

物体の非定常運動に伴う双子渦

九大 応力研 種子田 定俊

§ 1. 研究目的

一様流の中におかれた種々の物体の定常流れについてはすでに多くの実験と理論があり、かなりの知識が得られている。一方、非定常運動を行なう物体の流れに関しては実験も理論もはなはだ少なく、非定常流に関する我々の知識は極めて貧弱であるように思われる。^{1)~6)}

非定常流の場合には定常流では決して見ることはできないような珍しい *flow pattern* を見ることができるといえる。たとえば、円柱の場合を例にとると、定常運動の場合には $6 < R < 40$ の範囲で円柱後方に一対の対称な渦（双子渦）が形成され、安定に存在するが、 $R > 40$ では双子渦は崩れてカルマン渦になり、もはや定常的な双子渦を見ることはできない。⁷⁾

ところが、円柱を急に加速した場合には、いかに R 数が大きくとも加速直後にはきれいな完全流体ポテンシャル流れが

現われ、続いて円柱後方岐点から新しく小さな双子渦が発生して急速に成長し、やがて崩壊する。しかもその場合双子渦の長さは直径の4.5倍にも達し得る。一斉定常流の場合に到達し得る最大の双子渦の長さは直径の2.2倍にすぎない。また逆に円柱を急に減速した場合には死水域がはたはたしく増大するなど、定常運動では見られない奇妙な *flow pattern* が現われる。

一般に、剥離や、層流から乱流への遷移は運動の非定常性の影響を強く受けるので、非定常運動を利用すれば物体の抵抗を定常運動の場合よりも減少させ得る可能性等も期待される。

ここでは非定常流の研究の第一歩として、円柱、 90° 平板が、種々の非定常運動を行なう場合にその後方に発生する双子渦の振舞いを実験的に調べた。

3.2. 実験装置

円柱および 90° 平板が静止から急に一定速度で動き出した場合の双子渦の実験は、巾40cm、深さ40cm、長さ200cmの小型ガラス張り水槽で行なわれた。水槽の上に水平にレールを置き、その上に乗せられた測定用台車が *lead screw* に沿って移動できるようになっている。*lead screw* はモータ

一によってあらかじめ一定の回転速度で回転を与えられ、測定用台車に取り付けられたナットを瞬時的に *lead screw* にかみ合わせることによって、その瞬間から測定用台車は一定速度でレール上を水平に移動し始める。ナットが *lead screw* にかみ合った瞬間に装置全体にわずかに衝撃を感じるが実験結果にはまったく影響をおよぼさない程度である。測定用台車の進行速度は $0.1 \sim 10 \text{ cm/s}$ の範囲で自由に選ぶことができる。試験用物体は支柱により台車に鉛直または水平に取り付けられ、水中を台車と同じ速度で進行する。装置の略図は Fig. 1 に示される。

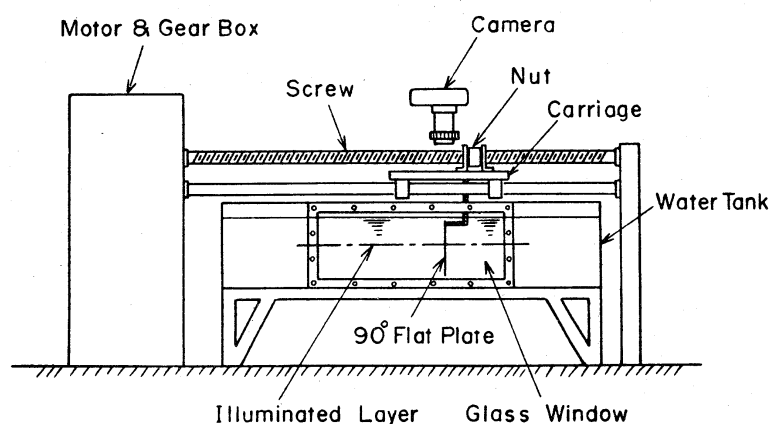


Fig. 1

使用された円柱の直径は $1.0 \sim 5.5 \text{ cm}$ 、平板の長さは $1.3 \sim 6.5 \text{ cm}$ の間で色々に変えられた。流れの *visualization* には *tracer* としてアルミ粉、水素気泡、色素流を使用した。またシュリーレン法も試みられた。流れの写真は自動巻き上げ装

置を備えたニコンFカメラで撮影され、撮影の時刻はカメラのシンクロフラッシュ用ソケットを利用して電磁オウシログラフに記録された。

一オ、静止または一定速度から一様な加速度で加速した場合、および一定速度から一様減速度で減速した場合の双子渦の実験は、その目的の為に特別に設計された試験水槽で行われた。水槽の巾は50cm、深さは50cm、長さ600cmである。測定用台車は自動制御装置を備えた特殊モーターで駆動され、加速度の大きさは $0.01 \sim 10 \text{ cm/s}^2$ の範囲で自由に变化させることができる。この装置によって得られる加速度の一様性の精度は1%以内である。flow visualization および写真撮影の方法は impulsive start の場合と同様である。試験用の円柱および90°平板も impulsive start の場合と同じものが使用された。

