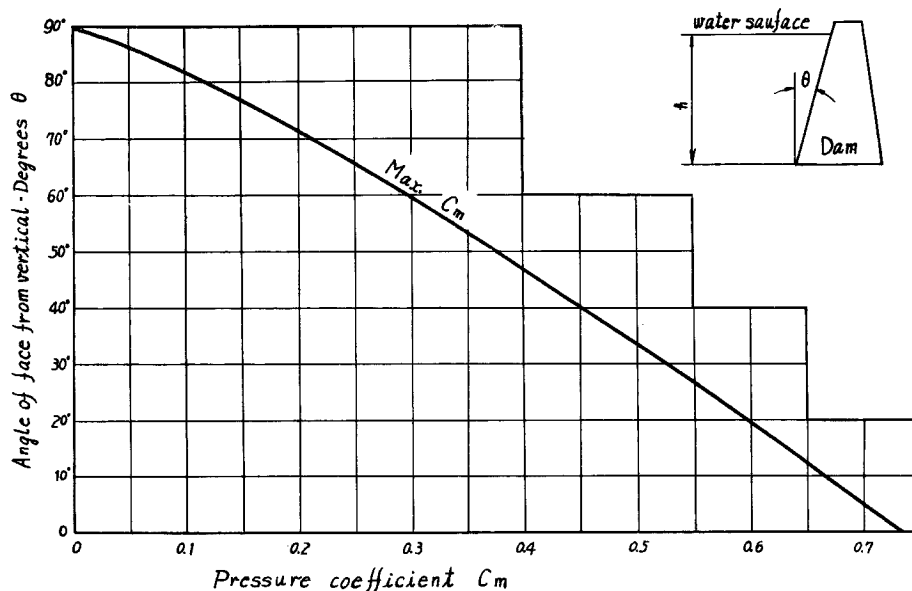


Fig. 8 Pressure coefficient  $C_m$ .

はなお研究すべき点が多いが、今日の段階では一応(22)式あるいは(25)式に傾斜の影響を表わす新しい係数を導入すればよい。

なお(22)式と(26)式で表わされる鉛直壁面上の動水圧が等しいものとすれば、(22)式に対する  $C_1$  の値として、Fig. 8 に示す  $C_m$  の 0.9 倍を用いればよく、この場合斜面上の動水圧は

$$p = C_0' \cdot C_m \times 0.9 \frac{7}{8} kw \sqrt{hy}, \dots\dots\dots (27)$$

で表わされる。ただし  $C_0'$  はさきに述べたように地動によつて定まる係数である。

### (3) 地形の影響

以上に述べた動水圧は2次元動水圧があつて、実際のダムについてはさらに堤長方向を考えた受圧面の形の影響を考慮する必要がある。この問題に関する小坪氏の研究<sup>16)</sup>を紹介すれば次のようである。同氏は水深 100 m, 受圧面の形が矩形, 半円形,  $\frac{1}{4}$ 円形, 三角形の場合につき計算し、動水圧の第1次共振周期  $T'$  はこの地形の順に小さくなり、最大水深を  $h$ , 平均水深を  $h'$  とした場合、誤差約10%の範囲内で近似的に  $T' = T\sqrt{h'/h}$  で表わされることを示している。ただし  $T$  は矩形断面の第1次共振周期である。また同氏の計算例によれば動水圧の分布は地形によつて大差ないが、絶対値は上記断面形の順に小さくなり、地動周期が 1sec. の場合堤底における動水圧の値は、三角形断面では矩形断面の約7割となつている。

## 4. 理論値に対する考察

2において Gravity ダム, Hollow gravity ダムのように断面形が  $\alpha=0.9\sim 1.5$  程度の場合には、その振動型式は曲げ—せん断振動とすべきことを述べた。この理論を検討するために、対称断面の寒天ダム模型, Hollow gravity ダムのゴム模型に対する実験値および実物ダムの実測値と理論値との比較を行い、著者の理論の妥当であることを確かめた。

### (1) 寒天模型ダムの実験

3%の寒天を木製型枠に鋳込み、Fig. 9 のように勾配  $\alpha=6(1:3)$  の対称断面に成型した。基礎部は固定

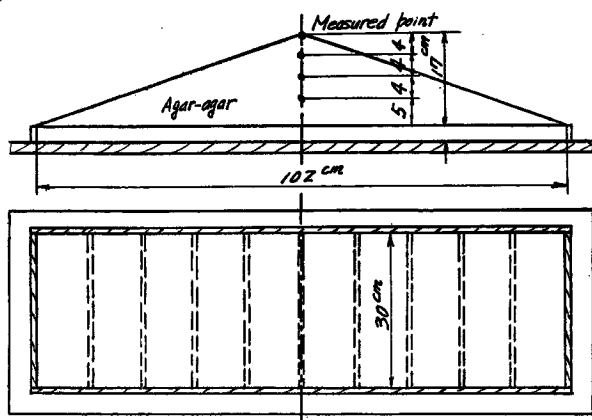


Fig. 9 Agar-agar model.

