

粗面上に発達する乱流境界層の数値シミュレーション (流れ方向に粗度が増加する場合)

Numerical Simulation of Turbulent Boundary Layer
over a Step Change in Surface Roughness

丸山 敬
Takashi MARUYAMA

SUMMARY

Numerical simulations of turbulent boundary layer over a step change in surface roughness are performed using a refined $k-\varepsilon$ turbulence model. The model derives from the Navier Stokes equations by the time space averaging in consideration of the drag effect by roughness elements and volume change of roughness elements. Comparison between calculations and experimental data shows the applicability of the numerical method presented in this paper. Finally the variations of the flow over a step change in surface roughness are examined using the calculated values.

1. はじめに

筆者は、粗面上に発達する乱流境界層内気流性状の数値予測に関する研究を行っている^{1), 2)}。数値計算に用いる乱流モデルは、標準型 $k-\varepsilon$ 乱流モデル³⁾ に粗度要素の影響を新たにモデル化して付け加え、粗度形状を抵抗係数および長さスケールで計算に取り込み、粗度要素の体積変化も取り扱えるように改良を加えたものである⁴⁾。これまで、実験結果との比較から、解析領域、メッシュ分割、境界条件について検討し²⁾、千鳥状配列立方体粗度ブロックの場合について、粗度形状と抵抗係数および長さスケールの関係を求めた¹⁾。本報では、流れ方向に粗度が増加する場合を取り上げ、実験結果との比較により本手法の有効性を確かめる。また、計算結果を用いて、流れ方向粗度変化に伴う乱流境界層内気流性状の変化を調べる。

2. 乱流モデル

用いた乱流モデル⁴⁾ は2次元について以下のように与えられる。

[連続の式]

$$\frac{\partial G U_i}{\partial x_i} = 0$$

[平均流の輸送方程式]

$$G \frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial G U_i U_j}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial G P}{\partial x_i} - \frac{\partial G U_i U_j}{\partial x_j} - G F_{r,i}$$

[k の輸送方程式]

$$G \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial G U_i k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial G k}{\partial x_i} \right) + G (S - \varepsilon + F_k)$$

[ε の輸送方程式]

$$G \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial G U_j \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial G \varepsilon}{\partial x_j} \right) + G \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} S - C_{2\varepsilon} \varepsilon + F_\varepsilon)$$

$$S = - \overline{U_i U_j} \frac{1}{G} \frac{\partial G U_i}{\partial x_j}$$

$$\overline{U_i U_j} = - \frac{\nu_t}{G} \left(\frac{\partial G U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial G U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \delta_{ij} k$$

$$F_{r,i} = C_{r,i} U_j U_j a_{x,i} / 2, F_k = C_{p,k} U_i F_{r,i}, F_\varepsilon = C_{p,\varepsilon} k^{3/2} / L, C_D = 0.09, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3, C_{1\varepsilon} = 1.44, C_{2\varepsilon} = 1.92.$$

ただし、 $i, j=1, 2$ 、 $x_1=x$ 、 $x_2=z$ 、 $U_1=U$ 、 $U_2=W$ で、添字の繰り返しは総和をとる。ここで、各変数および係数の意味は以下の通りである。

U_i : 単位流体体積あたりの x_i 軸方向時間平均風速
 P : 単位流体体積あたりの時間平均圧力
 k : 単位流体体積あたりの時間平均乱流エネルギー
 ε : 単位流体体積あたりの時間平均エネルギー消散率
 t : 時間
 ρ : 空気密度
 ν_t : 渦動粘性係数($=C_0 k^2 / \varepsilon$)
 G : 単位空間あたりの流体体積
 L : 粗度要素の主流(x 軸)方向見付け幅
 a_{xi} : $\frac{\text{単位空間あたりの粗度要素の } x_i \text{ 軸方向見付け面積}}{\text{単位空間あたりの流体体積}}$
 C_{ri} : 粗度要素の x_i 軸方向抵抗係数
 C_{pk} : モデル係数
 $C_{p\varepsilon}$: モデル係数

また、各係数およびモデル定数の値は文献1)より、今回実験で用いた図1に示すような一辺の長さ $h=6\text{cm}$ の立方体粗度ブロックを千鳥状に配置した粗度形状に対して、ラフネスが有る所で、