なお、この報告では印刷の関係で流れの写真をお見せできないのは誠に残念であるが、近く物理学会ジャーナルに発表の予定があるのでそれを御覧戴きたい。

§3. 静止より急に一定速度で動き出した円柱の双子渦

円柱が運動を開始した直後の流れは完全流体ポテンシャル流れである。しかし短い時間の後に円柱後方岐点に小さな双

子渦が発生し、次第に成長して時間と共に急速に大きくなり、やがて崩壊する。⁸⁾

今、円柱の直径を d 、一定の速度を U 、運動開始からの時間を t 、流体の動粘性係数を ν とすれば、双子渦の長さ S は d 、 U 、 t 、 ν の関数である。したがって、無次元量の関係式は

$$\frac{S}{d} = f\left(\frac{Ud}{\nu}, \frac{\nu t}{d^2}\right) \quad (1)$$

で与えられる。

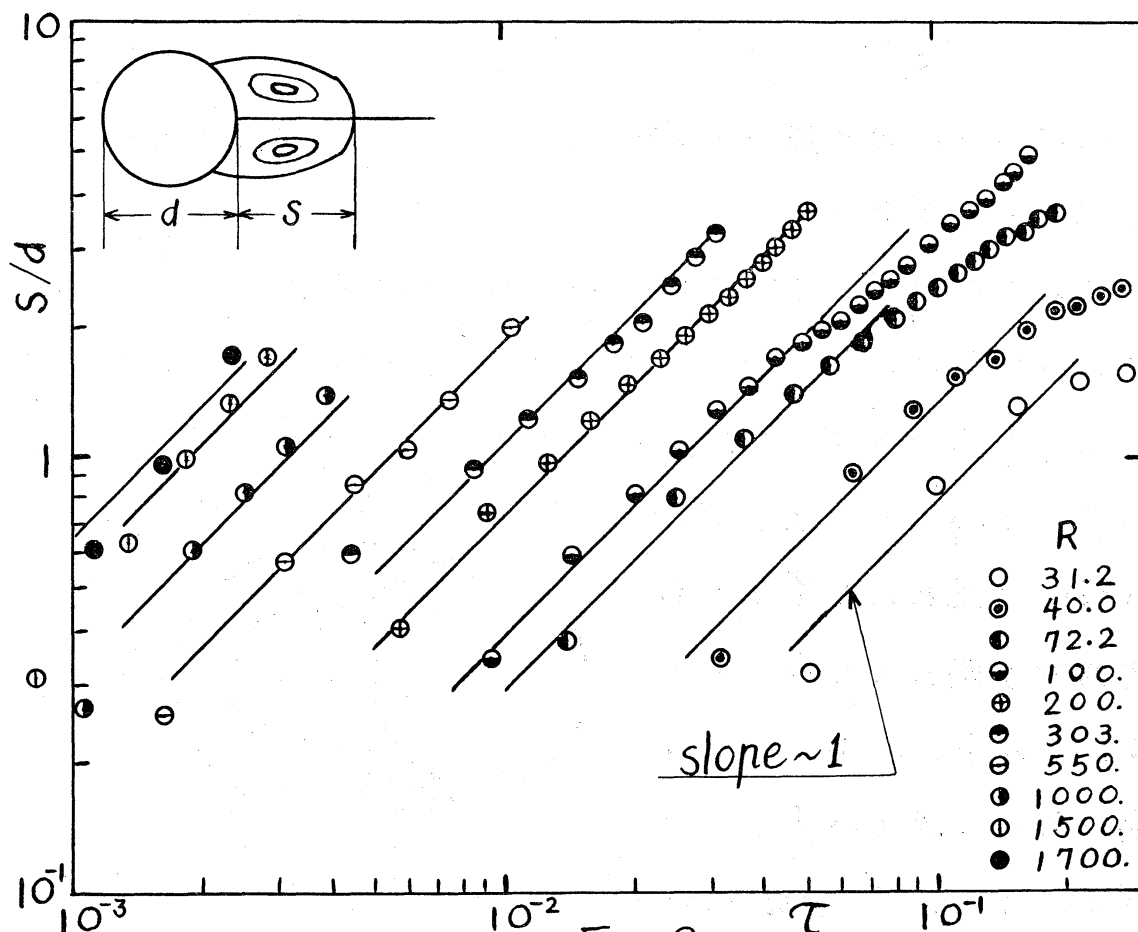


Fig. 2

$$Ud/\nu \equiv R \text{ (レイノルズ数)}, \nu t/d^2 \equiv \tau \quad (2)$$

とおけば

$$S/d = f(R, \tau) \quad (3)$$

となる。 R を一定とした時の S/d と τ の関係は Fig. 2 に示される。この図からわかるように、 $R < 550$ で且ってあまり大きくはない時には

$$S/d \propto \tau \quad (4)$$

が成立する。しかし、 $R > 550$ では

$$S/d \propto \tau^n, \quad n > 1 \quad (5)$$

の形になる。 n の値は R 数によって異なり、例えば $R = 1700$ で $n = 1.4$ である。

このように $R = 550$ を境にして双子渦の成長の仕方が異なるのは、 $R > 550$ では主な双子渦の前方にそれぞれ第2の小さな局所的な双子渦が形成されることと関係があるように思われる。 Fig. 3 は $R > 550$ の場合に現われる第2の局所的な双子渦のスケッチである。この第2の小さな双子渦は $R < 550$ では見ることができない。 $R = 500$ 付近で始めて第2の双子渦の小