条件を満足させるため、図のように多数の木壁を設けた。この寒天模型を各実験が終るごとに、特別に製作した寒天ナイフで切断し、 $\alpha=5, 4, 3, 2, 1, 0.75$  の計7種の勾配につき実験した。実験方法はかつて筆者が突堤模型, 土堰堤模型について実施したと同一方法<sup>17), 18)</sup>であり、振動台加振による共振時の共振周期および撓み曲線をそれぞれ固有周期および mode とした。堤体の変形は堤体側面中心線に沿つた5点につき光学挺子により同時記録し、周期の測定は振動台クランク軸に取り付けた横河製ダイナモ型回転計によつ

たが、十分の精度をうることができた。Fig. 10 にダム模型の勾配  $\alpha$  と基本固有周期  $T$  の関係を示す。周期の実験値は(18)式から求めたの計算値と若干の相違はあるが、(19)式より求めた  $T_B$  に較べて、はるかによく一致している。なお  $\alpha=2\sim 5$  における実測値が  $\alpha=6$  の場合に較べてやゝ小さいのは、おそらくこの実験に約12時間を要し、夜を徹して行つたため温度変化ならびに時間の経過による寒天の弾性常数の変化によるものと思われる。

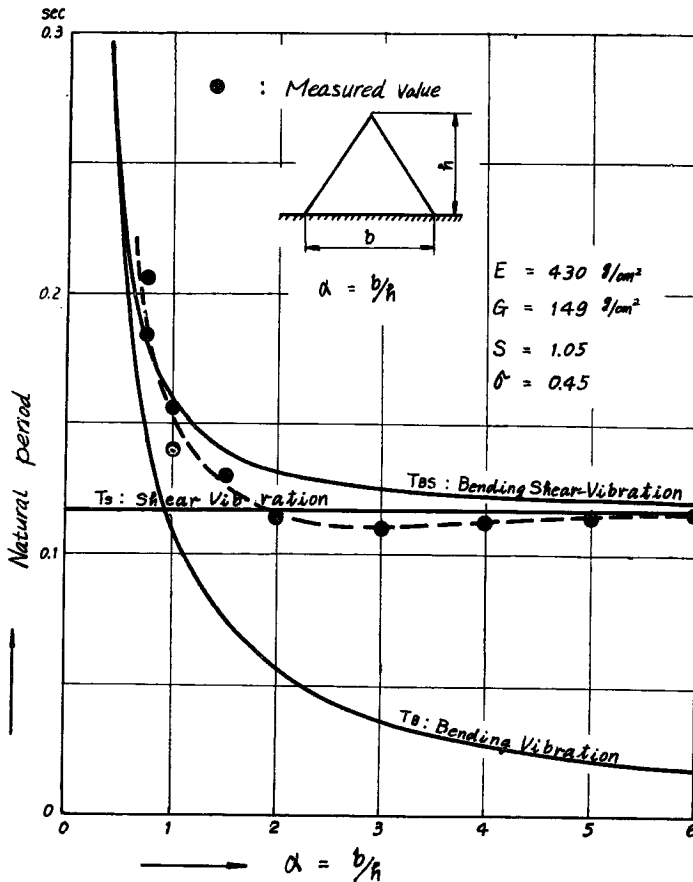


Fig. 10 Relation between the calculated period  $T$  and the measured one. (agar-agar model)

Fig. 11 に振動時の撓み曲線の形状すなわち mode を示したが、勾配のゆるやかな  $\alpha=4\sim6$  の場合、実測値は中央部で  $Y_S$  の計算値よりも大きな値を示している。これについてはすでに畠山氏などが指摘した<sup>19)</sup>ように、2次元振動の厳密解によらなければならないことを示すものであろう。

勾配が  $\alpha=2, 3$  の場合は、実測値は計算値  $Y_{BS}$  によく一致しており、 $\alpha=1$  では  $Y_{BS}$  と  $Y_B$  の中間値、 $\alpha=0.75$  では  $Y_B$  に一致している。

なお Fig. 10 中に示した堤体の弾性常数は、模型と同時に成型した角柱 test piece、実験終了後堤体より切り出した同様の test piece の両者につき、縦振動、水平振動<sup>20)</sup>の両共振周期より算出した値および、勾配の大きい ( $\alpha=3\sim6$ ) 場合の堤体固有周期より、この周期をせん断固有周期と仮定して (20) 式から求めた  $G$  などを参照して決定した値である。

## (2) Hollow gravity ゴム模型ダムの実験

模型は某 Hollow gravity ダムの 1/200 のゴム模型で、左右対称、高さ 36 cm, 33 cm, 23.5 cm, 16 cm, Abutment の各 2 要素計 10 要素からなり、勾配は上下流面とも 1:0.625、堤頂長 1.0 m である。固有周期、