$a_x=2.38(1/\text{m})$ 、 $a_z=0.0(1/\text{m})$ 、 $G=0.875$ 、 $L=0.06(\text{m})$ 、 $C_{rx}=1.75$ 、 $C_{rz}=0.0$ 、 $C_{pk}=1.00$ 、 $C_{p\varepsilon}=2.50$ 。

とし、ラフネスが無い所では、

$F_{ri}=F_k=F_\varepsilon=0.0$

とした。

3. 計算および実験方法

図2に示す領域ABCDEFについて計算を行い、ラフネス上に発達する乱流境界層内の気流性状を求めた。図においてABおよびCD部分は滑面、BC部分が粗面で、座標系は図に示す通りである。計算にはSMAC法、変数配置はstaggered mesh系、時間に関して2次精度のAdams-Bashforthスキーム、空間に関して2次精度の中心差分(ただし、 k 、 ε に関して移流項は風上差分)を用いた。全体のメッシュ分割は x 軸方向に121等分割、 z 軸方向に36分割(不等間隔)で、床面付近でメッシュ間隔を細かくしてある。図3に床面付近のメッシュ分割および変数配置の詳細を示す。風上側流入境界AFでは、平板上において乱流境界層が約7cm発達した地点の計算結果を流入条件として与える。壁面境界ABCDの滑面部分では $W=0.0$ 、 U に関しては壁面第1セルで、べき法則により $\partial U / \partial z$ を与える(べき指数1/7)。他の変数については $\partial / \partial z=0.0$ とし、 ε に関しては壁面からの距離 Δz と k を用いて $\varepsilon=k^{3/2} C_D^{3/4} / (0.4 \Delta z)$ とする。風下側流出境界DEでは、 $\partial / \partial x=0.0$ となるように U, W, P, k, ε の値を与える。上方境

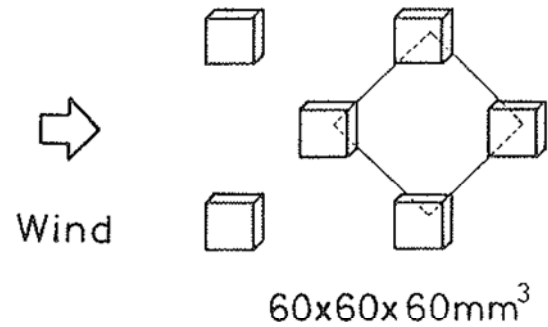


図1 粗度形状

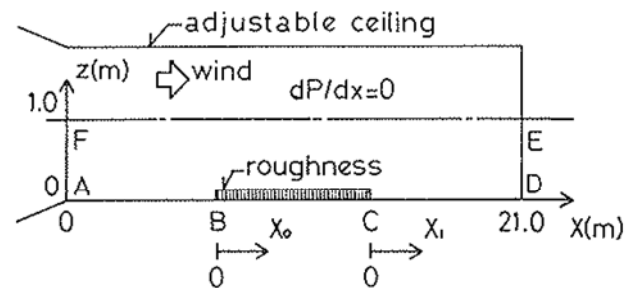


図2 風洞内におけるラフネスの配置および座標系

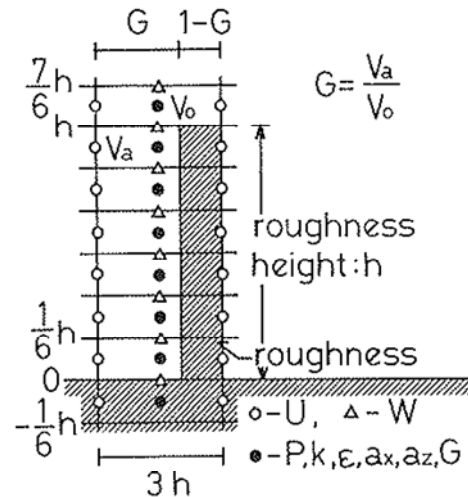


図3 床面付近のメッシュ分割および変数配置

界EFにおいては、風洞内全体の計算結果との比較より、 $\partial/\partial z$ の値が1つ内側のセルでの $\partial/\partial z$ の値に等しくなるように U, W, P, k, ε の値を与える($\partial^2/\partial z^2=0.0$)。また、 $P=0.0$ とする。なお、解析領域、メッシュ分割、境界条件等の詳しい検討は文献2)を参照されたい。

