

8. 凝縮相と Pairing energy

阪大・教養 西 山 敏 之

Feynman - Cohen のロトンエネルギーと観測値との相異は two - roton state と level repulsion によると考える立場もあるが、ここでは超電導の BCS理論の gap - equation に似た pairing energy η に対する方程式を解くことによってこの差異の大きさを評価した。励起エネルギーはフォノンとの相互作用によるポテンシャル $V^{(a)}$, $V^{(c)}$ と有効ポテンシャル $V^{(s)}$ によって与えられ

$$E_{\mathbf{k}} = (\xi_{\mathbf{k}}^2 - \eta_{\mathbf{k}}^2)^{1/2} \quad (1)$$

$$\xi_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2M} + V_{\mathbf{k}}^{(a)} + V_{\mathbf{k}}^{(c)} + N_0 V_{\mathbf{k}}^{(s)} + N V_0^{(s)} - \mu \quad (2)$$

$$\mu = N V_0^{(s)} + \sum_{\mathbf{k} > k_D} V_{\mathbf{k}}^{(s)} (\langle N_{\mathbf{k}} \rangle + \langle a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} \rangle) \quad (3)$$

$$\eta_{\mathbf{k}} = N_0 V_{\mathbf{k}}^{(s)} - \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}'} V(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \eta_{\mathbf{k}'} / E_{\mathbf{k}'} \quad (4)$$

$$V(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = V_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}^{(s)} + V_{\mathbf{k}+\mathbf{k}'}^{(c)}, (\mathbf{k}, \mathbf{k}') \quad (5)$$

となる。ここで、化学ポテンシャルは $V^{(s)}$ によって定まり、 $\langle N_{\mathbf{k}} \rangle$, $\langle a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} \rangle$ は個別準粒子 (ロトン) の粒子数と、対演質子の基準状態に関する期待値であって第 1 近似では $\mu = N V_0^{(s)}$ とおく。ここでは、まず $\eta_{\mathbf{k}} = N_0 V_{\mathbf{k}}^{(s)}$ とおいて、 $E_{\mathbf{k}}$ を求めた結果が Feynman - Cohen のエネルギーとほとんど一致し、(4) を iteration で解いた第 1 近似を用いると観測値に近い値が得られることを数値計算によって示す。数値計算は渡部氏によってモンテカルロ法を用いて行なわれた。数値の例と結果の図は次のようになる。

例 波数 $2.03 \text{ \AA}^{-1}$, $\eta^{(0)} = N_0 V^{(s)} = -5.8K$, 第 1 近似 $\eta^{(1)} = -9.17K$