註) 振り振動台を有しないので、やむをえず水平振動で代用した。この場合せん断振動と見なしうるよう、高さに較べて振動方向の巾を十分大きくしたことはいうまでもない。

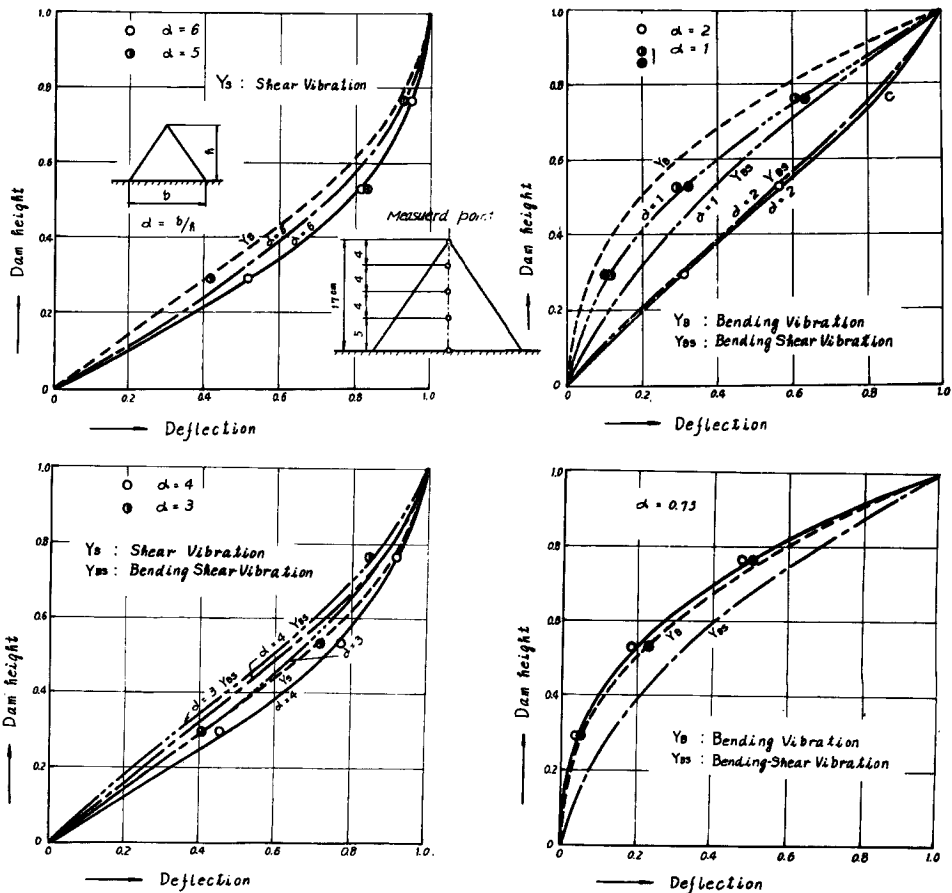


Fig. 11 Relation between the calculated dynamic deflection  $Y_B$ ,  $Y_S$ ,  $Y_{BS}$  and the measured on. (agar-agar models).

mode の測定法は (1) と同様で、また test piece より測定した模型堤体の動的弾性常数は、 $E=42.9\text{kg/cm}^2$   $G=12.5\text{kg/cm}^2$ ,  $\sigma=0.43$ , 比重  $s=1.27$  である。なお実験の詳細は後記文献<sup>20)</sup>を参照されたい。

Table 1 に実測固有周期 (共振周期) を示す。同表の ①欄は各要素を組み立ててダムとする前に各要素について測った値、②欄は10個の要素を組み立ててダムとした場合このダム模型の各要素について測定した値である。ダム模型の場合実験の範囲内で2つの共振周期がえられ、第1の共振周期は要素Ⅱの固有周期と等しく、第2の共振周期は要素Ⅲの固有周期に等しい。この例ではダムの固有周期として要素Ⅰの振動が現われていないが、これは要素ⅠとⅡの高さの相違が小さく両要素間の摩擦力のためにダム全体としての固有周期が要素Ⅱによつてきめられたものと考えられる。したがつて一般の Hollow gravity ダムについては各要素の振動特性が別々に現われ、耐震設計には各要素が単独にあるものと考えるべきであろう。なお Table 1 に示した第1次共振、第2次共振は高さ方向の第1次および第2次 mode ではなく、長さ方向の共振であり、しかも各要素の第1次共振であることを注意しておきたい。