風洞実験は、滑面から粗面へ変化する場合(Case I)と、粗面から滑面へ変化する場合(Case II)の2ケースについて行った。風速の測定はX型熱線風速計を用い、測定胴の中心線上で行った。ただし、粗度高さ以下の U の測定にはタンデム型熱線風速計を用い、時間平均値の空間的な分布を測定し、各高度における水平面内空間平均値を求め、計算結果との比較に用いた。静圧分布は測定胴側面に開けた穴($z=1.2\text{m}$)において圧力センサーにより測定した。実験に際し、計算との対応を取るため、測定胴中心部において $\partial P/\partial x=0.0$ となるように天井高を調節した。なお、実験の詳細は文献1),5)を参照されたい。

4. 実験結果との比較

本手法による乱流境界層内気流性状の再現性を確かめるため、計算結果と実験結果の比較を行う。解析領域、ラフネスの設置位置および測定位置を図4,7に、解析領域全体のメッシュ分割、計算結果を図5,8に、 U, k の吹送距離による変化をそれぞれ、図6a~e, 9a~fに示す。 k の実験値は $-\overline{u'w'}$ の測定結果より $k = -\overline{u'w'}/\sqrt{C_0}$ として求めた。計算と実験結果の比較の図において、 U, k は境界層上部($z=0.7\text{m}$)の基準風速 U_0 で無次元化してある。

図より U の計算結果と実験結果は床面付近から境界層上部に至るまでほぼ対応し、吹送距離方向の変化も良く再現している。 k に関してもラフネス上方で少し違いがあるが、ほぼ対応していると見なせる。

5. 流れ方向粗度変化に伴う気流性状の変化

5.1 滑面から粗面へ変化する場合 : (Case I)

図5に示されるように、 U 成分はラフネス前縁B付近で急激に減速し、それに伴って W の正成分が大きくなっている。 k は粗面前縁付近で大きく、下流に進むにしたがって上空に拡散し、次第に弱まっていくのがわかる。 $U=0.99U_0$ となる高さを境界層の厚さ δ とし、計算結果より流れ方向の変化を求め図10に示す。図より、 δ と x_0 の関係は $x_0/h > 30$ の範囲において両対数グラフ上でほぼ直線になり、

$$\delta/h = 0.967(x_0/h)^{0.45}$$

と表せる。また、粗度高さ h 以上で、 U の鉛直分布に対してべき法則を当てはめ、べき指数 α の流れ方向変化を求めると図11のようになる。図より、今回の実験範囲で、べき指数は吹送距離方向に減少している。

5.2 粗面から滑面へ変化する場合 : (Case II)

図8より、 U 成分はラフネス後縁C付近で速度を回復し、それに伴って W の負成分が大きくなっている。 U の x_1 方向の変化を、 $x_1=0$, 高さ z における U の値 $U_r(z)$ に対する比で求め、図12に示す。図より、 $x_1/h < 140$ の範囲において、 $z/h \leq 3$ では U は流れ方向に増加し、その割合は床面に近づくほど大きい。 U の鉛直分布は、粗面後縁よりも下流において折れ曲がり、上流の粗面の影響の残った上層と、下流の滑面に適合した下層に分かれる。 k の値は床面付近で小さく、その分布形状は高さ方向に増加し、最大値をとった後再び減少する。このとき、 k が最大値を取る高さ δ_1 と、 U の分布が折れ曲がる位置がほぼ一致する。そこで、この高さを内部境界層厚 δ_1 とし、流れ方向の δ_1 の変化を求め図13に示す。図より、 δ_1 と x_1 の関係は両対数グラフ上でほぼ直線になり、

$$\delta_1/h = 0.836(x_1/h)^{0.34}$$

と表せる。また、滑面に適合した下層の U の鉛直分布に対してべき法則を当てはめ、べき指数 α の流れ方向変化を求めると図14のようになる。図より、 α の値は x_1 と共に一度減少し、 $x_1/h=50$ 付近で最小値、約0.08となった後、再び増加する。ただし、滑面上での α の変化は粗面上の場合に比べると、僅かである。

