

差動回転するシステムの不安定性

京大理学部物理 観山正見、関谷実

1. 紹介

我々は回転系の流体力学的不安定性に付いて考察する。対象としては、重力系の不安定性であり、宇宙物理学対称としては、銀河、回転する星間ガス雲、降着円盤及び原始太陽系星雲などである。我々が、このように回転する流体系に興味を持った動機は、その流体内部に予想される非線型非定常の過程としての角運動量輸送の現象に注目するからである。

ここに仮に重力系で回転する軸対称システムを考えよう。全質量と全角運動量を保存してよりエネルギーの低い状態は、通常微小部分の質量にほとんどの角運動量をもたせ、他の部分は収縮して角運動量の小さい平衡状態である（まるで太陽系のような状態）。したがって、系の中に角運動量を輸送する機構が存在するならば、系はよりエネルギーの低い状態に非定常に進化するはずである。運動方程式より、単位重さあたりの角運動量を1とすると、

$$\frac{d\ell}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \phi} - \frac{\partial \psi}{\partial \phi}$$

出ある。ここで p 、 ρ 及び ψ はそれぞれ圧力、密度そして重力ポテンシャルである。したがって、種々の不安定性による非軸対称モードが発生すると、角運動量輸送が起こる。以下では、第二項の重力トルクによる角運動量輸送と、第一項よる場合の例として差動回転するディスクの安定性に付いて論ずる。

2. 回転平衡形状の不安定性

宇宙空間においては、回転する自己重力系は数多く存在する。そこでここでは、回転重力系の安定性を調べ、回転によって引き起こされる重力不安定性、特に分裂現象の理論を構築することを目指す。

調べる方法は、等温で回転する平衡形状を初期値として、以後の進化を重力系の3次元流体コードで追跡して、安定性を調べる方法である。初期状態は、角運動量分布と中心密度と表面密度の比(ρ_c/ρ_b)と質量で決定される。等温の平衡形状は、外圧で回りから支えられている必要があり、そのため表面での釣合から外圧 p_{ext} とすると、 $p_{ext} = G\rho_b$ が成立する。ここで G は一定の音速であり、 ρ_b は雲の境界の密度である。角運動量分布は、一様密度の球が一様回転している場合と等しい角運動量分布をとった。平衡解は木口、成田、観山、林(1987, AP. J.)によった。実際の進化のシミュレーションは密度比が $\rho_c/\rho_b = 10$ の解系列に付いて調べた。このようにすると、解は回転エネルギーと重力エネルギーの比 β のみで分類できる。

シミュレーションの結果は以下のようなものである。

a. 等温回転軸対称平衡解の安定性は β 値によって分類される。即ち、

$\beta < 0.26$ のモデルは安定。

$\beta > 0.29$ のモデルは非軸対称モードに対して不安定(図1) 特に

$\beta > 0.42$ では4本腕のモードに対して不安定であった。

この結論は、非圧縮性の流体の回転系であるMaclaurin回転楕円体の β による議論と数値まで一致している。これは結局 β 値によって系の偏平さが決定されるが、それが状態方程式にあまりよらず決定されるためと思われる。この結果、回転で支えられるガス雲の最大質量が決定され、 $5-6M_*$ ($M_* = G^3/6^3\rho_b^4$)となる。

b. β 値が大きいモデルであると、マルチアームの不安定性が発生する。腕の数は大体 $m = \text{flatness}/2$ の程度である。ここでflatnessとは平衡形状の(動径方向の半径)/ (回転軸方向の厚みの半分)である。腕の数が増えることは回転する平板の安定性の議論より理解できる。

c. 不安定性が発生すると、内部で角運動量が輸送される。この輸送のメカニズムは非軸対称なモードの発生によって、重力場によるトルクが作用するためである。

シミュレーションの結果輸送の時間スケールはアームの回転周期の約2倍であった。角運動量の輸送は、系の内側より外側に起こり、このため中心部分では重力的に不安定となるため収縮が始まる。