いま (18) 式により上記の諸常数を用いてこの模型ダムの  $T_{BS}$  を計算すれば Table 1 ③欄のようにな

Table 1. Natural periods of hollow gravity dam modes

| Height of<br>dam element |         | Reservoir empty |                            | Reservoir is full |                                                                |
|--------------------------|---------|-----------------|----------------------------|-------------------|----------------------------------------------------------------|
|                          |         | Measured period |                            | Calculated        | Calculated                                                     |
|                          |         | Element         | Dam                        | period $T_{BS}$   | period<br>(Dam)<br>(Element)                                   |
|                          |         | ①               | ②                          | ③                 | ④                                                              |
| I                        | 36.0 cm | 0.039~40 sec    | 1st Resonance<br>0.035 sec | 0.0394 sec        | (Right bank) (Left bank)<br>1st Resonance<br>0.040sec 0.046sec |
| II                       | 33.0    | 0.034~35        | 2nd Resonance<br>0.026     | 0.0361            | 2nd Resonance<br>0.033 0.038                                   |
| III                      | 23.5    | 0.026~27        |                            | 0.0257            | 3rd Resonance<br>0.030 0.032                                   |
| VI                       | 16.0    | —               |                            | 0.0175            |                                                                |

り、①欄の実測値ときわめてよく一致していることがわかる。なおこの場合  $T_{BS}$  の係数  $C_{BS}$  は 6.296 となる。

Fig. 12 は各要素単独の場合および、これを組み立ててダムとした場合の各高さの点における振動撓みの実測値を、各要素の高さを1として同時に plot したもので、曲げ—せん断振動撓み曲線  $Y_{BS}$  およびせん断振動撓み曲線  $Y_S$  の中間にあり、曲げ振動撓み曲線  $Y_B$  とは非常にことなっていることがわかる。

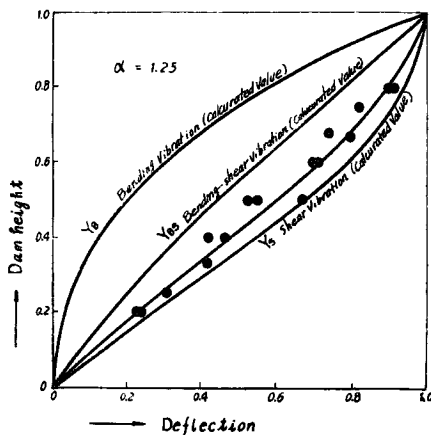


Fig. 12 Relation between the calculated deflection  $Y_B$ ,  $Y_S$ ,  $Y_{BS}$  and the measured one. (rubber model).

合周期の伸びは約7割であつて、とうてい実測値を説明できそうにない。これに反し塚原ダムの場合は実測値  $T_{BS}$  と計算値ときわめてよく一致している。塚原ダムの実測値はダムの中央天端近くに設置した起振機による値であり、したがって固有周期を表わすが、泰早および三浦ダムでは加振力の関係で固有周期が表われず、外力の周期が測定されたのでないと思われる。

### (3) 実物ダムの実測値

ダムの耐震性を究明するためには、実物ダムについて振動性状を実測することが重要であるが、その実測はめわめて少ない。最近畑野博士や岡本博士などによつて各種ダムの地震時における振動観測、あるいは起振機その他による振動実験が実施されているようで、その成果が期待される。筆者もまた兵庫県河川課と協力して損保川引原ダムにつき、数個のスター付動線輪型地震計を用い、自然地震によるダムの立体振動観測を33年末より実施している。

Table 2 は岸上博士<sup>21)</sup> および畑野博士の実測周期<sup>22)</sup>を示したもので、泰早および三浦ダムでは(18)式による計算周期に較べて周期が著しく長い。この原因の1つとして基礎岩盤の変形が考えられるが、(9)式によれば  $\delta=\eta$ ,  $\delta=2\eta$  の場合それぞれ  $T_r=1.41T_0$ ,  $T_r=1.73T_0$  となり周期は約4~7割伸びる。また小坪氏の計算<sup>23)</sup>によれば(コンクリートの  $E$ )/(基礎岩盤の  $E$ )=1 の場合

Table 2. Natural period of gravity dams

| Name of dam | Height | $\alpha=b/h$ | Calculated period $T_{BS}$                |                                           | Measured period        | Vibrating force                                            |
|-------------|--------|--------------|-------------------------------------------|-------------------------------------------|------------------------|------------------------------------------------------------|
|             |        |              | $E=2.5 \times 10^5$<br>kg/cm <sup>2</sup> | $E=3.0 \times 10^5$<br>kg/cm <sup>2</sup> |                        |                                                            |
| Taifu       | 50.9m  | 0.90         | 0.094sec                                  | 0.085sec                                  | 0.6~0.7sec<br>0.35~0.4 | Natural earthquake<br>over flow                            |
| Miura       | 84.1   | 0.91~0.98    | 0.155                                     | 0.141                                     | 0.6, 1.2<br>0.2, 0.6   | Blasting (reservoir empty)<br>Blasting (reservoir if full) |
| Tshukabaru  | 80.0   | 0.88         | 0.147                                     | 0.134                                     | 0.146                  | Oscillator                                                 |

