

高校生の日常における数学的視点 ー ICT を活用した高校数学の個人探究学習ー

愛知県立旭丘高等学校 田中 紀子

Tanaka Noriko, Aichi Prefectural Asahigaoka High School

1 はじめに

AI が様々な判断を行ったり, IOT が広がったりするなど, Society5.0 と呼ばれる新たな時代の到来が予測されている. 高等学校数学科においても, 社会や生活との関連を重視した学習の重要性や, コンピュータなどを積極的に活用することの重要性が言われてきた. 高等学校学習指導要領(平成 30 年告示)解説【数学編 理数編】では, 「問題の解決に当たっては, コンピュータなどの情報機器を用いるなどし」という言葉が何度も現れる. 今回, 県立高等学校第 1 学年数学科担当教員 5 名で行った, コンピュータなどの情報機器を活用した課題研究の指導事例を紹介したい.

2 研究内容

2.1 実施形態

(1) 対象

県立高等学校普通科 1 年生 8 クラス (320 名)

(2) 実施時期

ア, 2019 年 12 月末 (授業内 1 時間程度)

教員が GeoGebra や Grapes を用いて, 探究に関する活動を紹介した. 実際にコンピュータで生徒にグラフや図形の描き方を示し, 三角形の五心等の探究課題例を提示した.

イ, 2019 年 12 月末から 2020 年 1 月上旬

主に冬季休業中を中心に, 生徒はコンピュータ機器等を用いて, 数学に関する探究活動を 1 人 1 テーマで実施し, レポートにまとめた. ICT 機器やコンテンツは自由とし, また, 課題設定も「数学に関する内容など」とし, 幅広い探究活動を許容した.

ウ, 2020 年 1 月上旬から中旬 (授業内 2 時間程度)

10 人ずつのグループに分け, レポートを書画カメラ (実物投影機) で映しながら互いに説明し合い, 自己評価だけでなく, 評価シートをもとに他者評価も行った.

2.2 方法とねらい

(1) 方法

生徒たちは、教員よりも携帯・スマートフォンの扱いに慣れている。スマートフォンでも使える数式アプリなどの利用でもよいとし、特定のコンテンツの利用に限定しなかった。

「数学に関してコンピュータを用いた課題探究を行う。エクセルやGeoGebra, Grapesなどを利用して、グラフや図形等に関する考察を行うこととする。」とし、教員からは次の様な提示をした。

<探究例>

【幾何】

- GeoGebraを利用して三角形ABCの垂心H、外心O、重心Gを作図し、H、O、Gの位置を考える。
- GeoGebraを利用して、算額にあるような三角形に円が内接するなどの図形の問題を描き、それを解く。
- GeoGebra 3Dを利用して、図形の回転体を描き、その体積を考える。

【データの分析】

- 名古屋と別の都市の降水量を調査し、エクセルを用いて散布図を描いたり、相関係数を求めたりする。

【関数】

- GeoGebraを用いて、2次関数を描き、最大値・最小値を観察する。
- n 次関数を描き、 n の値によってグラフがどのように変化するか調べる。
- Grapesを用いて、三角関数のグラフを描き、その性質を調べる。(多項式のグラフで近似する。)
- 様々な関数を用いて、グラフィックアート(名古屋城、ドラえもんなど)を描く。

(2) ねらい

実施のねらいは、コンピュータなどの情報機器の活用によって、生徒が数学の有用性を感じ、興味・関心を高め、数学を用いることに楽しみを見いだすことである。また、数学的な見方・考え方の広がりをもたせたり、答えのない問題に挑む力や創造性、探究力を育んだりすることである。

2.3 生徒作品例

生徒の作品を一部紹介する。

(1) 【奇跡シュートの軌跡】

漫画「スラムダンク」の桜木（主人公）や三井（天才シューター）の3Pシュートよりももっとすごいシュートの軌跡を描きたい。GeoGebra 使用。

(2) 【サーブのすすめ】

中学校と高校でテニス部に所属している生徒が、中学校のときに聞いた「サーブは、一直線ではなく、円を描く軌道でないと入らない」という言葉が、本当に正しいかについて、探究する。GeoGebra 使用。