以上が主な結論である。

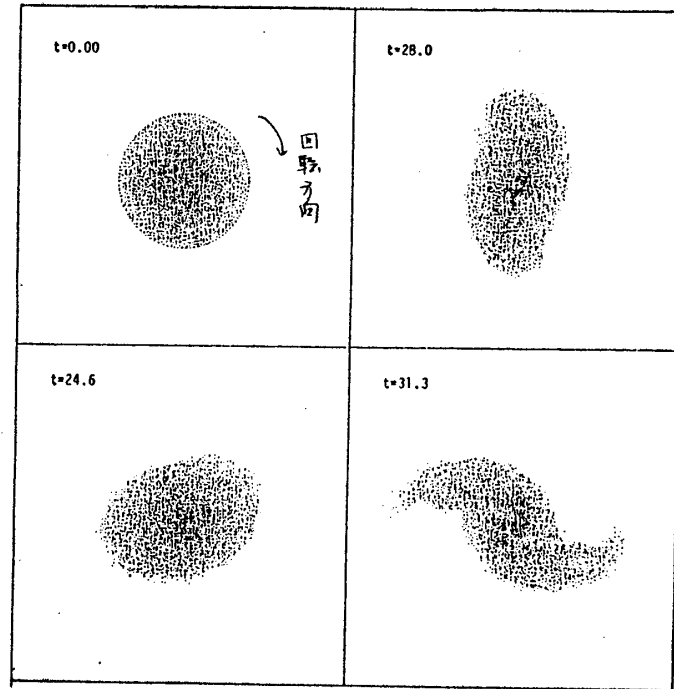


図1 $\beta = 0.29$ の雲の時間発展。流体要素を赤道面に射映してある。時間の単位は $\sqrt{R_0 G}$ である。

3. 差動回転するディスクの不安定性

現実の回転ディスクは3次元の対象であるが、薄いディスクの場合は、回転軸方向に積分した結果として2次元モデルが十分よい近似となる。そのため、ここでは簡単のため2次元モデルをとる。すなわち非摂動状態は、遠心力、圧力勾配及び中心星の重力が釣り合った状態である。更に、ディスクの回転則を次のように仮定する。 $\Omega = \Omega_p (r/r_p)^{-q}$ 、ここで r_p 、 Ω_p は圧力最大の半径とその点での角速度である。状態方程式としては、ポリトロップを仮定した。これによって、非摂動状態は回転則の指数 q とポリトロップ指数の N 及びディスクの巾 Δr ($r_+ - r_-$ 、 r_+ 、 r_- はそれぞれディスクの外径と内径である) で完全に決定される。

我々は、種々のディスクについてディスクの線形解析をまず実行した。図2に $q=2$ 、 $N=3$ 、 $\Delta r=r_p$ 、 $m=2$ (不安定性は $\exp(im\phi)$ モード) の場合の不安定モードの固有関数を示した。波線は共動回転半径を示している。ここでは流体の回転角速度と、不安定モードの位相角速度が一致している半径である。図3には、一定 $m(=2)$ 、同じ Δr ($=r_p$)、かつ $N=3$ の場合のディスクについて、 q の変化に対する不安定性の成長率が変化を示したものである。ここでは表面波モードと音波モードと呼ばれるモードが現われている。成長のタイムスケールは、回転のタイムスケールの $1/10$ から $1/100$ ではあるが、力学的時間スケールである。

いままでは $N=3$ のポリトロップであったが、非圧縮性の流体の場合にも差動回転するディスクは不安定である (関谷実、観山正見、1987)。

次に興味ある問題は、このように不安定となったディスクはいかに進化するかという点である。第一に非軸対称の不安定性であるから、このモードを媒介として角運動量が輸送されることが予想される。そこで最初に角運動量輸送率をもとめた。最低次のオーダーの計算には、線形解析の結果のみでなく、2次のオーダーの解も必要となる。そこで線形解析で求めた解をつかって、2次のオーダーの摂動方程式を解き、輸送率を求めた。これによると、ディスク内では共動回転する半径近くで特に輸送が起こり、不安定性の発生によって内側から外側へ運ばれることがわかる。