なおダムは元来3次的構造物であるが、筆者がかつてアースダムについて研究したところ<sup>24)</sup>から類推すれば、Table 2 に掲げたダムについてはその影響はかなり小さいものと思われる。塚原ダムについては、ダムの立体的な振動形が測定されており、地山の形状が梯形に近く中央部4ブロックの高さが大差ないので、この4ブロックの振動時の撓み曲線を示せば Fig. 13 のようである。この図から明らかなように曲げ振動よりも曲げ—せん断振動とすべきことがわかる。

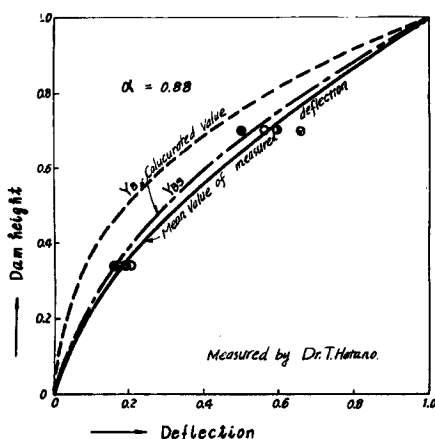


Fig. 13 Measured dynamic deflection of Tsukabaru dam.

#### (4) 満水時におけるダムの振動

実物ダムにつき、空虚時および満水時の測定結果がそろっている例が見あたらないので、さきに述べた Hollow gravity ゴム模型ダム、および塚原ダムの測定値について貯水の影響を考えてみよう。

Table 1 の④欄にゴム模型ダムの満水時における実測固有周期を示した。同表に右岸、左岸と2つの実測値があるのは、実験の都合上中央より右岸側と左岸側にわけて2回の実験を行つたためである。ダムと動水圧の連成振動を取り扱うことはきわめて複雑であるので、ここではダムの基本固有周期のみに着目し、動水圧をダムに附加される仮想質量と考え、ダムの振動を1質点系の振動として取り扱うことにする。このゴム模型ダムの固有周期は共振周期をとつており、このときダム天端の振巾は地動振巾の約10倍に達し、振動時の撓み曲線の形も空虚時と大差ないので、簡単に剛壁が基礎を中心として回

転振動する場合の動水圧 (23) 式によることとし、奥行  $d$  なる1質点系ダムに附加すべき仮想質量  $\Delta M$  を求めれば

$$\Delta M = 0.218 C_m w h^2 d / g, \dots \dots \dots (28)$$

となる。ただし  $C_m$  は壁面の傾斜角によつて定まる係数である。(28) 式の  $\Delta M$  と模型の質量および空虚時の固有周期を用いて満水時の固有周期を計算すれば Table 1 の⑤欄のようになり、このようにきわめて簡単な計算でもかなり実験値に近い値のえられることがわかる。なおダムの変形を考慮し各高さの点の震度に応ずる動水圧が働らくものとして、Energy 法により固有周期を計算すればさらに実際に近い値がえられるであろう。

Table 2 および Fig. 13 に示した塚原ダムの実測値は満水時におけるものであり、空虚時の実測値がないので実験的証明はできないが、上記の考え方により満水時の固有周期を 0.146 sec. とし、空虚時の固有周

期を計算すれば 0.134 sec となり、貯水による周期の伸びは 9 % となる。また堤体と貯水の連成振動を考えた小坪氏の計算例では貯水による固有周期の伸びは 15 %<sup>25)</sup> である。なお前記 9 % の周期の伸びは剛壁が回転振動をなす場合の値であり、地動に較べて天端の振巾が非常に大きい起振機および振動台による定常共振実験に対して使用すべき値である。剛壁が並進振動をする場合、前同様の考え方によつて計算すれば周期の伸びは 22 % となる。したがつてダムが自然地震をうけた場合では、壁体は並進、回転両振動の中間の状態と考えられ、両者の平均は 15 % となり小坪氏の示した値と一致するのであろう。

次に mode については、相似律が問題となるが、弾性係数のきわめて小さいゴム模型においても貯水による mode の相違はそれほど大きくない。また Fig. 13 に示した塚原ダムの実測値も空虚時の曲げ—せん断撓み曲線によく一致している。したがつて設計震度、とくにその分布を対象とした本文においては、一応振動時の撓み曲線は、空虚時、満水時ともに Fig. 5 に示す曲げ—せん断振動型と考えてさしつかえないものとする。

### 5. 設計震度に関する一私案

さきに設計震度の分布は地震動によるダムの撓み曲線に比例し、震度の絶対値はダムの固有周期と減衰係数および地動波形によつて決定されることを述べた。現在までの観測資料によれば、ダム建設地点における地震動の卓越周期は  $0.1 \sim 0.3$  sec. であり、一方高ダムの基本固有周期も Fig. 14 に示すようにこの範囲内にある。したがつて地震動のうち 1 波ないし 2, 3 波の波に対しダムが共振現象を起し、最大応力状態となることが考えられる。このときのダムの変形は基本 mode で近似でき、したがつて震度分布もこれによつて表わすことができる。すでに Gravity ダムおよび Hollow gravity ダムの空虚時の基本 mode は曲げ—せん断振動の撓み曲線として表わすことができ、また満水時における撓み曲線も空虚時と大差ないことを知った。