(3) 【家を設計図からアプリを用いて立体にする】

自宅の設計図をもとにして、家を立体的に描く。北西、南東からだけではなく、真下から描いた図も考えている。GeoGebra 使用。

(4) 【人の手の指の関節の曲がり方～100人のデータを通して～】

100人の指の曲がる角度を、指の違いや関節ごとにデータをとって、分析した。Excel 使用。

(5) 【ベジェ曲線によるグラフの描画】

ベジェ曲線を使ってグラフを描き、繋ぎあわせて絵を描いた作品。スマートフォンで利用可能なアプリ desmos 使用。

(6) 【クローゼットの折り戸の通過面積を求める】

家のクローゼットが折り戸になっていて、開くのにどれだけの広さが必要か気になったことが動機の作品。GeoGebra 使用。

(7) 【高速で π を求積することに try】

モンテカルロ法やブッフォンの針を、コンピュータで実装させることによって π を求値する。Hot Soup Precressor 使用。

漫画「スラムダンク」のシュートの軌跡を考えたり、テニス部に所属する生徒がサーブの軌道を考えたり、また、家の設計図から立体を描いたり、クローゼットの折り戸の通過面積を求めたりと、生徒の日常から生まれた疑問や興味・関心を解決するのに数学を用いている。100人の関節の曲がり方を集めて統計的に分析したものもある。複数の関数を用いて絵を描く作品は、多くの生徒から提出された。また、モンテカルロ法を用いるなど、数学の世界の中で探究した作品も様々あった。

巻末に参考資料として一部抜粋したものを掲載する。

3 まとめ・考察

ICT機器の活用事例の報告はあるものの、生徒に探究の題材とコンテンツの両方に自由度を持たせた実践事例はほとんど見られない。私たちが生徒に提示したのは、数学に関してコンピュータを用いた課題探究を行うこと、グラフや図形等に関する考察を行うことであり、探究の題材とコンテンツの両方に自由度を持たせた。この活動によって、

生徒が日常の興味・関心ある題材を探究するために、コンピュータを用いた作品が多く寄せられた。彼らは数理科学的視点で社会や日常を見たり、学問としての数学に興味・関心をもって分析したりした。楽しみを見いだしながら答えのない問題を探究していく姿勢が現れていた。

各クラスから出そろった優秀作品 27 作品をみると

- 数学事象の考察 11 作品
- 日常事象の考察 16 作品

となり、日常事象に関して考察した作品が、数学の事象の中での考察を上回った。

教科書ではほとんどの例が数学の世界で書かれているが、生徒の中には現実の世界を数学で捉えようとする力が内在しているのではないかと考えている。

この実践で、見えてきた数学教育の課題もある。生徒作品のうち、「人の手の指の関節の曲がり方～100 人のデータを通して～」は、手の曲がり方を 100 人のデータを集めて分析した力作ではあるが、データが生徒の年齢層と、その親世代の年齢層に偏っていた。この年齢の偏りのために、生徒自身も「正確なデータが取れているとは言い難い」と結論で述べている。高等学校までの数学では、データの分析方法やその解釈については学ぶ機会があり、また、情報科の授業で分析に必要な Excel の利用や散布図・ヒストグラムの描き方などを学ぶ機会がある。しかしながら、「妥当なデータのとり方」については、十分な学びの機会があるとは言えない。

今後、「理数探究」や「課題研究」の授業がより多くの学校で実施され、生徒の中から生み出される課題の解決や、社会的課題を解決する手段として、数学とともに数学ソフトウェアや情報機器が使われる場面が増えていくだろう。そのときに、与えられた問題を分析し解決するための指導だけではなく、仮説や問い立ての妥当性に関わる指導や、「妥当なデータのとり方」に関わる内容の指導の必要性を感じている。

参考文献

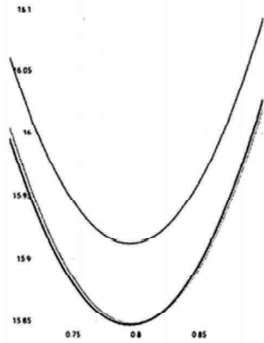
- [1] 愛知県立旭丘高等学校 ホームページ【旭丘 SSH】SS 科目「SS 数学 T 課題研究」
<https://asahigaoka-h.aichi-c.ed.jp/ssh/sshsskamoku.htm>
- [2] 文部科学省：高等学校学習指導要領（平成 30 年告示）解説【数学編 理数編】，2018.
- [3] 田中紀子：ICT を活用した高校数学の課題研究―第 1 学年 8 クラスにおける実践事例―，日本数学教育学会第 102 回大会発表要旨集（茨城大会），pp.336, 2020.

