

スピングラスのクラスター現象論

関西学院大・理 南部 信 次

スピングラス転移が熱力学的な意味で平衡状態における相転移であるのか、あるいは動的ないわゆるガラス転移の様なものであるのかを決定する実験的根拠はまだ明確になっていないと思われる。平衡系の相転移と見なす根拠は、帯磁率の鋭いカusp、非線型帯磁率の発散、 $H-T$ 相図 ($A-T$ line) 等があげられこれらはSKモデルでうまく記述される。一方、帯磁率の ω -依存性をはじめとする動的な実験における“観測時間”依存性はスピングラス転移が有限の大きさをもつスピングラスの gradual freezing であることを示唆している。本研究の目的は熱平衡の理論と結びつきうる現象論を用いて、上の二面性を説明することにある。

各格子点上の磁化を $\{M_i\}$ として平均場自由エネルギー: $F(\{M_i\})$ は Ising spin 系の場合、展開形で

$$\beta F(\{M_i\}) = -\frac{1}{2}\beta \sum_{ij} J_{ij} M_i M_j + \frac{1}{2} \sum_i M_i^2 + \frac{1}{12} \sum_i M_i^4 + \cdots - \beta \sum_i M_i H_i$$

と書ける。 H_i は各 site にかかる staggered field である。相互作用 J_{ij} は短距離型で平均値ゼロのランダム変数であるとする。ランダム行列の性質を考慮に入れ直交変換:

$$\sum_j J_{ij} \langle j | \lambda \rangle = J_\lambda \langle i | \lambda \rangle, \quad M_\lambda = \sum_i M_i \langle i | \lambda \rangle, \quad H_\lambda = \sum_i H_i \langle i | \lambda \rangle$$

によって λ -空間に移行する。Anderson らの考察に従い $\{J_{ij}\}$ の固有値分布が図1のように localized state をもつとすれば、展開係数 $\langle i | \lambda \rangle$ (ランダム変数) は localized mode に関しては $\langle i | \lambda \rangle \sim O(1/\sqrt{N_\lambda})$ である。

N_λ は mode λ のスピングラスター内に含まれる格子点の数で有限である。自由エネルギー F は

$$\begin{aligned} \beta F(\{M_\lambda\}) = & \frac{1}{2} \sum_\lambda (1 - \beta J_\lambda) M_\lambda^2 + \frac{1}{12} \sum_{\{\lambda\}} A(\{\lambda\}) M_{\lambda_1} M_{\lambda_2} M_{\lambda_3} M_{\lambda_4} + \cdots \\ & - \beta \sum_\lambda M_\lambda H_\lambda, \quad A(\{\lambda\}) = \sum_i \langle i | \lambda_1 \rangle \langle i | \lambda_2 \rangle \langle i | \lambda_3 \rangle \langle i | \lambda_4 \rangle \end{aligned}$$

となる。 F の右辺の $A(\{\lambda\})$ が mode coupling すなわち各スピングラスターどうしの overlapping 効果を表現している。localized mode の性質を考慮に入れ、適当な数学的仮定の下

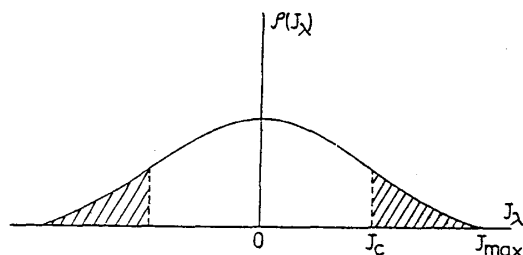


図 1

に F を $\{ \langle i | \lambda \rangle \}$ についてランダム平均すると

$$[A(\{ \lambda \})]_{\text{av}} = \begin{cases} N(\lambda_1, \lambda_2)/N_{\lambda_1} N_{\lambda_2}, & (\lambda_1 = \lambda_3 \neq \lambda_2 = \lambda_4) \\ 3/N_{\lambda_1} & (\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

となり、4次の展開係数がクラスターの大きさ (N_λ) と重なり大きさ ($N(\lambda, \lambda')$) で表現される。離散固有値を $J_{\lambda_{\max}} = J_{\lambda_1} > J_{\lambda_2} > J_{\lambda_3} \cdots$ とすると $\partial F / \partial M_{\lambda_i} = 0$, ($i = 1, 2, \dots$) により M_{λ_i} の期待値 $\bar{M}_{\lambda_i}$ を定めることができる。外場 $H_i \equiv 0$ のとき、連続極限: $J_\lambda \rightarrow \lambda, N^{-1} \sum_\lambda \rightarrow \int d\lambda \rho(\lambda)$ で

$$\begin{aligned} q(T) &= N^{-1} \sum_i \bar{M}_i^2 = N^{-1} \sum_\lambda \bar{M}_\lambda^2 \\ &= \int_T^{\lambda_{\max}} \rho(\lambda) \xi^d(\lambda) \{1 - n(\lambda)\} (\beta\lambda - 1) d\lambda \end{aligned}$$