また空虚時の固有周期も同様に曲げ—せん断振動として (20) 式で表わされることを知つたが、さらに減衰係数の値を知る必要がある。しかしながらこの実測

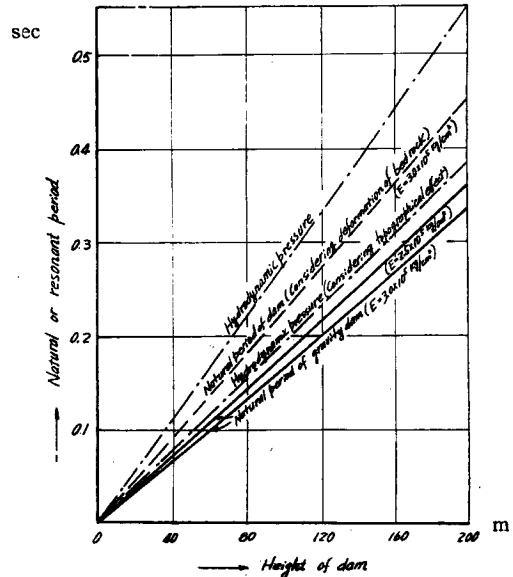


Fig. 14 Relation between the natural period of gravity dam and its height (prototype).

Table 3. Damping coefficient of dams

| Name of dam          | Type    | Height | Damping coefficient ratio to critical damping |                   | References |
|----------------------|---------|--------|-----------------------------------------------|-------------------|------------|
|                      |         |        | reservoir empty                               | reservoir is full |            |
| Naramata (cofferdam) | arch    | 12.8m  | 0.08                                          | 0.10              | 26)        |
|                      |         |        | 0.08                                          | 0.15              | 27)        |
| Tsukabaru            | gravity | 80     | —                                             | 0.10~0.12         | 28)        |
| Tonoyama             | arch    | 62     | —                                             | 0.04              | 29)        |

例はきわめて少なく、わずかに **Table 3** に示した値が知られているに過ぎない状態である。

なお上設の値はいずれも微小振動に対する値であり、大地震の場合については周期、mode とともに今後の研究にまたなければならない。

#### (1) 空虚時の設計震度

以上に述べたところより空虚時の設計震度は、一般的に、減衰(たとえば  $h=0.1$ )を考慮した震度スペクトラムにおいて、(20)式より計算した  $T_{BS}$  に応ずる震度、または減衰を考えない震度スペクトラムにおいて、基礎の影響を考えた周期(たとえば  $(1\sim 1.7)\times T_{BS}$ )に応ずる震度とすればよい。しかしながらこのような状態のうちで、地動の周期がダムの固有周期に近いような地震力をうけた場合が最も危険な状態であり、この場合は地震動の継続時間すなわち共振波数が問題となる。地動に関しては今後の研究にまたなければならないが、結局設計震度は最大地震震度の何倍とすべきかの倍率決定の問題に帰着する。いま1例として sin 型半波地動が突然作用する場合を考えれば、この倍率は減衰力が働かない  $h=0$  のとき 1,768 (ダムの固有円振動数  $n$ /地動の円振動数  $p=1.620$ )、および  $\pi/2$  ( $n=p$ ) となる。

こうした諸点を考慮して空虚時の設計震度に関する一私案を示せば次のようである。

- (i) 震度分布: 曲げ-せん断振動の撓み曲線 (**Fig. 5** に示す) とする。
- (ii) 震度の絶対値: 震度分布図の面積を地動震度の○倍(たとえば 1.8)とし、地動震度は河角博士の地域的地震危険度に関する研究<sup>30)</sup>、地盤の影響、ダムの重要性などを考慮して決定する。

#### (2) 満水時の設計震度

満水時におけるダムの振動は堤体の貯水と連成振動と考える必要があり、ダムの固有周期および動水圧の共振周期、すわち主としてダムの高さや地動周期との関係によつて複雑に変化することは前述のとおりである。しかしながらダムの満水時固有周期は貯水によつて空虚時の周期の約15%伸びる。**Fig. 14** に示したように、一般に動水圧の共振周期の方がダムの固有周期よりかなり長い、小坪氏が指摘されたごとく、地形によつて動水圧の周期が  $1\sim 0.7$  倍程度まで短くなり、一方岩盤の変形によりダムの固有周期が  $1\sim 1.7$  倍程度にまで伸びる場合がありうる。したがつて最も危険な状態として、地動周期、ダムの固有周期、動水圧の共振周期の3者が一致する場合が考えられる。動水圧の共振周期と一致する cos 型半波地動を考えた場合、鉛直剛壁に働く動水圧は Westergaard 氏近似公式の 1.2 倍となり、不規則な地震動による1例では約1.6 倍<sup>31)</sup>となる。