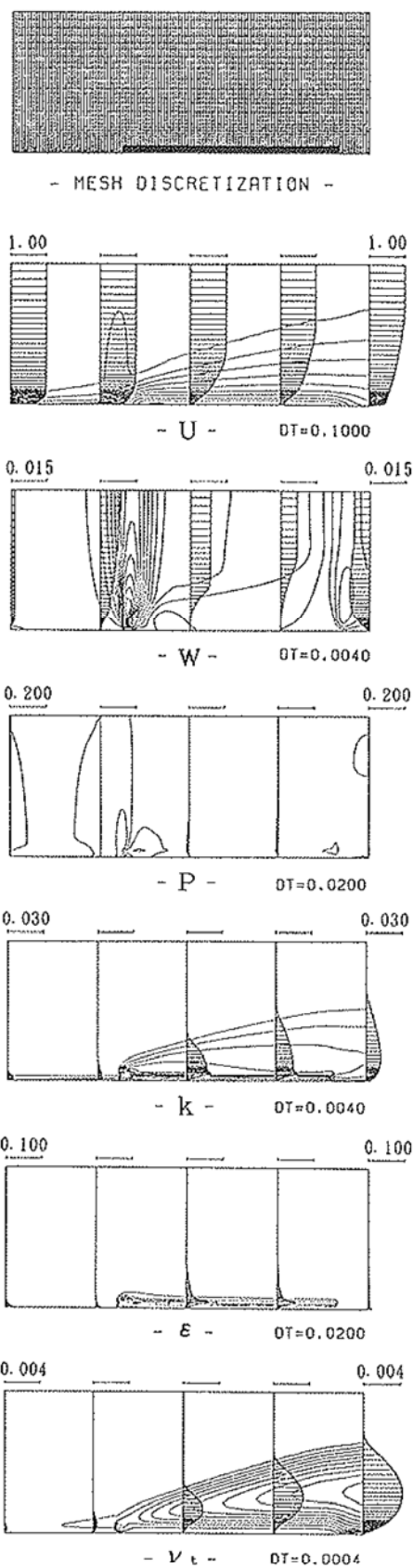


図5 領域ABCDEFの計算結果(Case I)