【参考資料】生徒作品抜粋

(1) 奇跡シュートの軌跡

1. はじめに

みなさんは、あの有名な漫画「スラムダンク」を知っているだろうか。私は、バスケ部だったこともあり、この漫画を溺愛していた。その結果、今回の数学科研究のテーマはバスケのシュートの軌跡にしようと思った。しかし、桜木（漫画スラムダンクの主人公）のダンクシュートや、三井（漫画スラムダンクの天才シューター）の3Pシュートの軌跡を描くよりも、もっとすごいシュートの軌跡を描きたいと思った。そのときに目にとまったのが、黒子のバスケに出てくる、緑間真太郎のスーパーシュートだ。



つまり、緑間のスーパーシュートが入る確率が一番高いのは、
 $x \approx 0.8$
つまり、ボールの投げ上げ角が $45 \sim 46^\circ$ くらい
のときであり、その時の初速度 V_0 は、
 $15.85 \leq V_0 \leq 15.91$ くらいである。
つまり、だいたい時速 57km くらいである。
え？高速道路を走る車くらいの速度を出さなきゃダメってこと？
すごい。

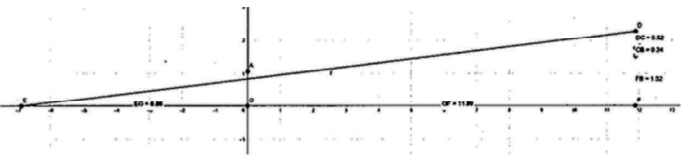
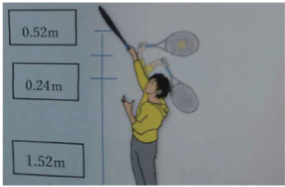
(2) サーブのすすめ

2. 検証

(1) ファーストサーブは一直線に入るのか

① 私が一直線のサーブを打った場合

FBを1.52m（自分の身長）、CBを右図の0.24m、CDをラケットのグリップエンドからスイートスポットまでの距離0.52mとする。
AGをネットの高さ、FDを自陣コートの縦の長さ、GFをサービスコートの縦の長さとする。