このような考えに基づき満水時の設計震度に関する一私案を示せば次のようである。

- (i) 震度分布: 空虚時と同一とする。
- (ii) 震度の絶対値: 地動震度の○倍(たとえば 1.8)とし、動水圧は Westergaard 氏近似公式(22)の○倍(たとえば 1.8)とする。傾斜面上に働く動水圧は上記の値に Zanger 氏の係数(**Fig. 8** の値)を乗じた値とする。なお地盤震度は空虚時と同様に定める。

以上のような方法によるとしても、地動震度の推定という最も重要な問題が残る。この点に関しては今後の地動の研究にまづほかはないが、これとともに堤体材料の許容応力についてもなお研究する必要がある。現在のところ震度の絶対値の決定については、現行の震度で設計されたダムが既往の地震に対して安全であったという事実によるほかにはないと思われる。

なお震度分布についても、一様震度分布がとられている現状よりすれば、設計震度の分布は堤底に頂点を有する三角形分布とすればよいであろう。参考として **Fig. 15** に  $k=0.12$  の水平等分布震度と、これと震度分布の面積の等しい三角形震度分布の場合の某ダムの堤体応力を示したが、三角形震度分布の場合は同図のように若干の引張り応力を生じる。耐震設計の方針としては外力、許容応力ともに実状に近い状態を考え、若干の引張り応力たとえば現行のせん断許容応力の範囲内の応力、を認めるといった方法がとられるべきであろう。

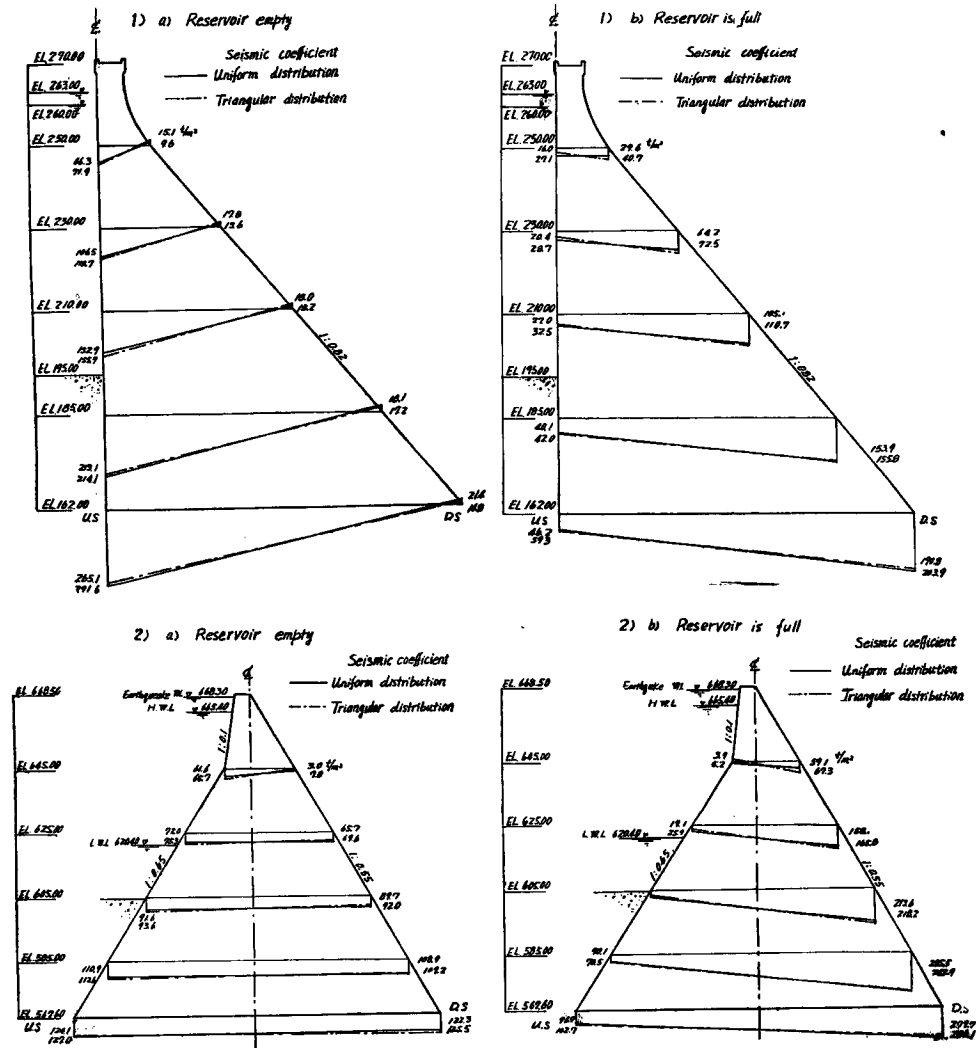


Fig. 15 Relation between the stress during uniform seismic coefficient and the triangular one. (prototype).