従って、不安定ディスクは内部で角運動量輸送を引き起こし、最初の角運動量分布からはずれて進化すると予想される。しかし、不安定ディスクの最終状態がどのような状態なのかを知るには、精密な完全非線型の数値シミュレーションを実行する必要がある。このため我々は現在詳細な非線型計算を準備中である。

なお2章の研究は成田真二、木口勝義、林忠四郎各氏との共同研究である。

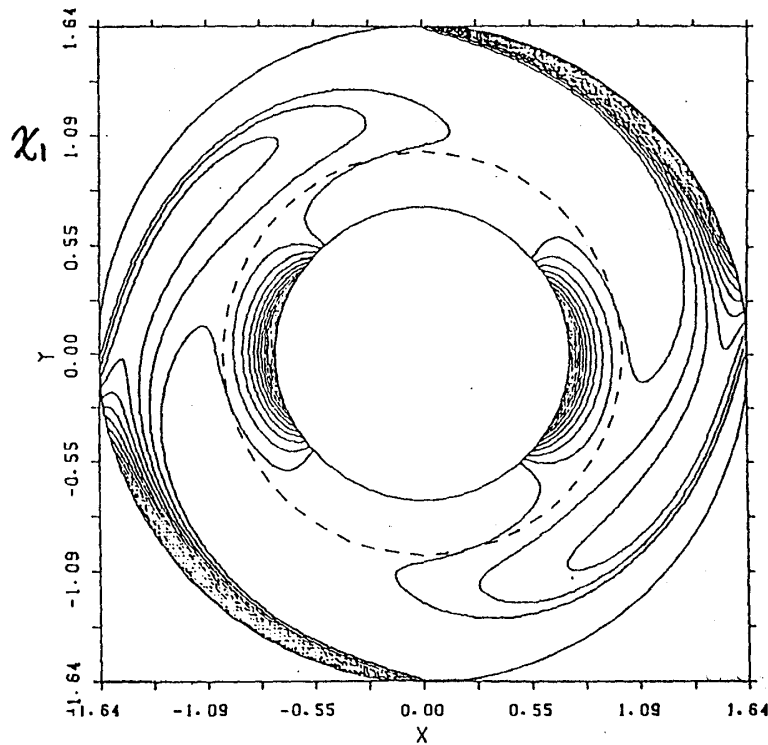


図2。差動回転する流体の不安定性。エントルピーの変化の正值部分の等高線。 $q=2$, $N=3$, $\Delta r=r_p$, $m=2$ の場合。

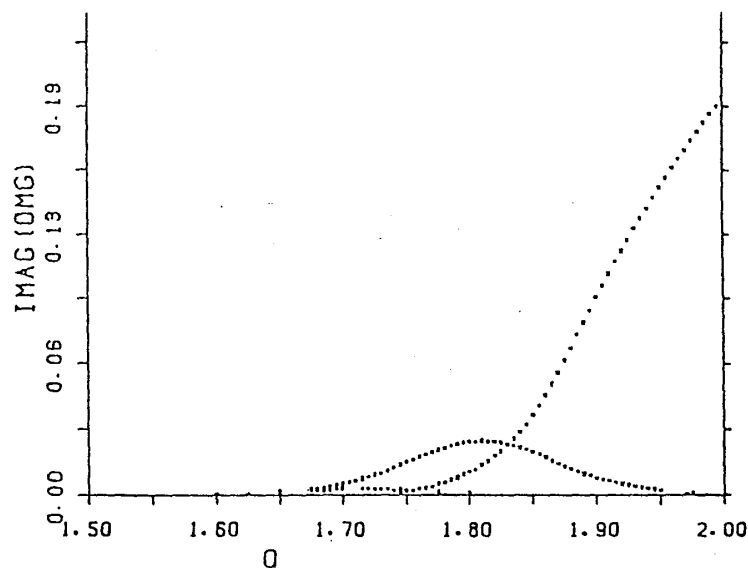


図3。不安定性の成長率の q にたいする依存。 $N=3$, $\Delta r=r_p$, $m=2$ の場合。