を得る。この解は体積 $\xi^d(\lambda)$ をもつおのおののスピンクラスターが温度を下げてゆくと次々と symmetry break する様を表現している。ただし、先に凍結した部分は自由度としては死んでいるから後から凍結するクラスターの寄与には $\{1 - n(\lambda)\}$ の因子がかかる (suppression effect)。 $n(\lambda)$ は

$$n(\lambda) = 1 - \exp \left[- \int_\lambda^{\lambda_{\max}} \rho(\lambda') \xi^d(\lambda') d\lambda' \right]$$

で与えられるが、この効果が出てくるのには F の4次項の mode coupling 項が本質的な役割りを果たしている。帯磁率 χ は、 $\chi(T) = (1 - q(T))/T$ より計算できる。

次に臨界磁場 $H_c(T)$ を求める。 $H_i = H \neq 0$ の場合、凍結したすべての mode が metastable state をもたない条件:

$$\frac{\partial F}{\partial M_\lambda} = \frac{\partial^2 F}{\partial M_\lambda^2} = 0 \quad (\lambda < T)$$

から

$$H_c(T)^2 = \frac{4}{27} T^2 \int_T^{\lambda_{\max}} \rho(\lambda) \xi^d(\lambda) \{1 - p(\lambda)\}^3 (\beta\lambda - 1)^3 d\lambda / \int_T^{\lambda_{\max}} \rho(\lambda) d\lambda$$

ただし、

$$p(\lambda) = 1 - \exp \left[- \frac{1}{3} \int_\lambda^{\lambda_{\max}} \rho(\lambda') \xi^d(\lambda') d\lambda' \right]$$

を得る。

凍結したスピנקラスタは有限の大きさであるからその緩和時間 $\tau(\lambda)$ を

$$\tau(\lambda)^{-1} = \tau_0^{-1} \exp [-E(\lambda)/T], \quad E(\lambda) = \frac{1}{2} J_\lambda \bar{M}_\lambda^2$$

で定義する。観測時間を t とすれば、 $\tau(\lambda) < t$ であればそのクラスターは melt していると考ええる。観測時間 t で最初に凍結する mode は

$$t = \tau(\bar{\lambda}_{\max})$$

で与えられる。 $\xi(\lambda) = \{\lambda_c/(\lambda - \lambda_c)\}^\nu$ とおくと

$$\bar{\lambda}_{\max}(t) = \lambda_c \{1 + [1/2 \ln(t/\tau_0)]^{1/(\nu-1)}\}$$

を得る。 $\lambda_{\max}$ を $\bar{\lambda}_{\max}(t)$ で置き換え、状態密度 $\rho(\lambda)$ を適当な形に仮定し、 $\chi(T, t)$, $H_c(T, t)$ の観測時間依存性を数値計算したのが図2および図3である。これらの結果は相互作

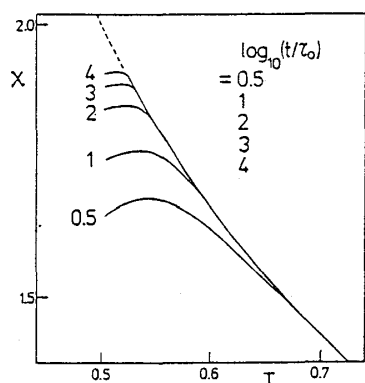


図 2

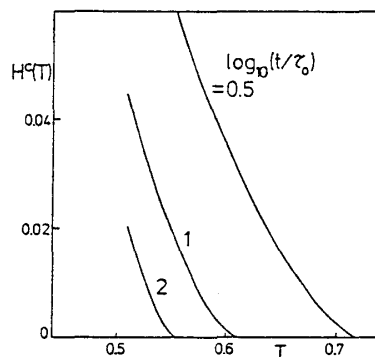


図 3

用が短距離型と考えられる $\text{Eu}_x\text{Sr}_{1-x}\text{S}$ の実験結果や Monte Carlo 実験の結果と定性的によく一致する。

平均場自由エネルギーから出発してスピנקラスタが次々と凍結して行くのを Landau 理論で定式化したわけであるが、現実のスピングラスではクラスター間の相互作用によるクラスターの再配列、成長過程が問題であろう（階層的ダイナミックス）。そのためにはスピנקラスタの大きな“ゆらぎ”をとり入れた理論が必要である。

なお、詳しい式の導出や引用文献は S. Nambu, Prog. Theor. Phys. 74 (1985) No. 3 (9月号) を御覧下さい。