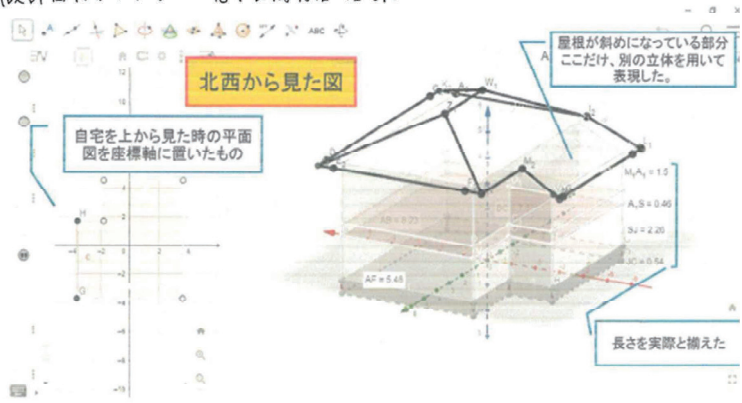


上の図から、身長1.52mの人が1直線のサーブを打つと、ネットにかかってしまうことが分かる。

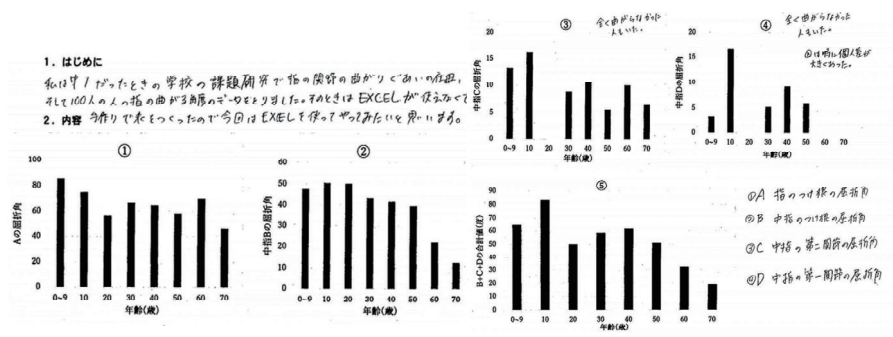
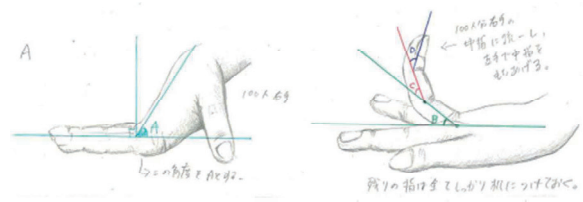
② どのくらいジャンプすれば、一直線のサーブが入るのか

サーブには、ジャンプサーブという種類があり、より高い打点で打つことができる。何cm跳ぶ必要があるのだろうか。

- (3) 家を設計図からアプリを用いて立体にする
- ①自宅の設計図で長さを調べる。
 - ②座標平面上に、同じ長さの図形を書き、GeoGebraの機能を用いて立体にする。
 - ③色を実際とそろえる。
- (設計図にかかれていた窓や玄関は省略した)



- (4) 人の手の指の関節の曲がり方〜100 人のデータを通して〜



(5) ペジエ曲線によるグラフの描画

§1 はじめに

インターネットサイトなどでグラフを利用した絵を見かける。そこで私はグラフを使って絵を描くことにした。

§2 内容

今回使用したアプリケーションは desmos (<https://www.desmos.com>) である。このアプリを利用した理由として、負荷の少なさ、描画の質の良さ、スマートフォンで利用可能という点があげられる。

今回作成したグラフは右図である。

(<https://www.desmos.com/calculator/mvhehtsfxx>)

このグラフは 235 個のグラフを一つにしたものである。使われているグラフはすべてペジエ曲線と呼ばれるものである。(後述) なお、この数のグラフを入力するために desmos のアープルという機能を利用した。(詳しくは learn.desmos の Tables を参照)



§3 考察

n 次ペジエ曲線は以下のような形で表される。

$$\begin{cases} x = \sum_{k=0}^n x_k \binom{n}{k} t^k (1-t)^{n-k} \\ y = \sum_{k=0}^n y_k \binom{n}{k} t^k (1-t)^{n-k} \end{cases} (0 \leq t \leq 1)$$

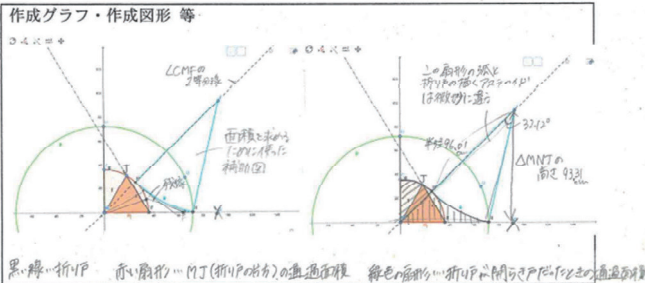
(6) クローゼットの折り戸の通過面積を求める

1. はじめに

動線は扉のクローゼットが折り戸に付いて、開くのに必要な長さを示す。

また、クローゼットの動きはどのようにして、どのような動きを示すか。作図のために Geogebra を使用した。

2. 内容

(7) 高速で π を求積することに try

①モンテカルロ法

1 screen 0,500,500	: 画面表示
2 randomize	: 乱数の初期化
3 n=2000	
4 circle 0,0,500,500,0	: 円の描き
5 repeat z	: 変数定義
6 a=0	
7 b=0	
8 a=rand(500)	: 乱数発生
9 b=rand(500)	
10 if sqrt((250-a)*(250-a)+(250-b)*(250-b))<250 : c=c+1	: 中心との距離が半径以下のものを求める (数II)
11	
12 pset a,b	: 点の描き
13	
14 loop	
15	
16 pos 0,0	
17 mes "+z+"個のうち"+c+"個が円内です"	: 結果表示の表示
18	
19 stop	