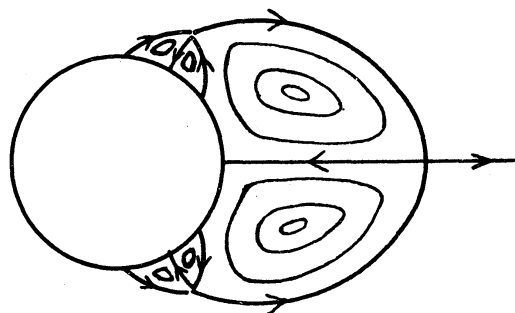


Fig. 3

さは萌芽が現われ、 R 数の増大と共に次第に大きく成長する。

次に、 τ を一定とした時の S/d と R との関係は、 τ があまり大きくない時

$$\frac{S}{d} \propto R \quad (6)$$

が成り立つ。(3) と (5) から、 τ があまり大きくない時には ($\tau < 0.1$)

$$\frac{S}{d} = k_1 R \tau, \quad k_1 = 0.34 \quad (7)$$

が成立することがわかる。しかるに、 $R \equiv \frac{Ud}{\nu}$, $\tau \equiv \frac{\nu t}{d^2}$ であるので

$$R \tau = \frac{Ut}{d} \quad (8)$$

となり、(6) 式は

$$\frac{S}{d} = 0.34 \frac{Ut}{d} \quad (9)$$

の形になる (Fig. 4)。ここで注目すべきことは (7) 式は流体の動粘性係数 ν を含まないことである。(9) をさらに変形すれば

$$\frac{S}{Ut} = 0.34. \quad (10)$$

円柱が運動開始から観測の瞬間までに進行した距離を x とすれば、 Ut は x に等しいので (8) は

$$\frac{S}{x} = 0.34 \quad (11)$$

と書くことができる。この式は円柱の直径 d も含んでいない。

次に、実現し得る最大の双子渦の大きさは R 数によつては

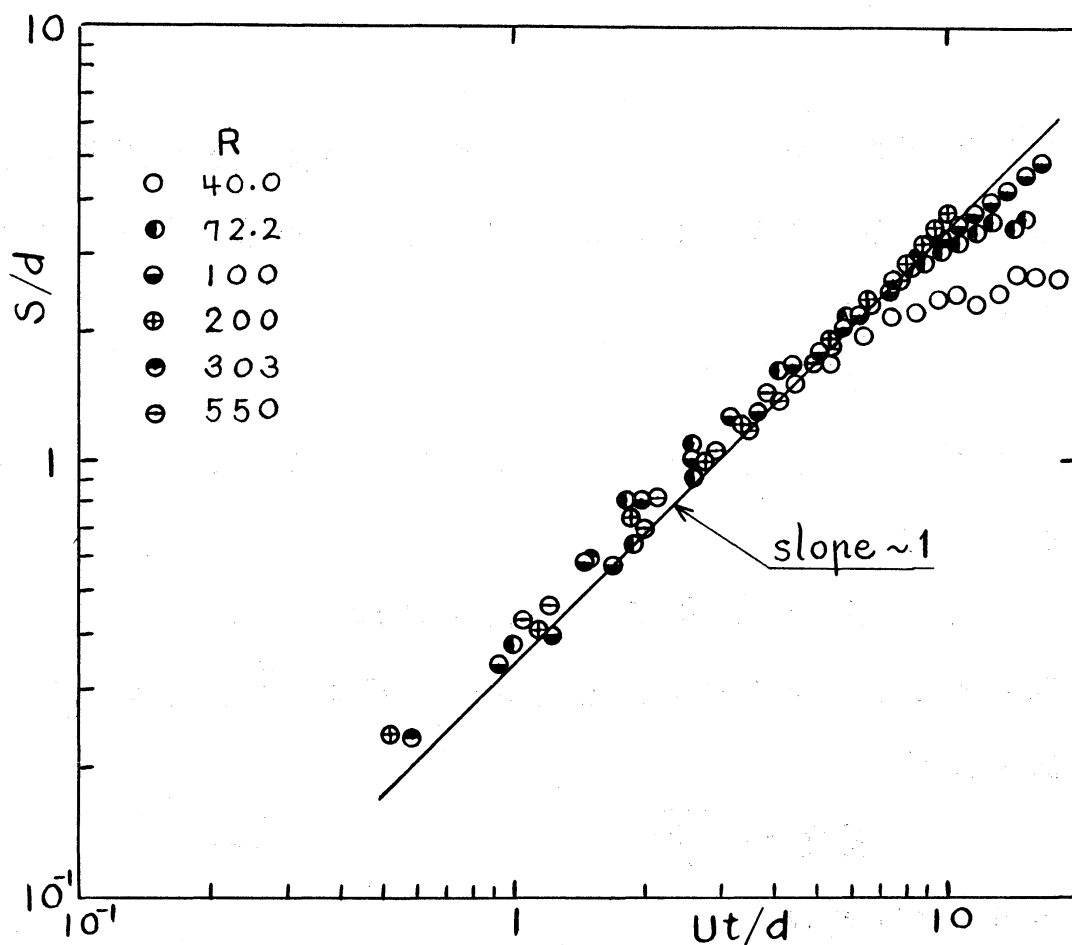


Fig. 4

ははだしく異なる。 $R=100$ の時 $(S/d)_{max}$ は極大を示し、その値は約4.5に達する。しかしR数が100を越えて増大すれば $(S/d)_{max}$ は逆に減少し、 $R=10^3$ では約1.4である。一方、定常の場合には、最大の双子渦の大きさは $R=42$ の場合に形成され、その値は約2.2である。

以上の実験結果はWang, Son & Hanrattyの計算結果とよく一致している。

§4. 静止より一様加速度で動き出した円柱の双子渦

双子渦の発生，成長，崩壊の過程は静止より急に一定速度で動き出した円柱の場合と定性的にはほとんど同様である。すなわち，円柱が運動を開始した直後の流れは完全流体ポテンシャル流れが実現される。しかし短い時間の後に円柱後方岐点に小さな一対の渦が発生し，次第に成長して時間と共に大きくなり，やがて崩壊する。⁸⁾