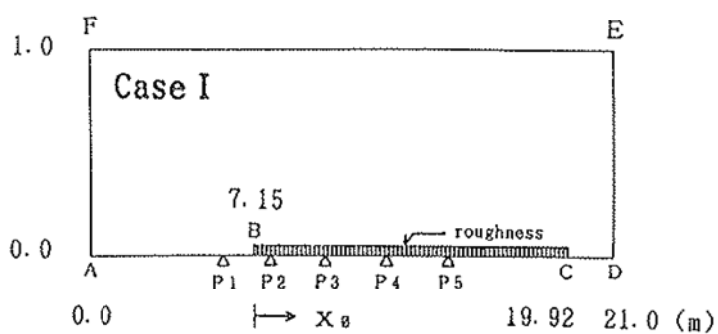


図4 ラフネスおよび測定位置

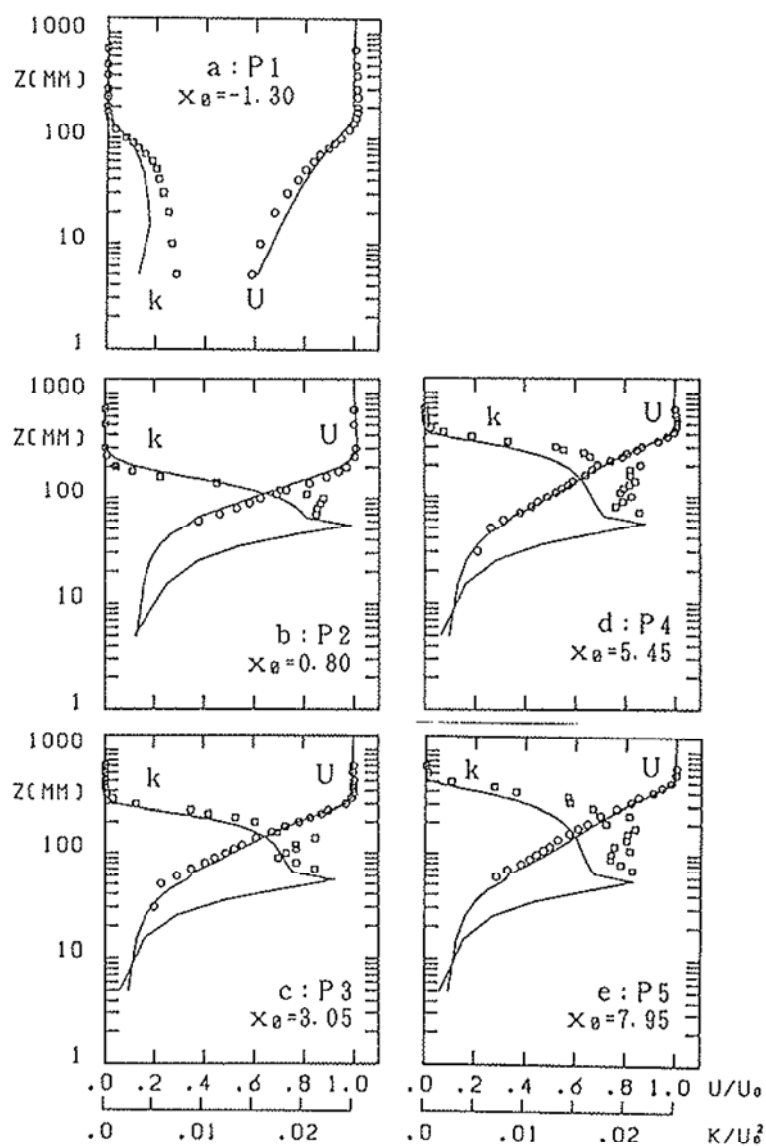


図6 実験結果との比較(Case I:滑→粗)
実験値, U, ○; k, □; 計算値, —.

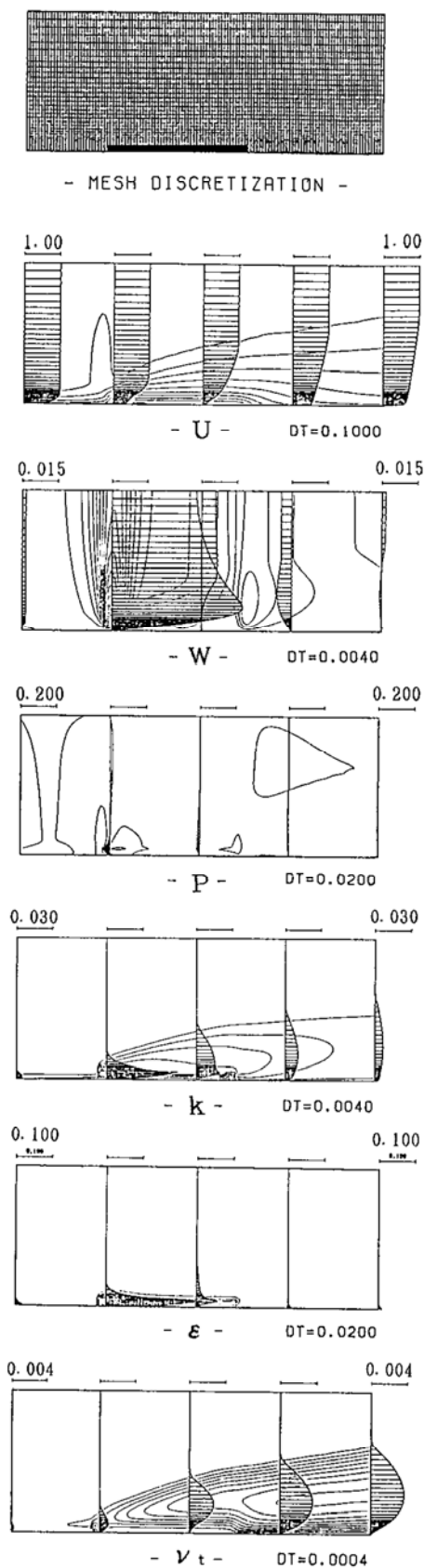


図8 領域ABCDEFの計算結果(Case II)