## あとがき

本文は設計震度に対する筆者の考えを述べたものであるが、震度の分布に較べてその大きさについてははなはだしく粗雑である。震度の絶対値に関しては、どうしても地動に関する今後の研究が必要である。いたづらに結論をおうことは厳にふしまなければならないが、この方面の研究がきわめて少ない現状に堪がみ、これが研究の活発ならんことを願い、あえてこの点にふれた次第である。筆者はもとよりさきに例示した値が満足なものとは考えておらず、今後ともこの方面の研究を進めたいと考えている。なお今回はダムの3次元的な振動、兩岸の位相差などについてふれなかつたが、この問題については引原ダムの地震観測記録をえたらうで論じたいと思う。

諸賢の御批判を賜われれば幸これにすぎるものはない。最後に御指導を賜った横尾教授に対し深謝の意を表する。

## 参 考 文 献

- 1) M. Hatanaka : Fundamental Studies on the Asseismic Desgin of Gravity Dams, Mem. of Fuc. of Eng. Kobe Univ. No. 5, Mar. 1958.
- 2) 畑中元弘 : ロッキングを伴う弾性構造物の加速度スペクトラムについて, 土木学会関西支部講演会にて講演, 昭32. 11.
- 3) TSI : 各種建築物の耐震度に関する研究報告, 第1号, 昭26. 3. p.
- 4) たとえばせん断振動を扱ったものとして次の論文がある。  
M. Hatanaka : Fundamental Considerations on the Earthquake Resistant Properties of the Earth Dam, Dis. Prev. Rer. Inst. Bull. No. 11, Dec. 1955, Kyoto Univ.
- 5) Joint Gommittee of San Francisco, California Section, A. S. C. E., and the Structual Engineers Association of Northern California : Lateral Force of Earthquake and Wind, Proc. ASCE, Vol. 77. Separate No. 66, Apr. 1951.
- 6) 2), 4).  
R. Tanabashi, T. Kobori, K. Kaneda : Vibratiom Problems of Skyscraper, Destructive Elements of Seismic Waves for Structures, Des. Prev. Rers. Inst., Bull. No. 7, Mar. 1954 Kyoto Univ.  
田治米辰雄 : 建物の共振振動幅に及ぼす減衰係数の影響, 建築学会論文集, No. 27, 昭. 17. 11.  
後藤尚男 : 橋脚井筒基礎の耐震計算のための附加係数について, 土木学会論文集, No. 32, 昭. 30.,
- 7) 畑野正 : 重力堰堤に作用する地震力の影響, 昭22, 23年度土木学会論文集, 昭. 24. 3.
- 8) 1), 4),
- 9) 1), 4), 計算方法の詳細は4)を参照されたい。
- 10) H. M. Westergaard : Water Pressure on dams during Earthquake, Trans, ASCE, 1933.
- 11) 畑野正 : 重力堰堤に作用する地震力の影響(その2), 昭22, 23年度土木学会論文集, 昭24. 3.
- 12) 佐藤清一 : 堰堤に作用する地震時動水圧について, 建設院第一技術研究所概報, 第3号, 昭23. 1.
- 13) 小坪清真 : 不規則な地震動による動水圧, 土木学会論文集, 第47号, 昭32. 8.
- 14) 小坪清真 : 重力ダムの耐震性について, 土木学会論文集, 第55号, 昭33. 5.
- 15) C.N. Zanger : Hydrodynamic Pressure on Dams due to Horijontal Earthquake Effects, Bureau of Reclamation Design and Construction divison Dam Brauch, Report No. 21, Oct. 1951.
- 16) 13).
- 17) 畑中元弘 : 突堤の自由振動について, 土木学会誌, 36巻, 10号, 昭26. 10.
- 18) 畑中元弘 : 土堰堤の自由振動について, 土木学会誌, 37巻, 10号, 昭27. 10.
- 19) 横尾義貫, 石崎潑雄, 畠山直隆 : アースダムの振動性状について, 土木学会論文集, 49号, 昭32. 10.
- 20) Y. Niwa, M. Hatanaka and S. Samukawa : Researches on Vibration Charactristics of Hollow gravity Dams, Technical Rep. of the Eng. Res. Inst. No. 46, Aug. 1958, Kyoto Univ.
- 21) 岡本瞬三 : 地震工学, 土木学会誌, 42巻, 7号, 昭32. 7.
- 22) 畑野正, 高橋忠, 堤一 : 塚原重力ダムの振動実験とその考察, 土木学会論文集, 59号, 昭33. 11.
- 23) 14).
- 24) 4), 18).
- 25) 14), p. 55.
- 26) 東京電力アーチダム委員会 : アーチダム実験報告, 昭30. 3. p. 176.
- 27) 同上, p. 244.
- 28) 22).
- 29) 岡本瞬三 : 地震工学研究の現状について, 発電水力, No. 32, 1, 1958.
- 30) 河角広 : 我国における地震危険度の分布, 建築雑誌, 昭26. 4.
- 31) 25).