

氏 名	馮 宝 峰
学位(専攻分野)	博 士 (工 学)
学 位 記 番 号	工 博 第 1941 号
学位授与の日付	平成 12 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	工 学 研 究 科 航 空 宇 宙 工 学 専 攻
学位論文題目	Numerical Studies on Nonlinear Dispersive Waves in Unstable and Dissipative Systems (不安定散逸系における非線形分散波動の数値的研究)

論文調査委員 (主 査) 教 授 川 原 琢 治 教 授 青 木 一 生 教 授 永 田 雅 人

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、非線形発展方程式に対する高精度数値計算手法を考案し、不安定散逸系における非線形波動の解析に適用して、その基本的性質を論じた結果をまとめたものであり、7章から構成されている。第1章は序論であり、前半の第2章、第3章は数値解析手法、後半の第4章から第6章は不安定散逸系における非線形波動の解析、第7章は結論に当てられている。

序論では、非線形波動および本論文で取り上げる不安定散逸系の波動現象に関する背景が述べられている。

第2章では、非線形波動方程式の初期値問題の数値解析手法として、差分法とスペクトル法が取り上げられている。高次の空間微分を含む場合には、陰的差分法が有効であることを示すとともに、多次元の不安定散逸波動方程式の数値解析のために交互方向陰的差分法を導入し、2次元ソリトン方程式に適用して、その有効性を明らかにしている。

第3章では、定常進行波解を導く計算手法として、孤立波解に対しては有理チェビシェフ擬スペクトル法、周期波解に対してはフーリエ擬スペクトル法が導入されている。無限領域を有限領域に変換しチェビシェフ多項式を用いることにより孤立波解の高精度の計算を可能とし、Kuramoto-Sivashinsky 方程式に適用して、複数のピークをもつ一連の新しい衝撃波解を見出している。

以上の数値解析手法に関する考察は後半の非線形波動解析のための基礎となっている。

第4章には、零波数が最大成長率をもつ不安定波動の近似方程式である不安定 KdV-Burgers 方程式の定常進行波解が擬スペクトル法を用いて求められている。分散性と不安定性・散逸性との相対的な強さにかかわらず、複数のピークをもつ孤立波解が存在すること、また、それらに対応する周期波解も存在し、定常進行波解に多重性があることが見出されている。

第5章では、成層流体における負エネルギー波を記述する方程式の場合が調べられている。この方程式では不安定性と散逸性がヒルベルト変換で表される積分項で記述されるため、通常の狙い撃ち法 (shooting method) では定常進行波解を求めることができない。そこで、擬スペクトル法を用いて、孤立波解と周期波解を求め、定常進行波解の多重性を明らかにしている。

第6章においては、ヒルベルト変換を含む散逸 Benjamin-Ono 方程式に対して、孤立波解と周期波解を求め、解に多重性が現れるパラメータ領域を決定している。また、この方程式の初期値問題も詳しく考察し、初期値問題の解のカオス的挙動と定常進行波解の多重性との間の関係を明らかにしている。さらに、求めた定常進行周期波解の安定性を数値的に調べ、初期値問題の解が平衡解あるいはカオス解のいずれを示すかが、この周期波解の安定性と関係していることを明らかにしている。

第7章では、本論文で調べた非線形発展方程式の定常進行波解の結果を従来の結果と併せて総括することにより、次のような結論が導かれている。不安定 KdV-Burgers 方程式と負エネルギー波方程式の場合には、分散性が強いときにも解の多重性が存在するのに対して、Benney 方程式と散逸 Benjamin-Ono 方程式の場合には、分散性が強くなると、定常進行波解

は単一ピークの解のみとなり、解の多重性が無くなる。一方、不安定 KdV-Burgers 方程式と負エネルギー波方程式の初期値問題の解が分散性が強いときにカオスの挙動を示すのに対して、Benney 方程式と Benjamin-Ono 方程式の場合には、分散性が強いとき、初期値問題の解は単一ピークの孤立波が等間隔で配列した平衡解に漸近する。このことから、定常進行波解の多重性と初期値問題のカオスの挙動との間に関係があることを明らかにしている。また、分散性が弱いとき、Benney 方程式と負エネルギー波方程式においては初期値問題の解がカオス的であるのに対し、不安定 KdV-Burgers 方程式と散逸 Benjamin-Ono 方程式では、衝撃波型の定常解に落ち着くことを明らかにし、後者の定常解への移行は、散逸項が通常の 2 階微分の拡散項であることによることを指摘している。

以上の結果は、初期値問題の解がカオス解となるか平衡解となるかは、単一ピークをもつ一連の孤立波の相互作用の違いによらずにいた従来の解釈に対し、定常進行波解の多重性の有無がカオスの挙動に関与していることを新たに主張するものであり、不安定散逸系における非線形分散波動のカオスの挙動の理解のために有益な情報を与えている。

論文審査の結果の要旨

本論文は非線形波動の解析に有効な高精度数値計算手法を考案し、流体やプラズマにおける長波長不安定波動を記述する非線形分散波動方程式（ソリトン方程式）の解析に適用して、初期値問題におけるカオスの挙動と定常進行波解の多重性との関係を論じたものであり、得られた主な成果は以下の通りである。

1. 非線形発展方程式の数値解析のために差分法とスペクトル法を検討して、有理チェビシェフ擬スペクトル法およびフーリエ擬スペクトル法を導入し、それらがソリトン方程式の解析に有効であることを示している。
2. 非局所積分項を含むソリトン方程式に擬スペクトル法を適用し、従来の数値的手法では求めることができなかった定常進行孤立波解を初めて見出すとともにその構造を明らかにしている。
3. 本論文で開発した数値計算手法を異なるタイプの不安定項・散逸項を含む 3 種のソリトン方程式に適用し、この種の方程式には複数のピークをもつ定常進行孤立波解が存在すること、それら孤立波解の各々に対応する周期波解が存在することを見出し、解に多重性があることを示している。
4. 定常進行波解の性質と初期値問題の振舞との関係を調べ、初期値問題の解がカオス的な不規則挙動を示す場合には、定常進行波解に多重性があること、逆に、定常進行波解が単一ピークの解のみとなり多重性が消える場合には、初期値問題の解は単一ピークの孤立波が一定間隔で配列した平衡解に移行することを見出している。
5. このような解析結果を総括して、不安定散逸系におけるソリトン方程式の初期値問題が示すカオスの挙動と定常進行波解の多重性との間に密接な関係があることを指摘している。

以上、本論文は、非線形発展方程式の数値解析に有効な高精度数値計算手法を導入することによって、不安定散逸系における非線形分散波動の精細な解析を行い基礎的知見を提示したものであり、得られた成果は学術上、實際上寄与するところが少なくない。よって、本論文は博士（工学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成 12 年 2 月 18 日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。