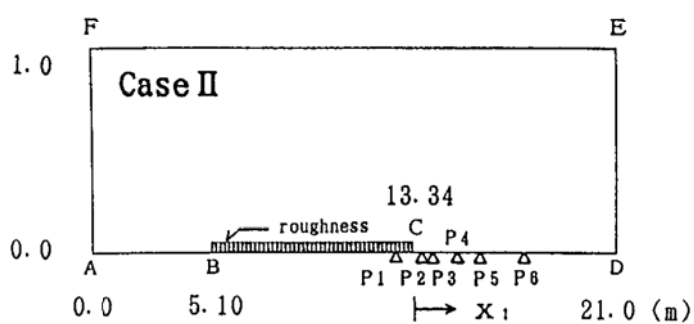


図7 ラフネスおよび測定位置

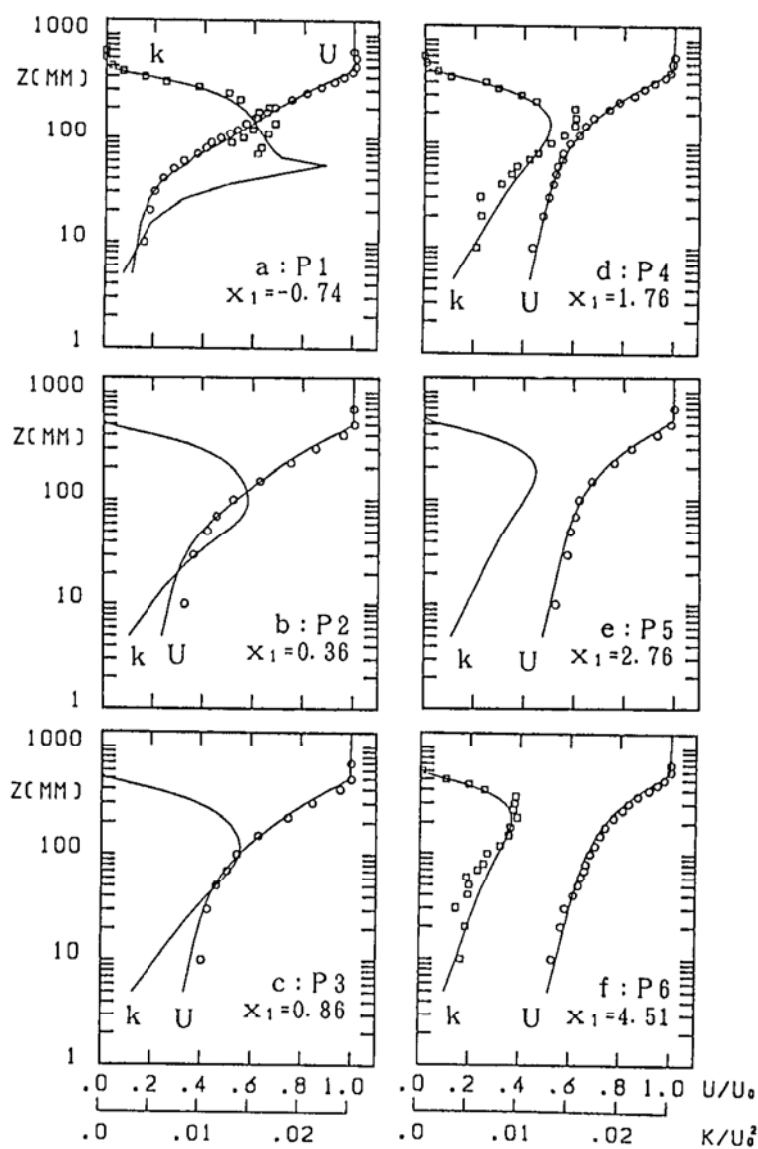


図9 実験結果との比較(Case II:粗→滑)
実験値, U, O; k, □; 計算値, —.