今，円柱の直径を d ，一様加速度の大きさを a ，運動開始からの時間を t ，流体の動粘性係数を ν とすれば，双子渦の長さ S は d ， a ， t ， ν の関数であり，

$$\frac{S}{d} = f\left(\frac{d^3 a}{\nu^2}, \frac{\nu t}{d^2}\right) \quad (12)$$

が成立しなければならぬ。ここで

$$\frac{d^3 a}{\nu^2} \equiv \alpha, \quad \frac{\nu t}{d^2} \equiv \tau \quad (13)$$

とおけば，

$$\frac{S}{d} = f(\alpha, \tau). \quad (14)$$

α を一定とした時の S/d と τ の関係は Fig. 5 に示される。この図から， τ があまり大きくない時 ($\tau < 0.2$)

$$\frac{S}{d} \propto \tau^2 \quad (15)$$

が成立していることがわかる。

次に， τ を一定とした時の S/d と α との関係は， τ があまり大きくないとき

$$\frac{S}{d} \propto \alpha \quad (16)$$

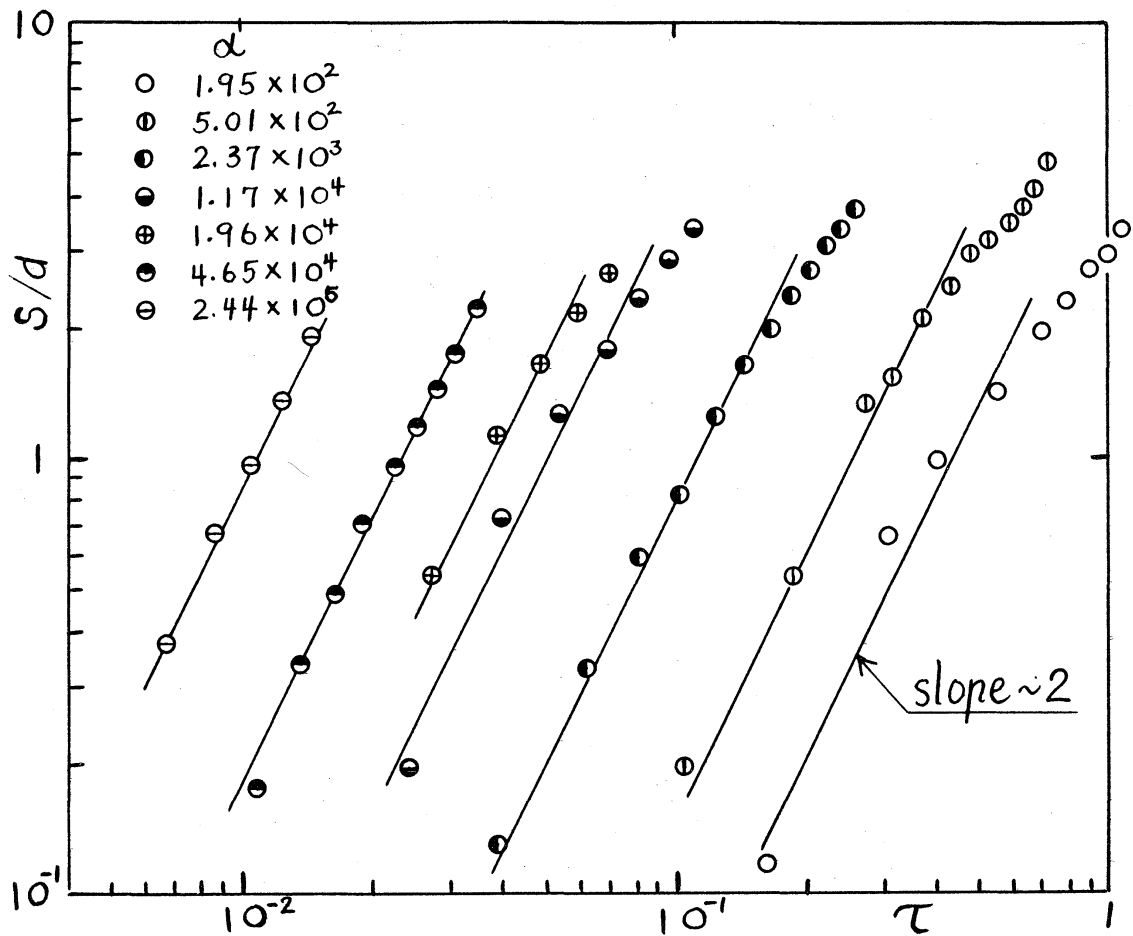


Fig.5

が成り立つ。(15), (16)より, $\tau < 0.2$ では

$$\frac{S}{d} = k_2 \alpha \tau^2, \quad k_2 = 0.14 \quad (17)$$

とする。しかるに, $\alpha \equiv \frac{d^3 a}{\nu^2}$, $\tau \equiv \frac{\nu t}{d^2}$ であるので