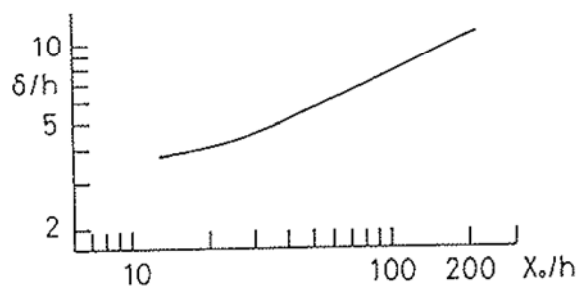


図10 境界層厚 δ の流れ方向変化

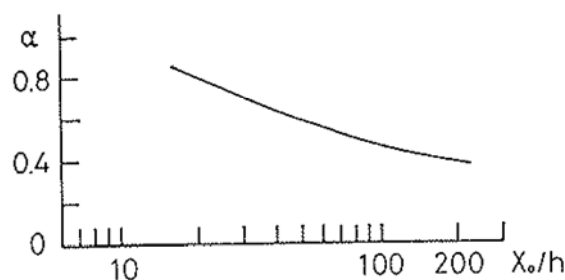


図11 べき指数 α の流れ方向変化

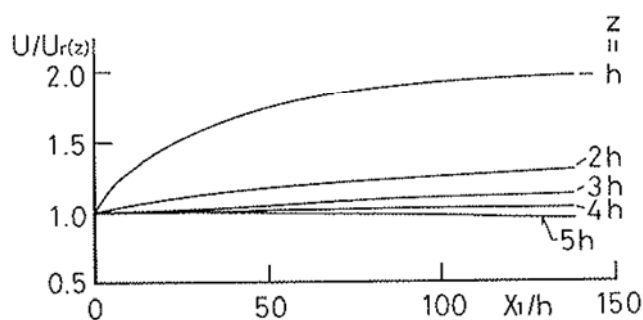


図12 各高度における平均風速 U の流れ方向変化

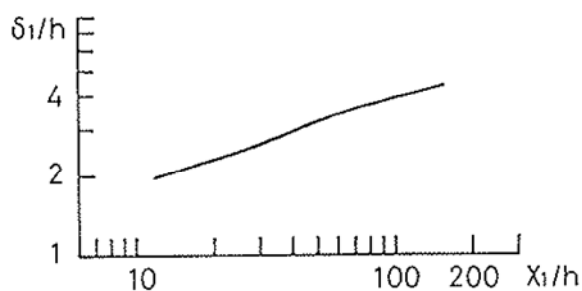


図13 内部境界層厚 δ_i の流れ方向変化

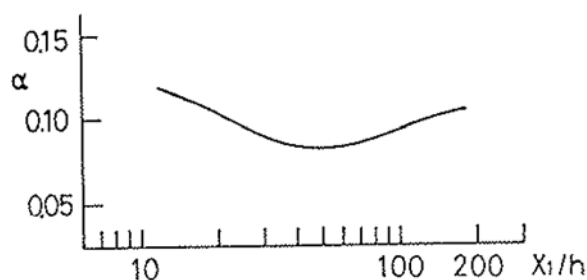


図14 内部境界層内のべき指数 α の流れ方向変化

6. まとめ

粗度形状を考慮した $k-\varepsilon$ 乱流モデルを流れ方向に粗度が変わる場合に適用し、数値計算を行った。また、計算結果を用いて、流れ方向粗度変化に伴う乱流境界層内気流性状の変化を調べた。今回解析対象となった粗面に対して得られた結果を以下にまとめる。

- 1) 計算値と実験結果との比較により、本報で取り挙げた計算手法が、流れ方向に粗度が変わる場合にも有効であることがわかった。
- 2) ラフネス上に発達する乱流境界層の厚さは、吹送距離の0.45乗に比例して厚くなる。
- 3) ラフネス下流の滑面による内部境界層厚は、吹送距離の0.34乗に比例して厚くなる。
- 4) U の鉛直分布にべき法則を当てはめた場合、ラフネス上でべき指数の値は流れ方向に減少し、滑面上では流れ方向に一度減少し、最小値をとった後、再び増加する。ただし、滑面上でのべき指数の変化は粗面上の場合に比べると、僅かである。

参考文献

- 1) 丸山 敬：粗度要素の抵抗および体積変化を考慮した $k-\varepsilon$ モデルによる乱流境界層の数値計算，日本建築学会構造系論文報告集第404号，1989.10, pp.75-81.
- 2) 丸山 敬：粗面上に発達する乱流境界層の $k-\varepsilon$ モデルによるシミュレーション(その3：境界条件による変化)，第5回生研NSTシンポジウム講演論文集1990.2 pp.9-12.
- 3) B.E.Launder and D.B.Spalding：lecture in Mathematical Models of Turbulence, 1972, Academic Press.
- 4) 平岡久司・丸山 敬・中村泰人・桂 順治：植物群落内および都市キャノピー内の乱流モデルに関する研究(その1)乱流モデルの作成，日本建築学会計画系論文報告集第406号，1989.12, pp.1-9.
- 5) 丸山 敬・石崎澁雄：市街地キャノピー内の時空間平均風速の鉛直分布に関する実験的研究(千鳥状に配置した立方体粗度要素による検討)，日本建築学会構造系論文報告集第394号，1988.12, pp.60-65.