$$\alpha \tau^2 = \frac{a t^2}{d} \quad (18)$$

となり, (17)式は

$$\frac{S}{d} = 0.14 \frac{a t^2}{d} \quad (19)$$

に帰着する (Fig. 6)。

(19)をさらに変形すれば

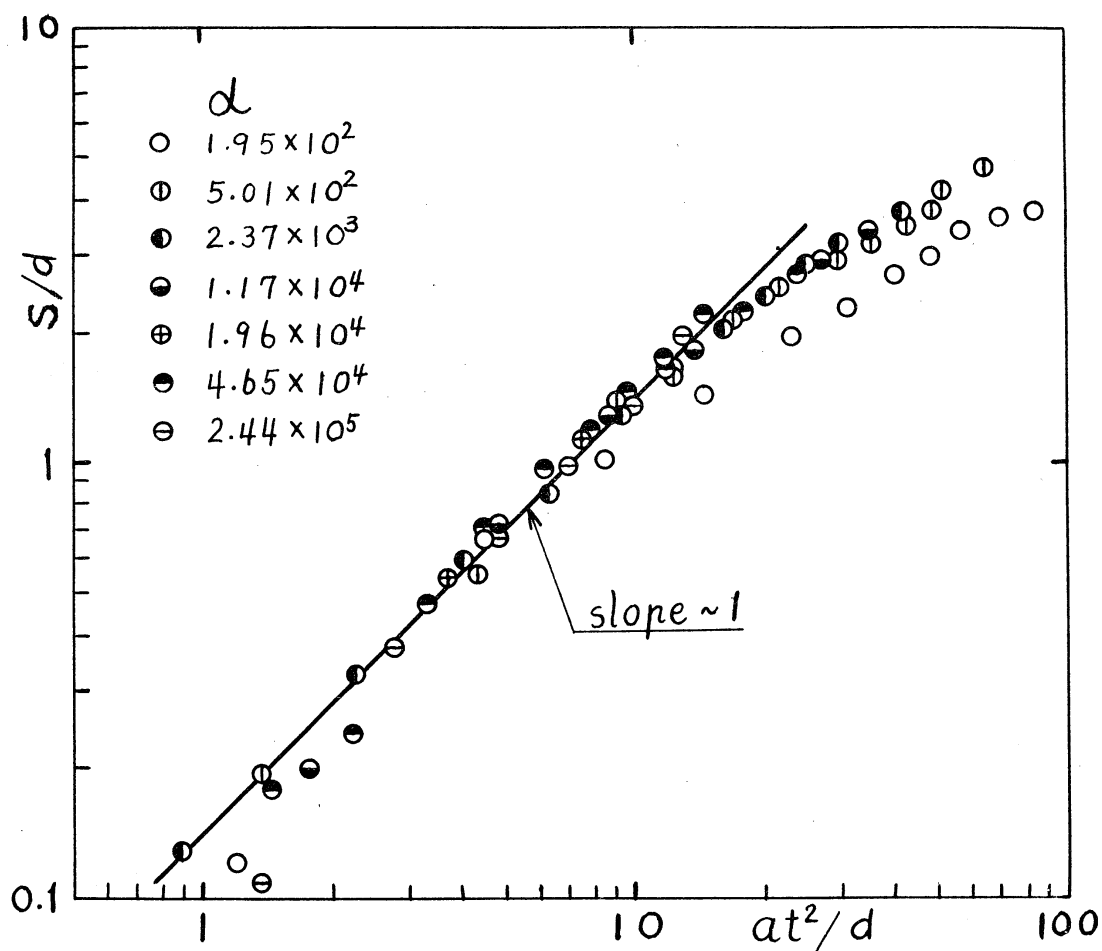


Fig. 6

$$\frac{S}{at^2} = 0.14. \quad (20)$$

円柱が運動開始後観測の瞬間までに進行した距離を χ とすれば

$$\chi = \frac{1}{2} at^2 \quad (21)$$

であるので, (20) 式は結局

$$\frac{S}{\chi} = 0.28 \quad (22)$$

となり, これは *impulsive start* の場合の (11) 式に対応する。ここで非常に興味あることは, (22) 式が (11) 式と同じ

く流体の動粘性係数 ν を含まないだけでなく，円柱の直径 d も含んでいはいことである。

双子渦の到達し得る最大の大きさは α の値によって異なり， $\alpha = 5 \times 10^2$ の時極大値 $(S/d)_{max} = 4.6$ となる。さらに α の値を増大すれば $(S/d)_{max}$ は単調減少する。たとえば $\alpha = 10^5$ の時 $(S/d)_{max} = 2.0$ である。

§5. 一定速度から急に加速された円柱の双子渦

一定速度で進行中の円柱を急に一樣な加速度で加速した場合の流れは，円柱近傍に着目する限りでは静止から急に動き出した場合の流れとほとんど同じである。すなわち，最初の定常状態の流れに無関係に加速の直後には円柱近傍の流れはポテンシャル流れになる。そして短い時間の後に円柱後方岐点から新しく小さな双子渦が発生し，成長する。

しかし，静止から急に加速した場合と本質的に異なるのは，加速する前の定常流が渦度の分布を持っており，加速中も流れの場全体としては渦度を持った流れであることである。しかし最初に分布していた渦度は加速と同時に後方へ吹き流されるので，少なくとも円柱近傍では再び新しく渦無し流れが形成され，円柱表面には新しい境界層が発達し始める。その間に最初の渦度ははるか後方へ吹き流されるので，双子渦の

発生，成長，崩壊の過程はほとんど静止からの急加速の場合と同様である。ただ，最初の定常状態の *Reynolds* 数が高い程，加速後の双子渦の発達速度がわずかに早くなる傾向が認められる。

5.6. 静止から急に動き出した 90° 平板の双子渦

90° 平板が運動を開始した直後の流れはポテンシャル流れである。しかし次の瞬間に平板の両端からそれぞれ流れが剥離し，二つの渦が形成される。このようにして発生した二つの渦は時間と共に急速に成長してやがて合体して一つの *wake bubble* を形成する。*wake bubble* の大きさは時間と共にますますその大きさを増大するがやがて崩壊する。

今，平板の長さを d ，平板の進行速度を U ，運動開始後の経過時間をも，流体の動粘性係数を ν とすれば，*wake bubble* の長さ S は次の方程式で記述される。

$$\frac{S}{d} = f\left(\frac{Ud}{\nu}, \frac{\nu t}{d^2}\right). \quad (23)$$

$$\text{そこで, } \frac{Ud}{\nu} \equiv R, \quad \frac{\nu t}{d^2} \equiv \tau \text{ とおけば,} \quad (24)$$

$$\frac{S}{d} = f(R, \tau). \quad (25)$$

R を一定とした時の S/d と τ の関係は， τ があまり大きくない時

$$\frac{S}{d} \propto \tau^{\frac{2}{3}} \quad (26)$$

が成立する。

次に τ を一定にした時の S/d と R との関係はFig. 7に示されるごとく, $\tau < 0.1$, $R > 25$ の範囲で

$$\frac{S}{d} \propto R^{\frac{2}{3}} \quad (27)$$

を満足する。従って, (26), (27)より

$$\frac{S}{d} = k_3 R^{\frac{2}{3}} \tau^{\frac{2}{3}},$$

$$k_3 = 0.89. \quad (28)$$

しかるに, $R \equiv \frac{Ud}{\nu}$,
 $\tau \equiv \frac{\nu t}{d^2}$ であるので

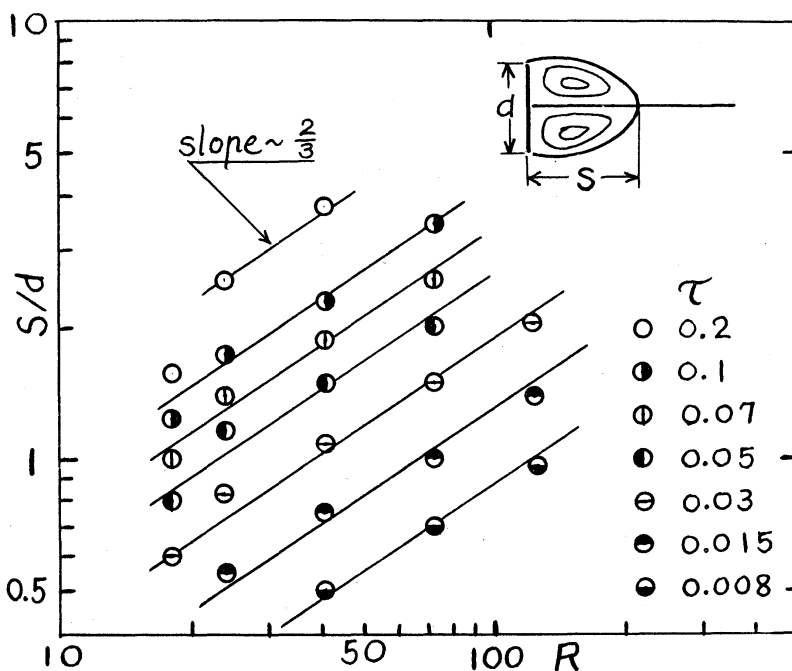


Fig. 7

$$R^{\frac{2}{3}} \tau^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{Ud}{\nu} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (29)$$

とより, (28)式は

$$\frac{S}{d} = 0.89 \left(\frac{Ud}{\nu} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (30)$$

に帰着する (Fig. 8)。

ところで, 平板が運動開始後観測の瞬間までに進行した距離を x とおけば

$$x = Ut \quad (31)$$

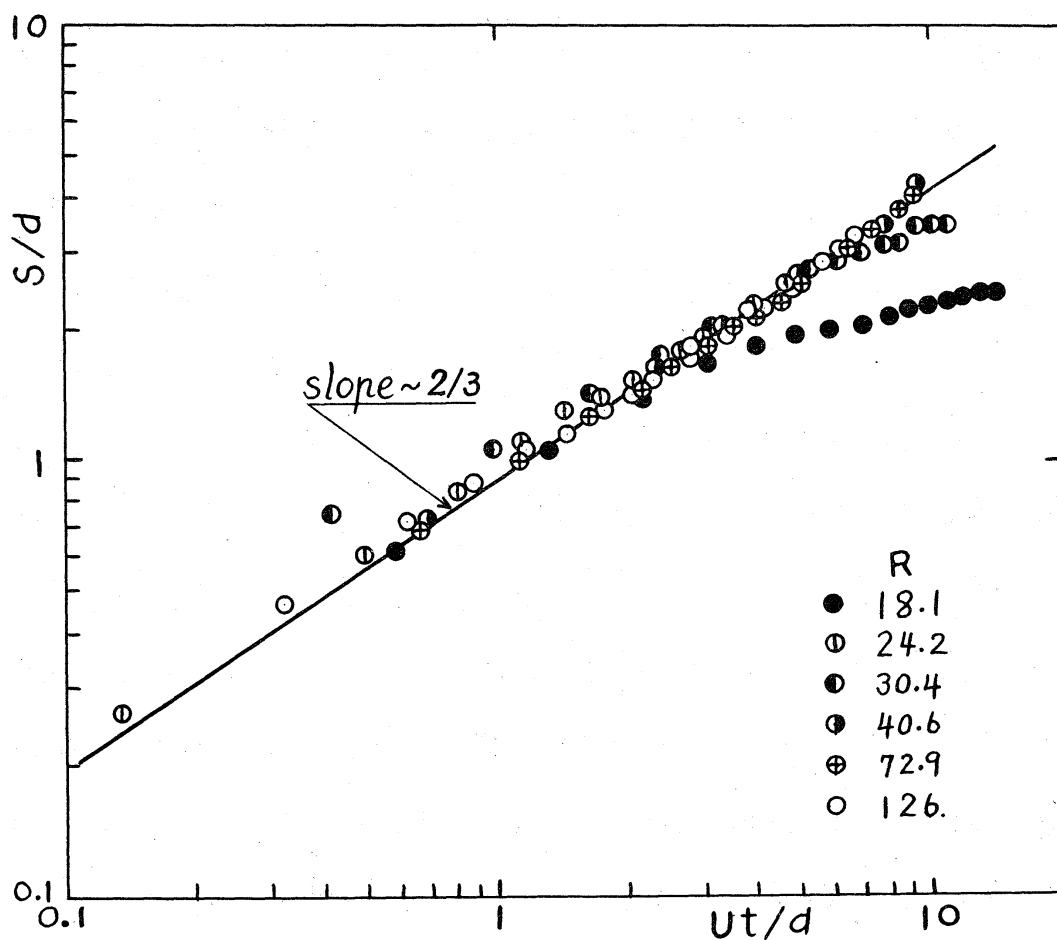


Fig. 8

なる故, (30)式は

$$\frac{S}{d} = 0.89 \left(\frac{X}{d} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (32)$$

と書くことができる。注目すべきことは(30)式または(32)式に流体の動粘性係数 ν が含まれていないことである。

次に, 観測できる最大の wake bubble の長さは約 $4.5d$ である。これは $R = 40.6$, $\tau = 0.23$ の時に実現される。一変定常の場合に到達し得る最大の双子渦の大きさは $R = 26$ の時に得られ, その値は $3.4d$ である。⁹⁾

以上は単に *wake bubble* の外形について述べたものであるが、*wake bubble* 内部の流れの構造は R 数によってかなり複雑に変化する。たとえば $R = 40$ の場合には、双子渦が小さい間は渦の中心は主流方向に割って *wake bubble* の長さの $1/2$ の位置にあるが、時間と共に *wake bubble* が増大するにつれて、中心の位置は次第に後方へ移動し、ついには *wake bubble* の後端の1点へ集中する。続いて平板の両端から *wake bubble* の境界層に沿ってそれぞれ新しい渦が吐き出され、やがて *wake bubble* 全体が崩れて Kármán 渦列へ移行する。しかるに $R = 120$ の場合にはこのような *flow pattern* の変化は現われず、双子渦の中心は全体にぼやけて見える。そして流体が静止して見える領域がドーナツ状に分布する。

なお、運動の初期の段階で、平板の両端から剥離した流れがそれぞれ独立した二個の小さな *bubble* を形成するか、あるいは最初から合体して一つの *wake bubble* を形成するかははた興味深い問題であるが、現在までのところ実験で確認することは困難である。

§7. 静止から一様加速度で動き出した 90° 平板の双子渦
双子渦の発生、成長、崩壊の過程は *impulsive start* の

場合と定性的には同じである。すなわち，運動の最初の瞬間にはポテンシャル流れであり，次の瞬間に平板の両端から剥離が始まり，双子渦が形成される。双子渦は時間と共に急速に増大し，やがて崩壊する。

流れは平板の長さ d ，加速度 a ，運動開始後の経過時間 t ，動粘性係数 ν によって支配される。したがって今 wake

bubble の長さを S とすれば

$$\frac{S}{d} = f\left(\frac{ad^3}{\nu}, \frac{\nu t}{d^2}\right) \quad (33)$$

である。

$$\frac{ad^3}{\nu} \equiv \alpha, \quad \frac{\nu t}{d^2} \equiv \tau \quad (34)$$

とおけば

$$\frac{S}{d} = f(\alpha, \tau). \quad (35)$$

α を一定として S/d と τ との関係を調べると，

$$\frac{S}{d} \propto \tau^{\frac{4}{3}} \quad (36)$$

が成立している。

次に τ を一定としたときの S/d と α との関係は

$$\frac{S}{d} \propto \alpha^{\frac{2}{3}} \quad (37)$$

が成立する。(36), (37) より

$$\frac{S}{d} = k_4 \alpha^{\frac{2}{3}} \tau^{\frac{4}{3}}, \quad k_4 = 0.48 \quad (38)$$

しかるに

$$\alpha \tau^2 \equiv \frac{at^2}{d} \quad (39)$$

なる故, (38)は結局

$$\frac{S}{d} = 0.48 \left(\frac{at^2}{d} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (40)$$

の形になる (Fig. 9).

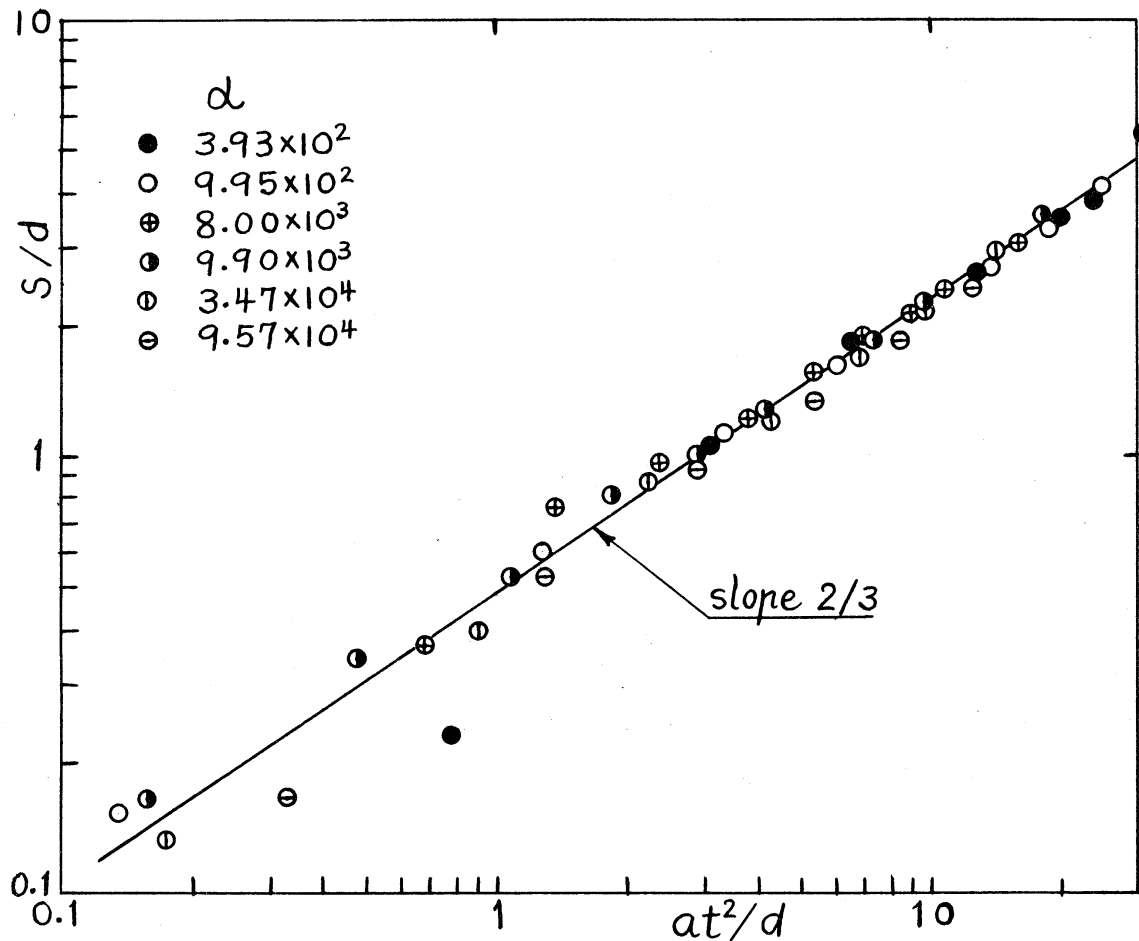


Fig. 9

運動開始後の平板の進行距離を χ とすれば

$$\chi = \frac{1}{2} at^2 \quad (41)$$

なる故, (40)は

$$\frac{S}{d} = 0.76 \left(\frac{\chi}{d} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (42)$$

と書くことができる。

ここで注目すべきことは(40), (42)式には流体の動粘性係数 ν が含まれていないことである。

なお、一様加速の場合に観測できる最大の双子渦の長さは $5.4d$ である。これは $\alpha = 3.9 \times 10^2$, $\tau = 0.27$ の時に実現される。

§8. 一定速度から減速する円柱の双子渦

減速する円柱の流れは、定常または加速の場合に比べて非常に異なる。

静止から始まる加速運動は最初必ずポテンシャル流れが現われるのに反して、一定速度から急に減速する場合にはすでに最初の定常流れに渦度が分布しているのでポテンシャル流れとはまったく異なる *flow pattern* を示す。しかも最初に分布していた渦度が逆流する方向へ移動すると考えられるので、円柱近傍は複雑な流れを呈する。一般に減速開始と同時に双子渦は大きさを増し、特に円柱が静止する直前にはキルクホッフの死水とよく似た流線像を示す。

流れは円柱の直径 d , 最初の速度 U_1 , 最後の速度 U_2 , 減速度 a , 時間 t によって支配される。すなわち、無次元量で表わせば

$$\frac{U_1 d}{\nu}, \frac{U_2 d}{\nu}, \frac{a d^3}{\nu^2}, \frac{\nu t}{d^2}$$

によって支配されると考えられる。特に $U_0 d/\nu$ は最初の渦度分布を与える重要な無次元量である。

§ 9. 結 言

以上、円柱および 90° 平板が種々の加速または減速運動を行なう場合の双子渦（または *wake bubble*）の振舞いを実験的に調べた。その結果は *Navier-Stokes* の方程式から予想されるごとく、加速度が大きいほど粘性項の影響は小さくなり、完全流体の流れに近づく。しかも、静止から始まる加速運動では完全流体のポテンシャル流れが実現される。一た、ある一定速度の定常状態からの加速または減速では最初の定常流れの渦度分布を含んだ完全流体の流れになる。特に減速の場合にはキルクホッフの死水流れ（完全流体渦有り流れ）に似た流れが形成される。

終わりに本研究の実験に協力された本地弘之氏および辰野正和氏に対して、また実験を補助して下さった石井幸治君および若林大三君、ならびに原稿を浄書して下さい柳瀬仁美嬢に対して感謝する。

文 献

- 1) H. Rubach : VDI-Forschungsheft 185(1916).
- 2) L. Prandtl & O. Tietjens : Applied Hydro-& Aerodynamics
(Dover, 1957).
- 3) v. M. Schwabe : Ing. Archiv VI, 1(1935) 34.
- 4) R. B. Payne : J. Fluid Mech. 4(1958) 81.
- 5) J. S. Son & T. J. Hanratty : J. Fluid Mech. 35(1969) 369.
- 6) C. Y. Wang : J. Math. Phys. XLVI, 2(1967) 195.
- 7) S. Taneda : J. Phys. Soc. Japan 11(1956) 302.
- 8) H. Honji & S. Taneda : J. Phys. Soc. Japan 27(1969).
- 9) S. Taneda : Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Kyushu Univ. 16(1968) 155.