

転移点近傍における Ising model

松田博嗣 (京大理)

転移点近傍における Ising model の性質について最近いわゆる系統的、逐次的に数値計算を行なつてその解析的特異性を推測する研究が発達してきた。これを簡単に紹介する。

比熱、帯磁率等を高温、低温、或は高磁場で、

$$A(w) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n w^n \quad (1)$$

と展開するときの係数 a_n が通常 $n=8 \sim 24$ 程度計算されている。^{1),2)} ただし w は $\text{th}(J/kT)$, $\exp(-2J/kT)$, 或は $\exp(-2mH/kT)$ である。これから (1) を解析するのに ratio method³⁾ と Padé approximant^{4),5)} の方法がある。

前者は $\mu_n \equiv a_n/a_{n-1}$ がしばしば急速に $1/n$ の一次式に近づくことを利用して $A(w)$ の収斂半径 w_c とその近傍の振舞を推測するものである。後者は本質的には巾級数の解析接続をする方法で、 $A(w)$ の $[L, M]$ -Padé approximant とは M 次、 L 次多項式 $P_M(w)$, $Q_L(w)$ を $P_M(w)/Q_L(w)$ の巾級数展開が $A(w)$ と w^{L+M} の項まで一致するようにきめたものを云う。

註* NMRの測定で MnF_2 では指数は 0.335 ± 0.010 。⁸⁾

** Heisenberg model で指数は $4/3$ (simple cubic, bcc), $3/2$ (fcc)。

† 比熱は Padé の収斂が悪いので余り conclusive でない。^{2),4),5)}

$$G_+ \simeq \frac{1}{3} G_-。$$

‡ 実験では 1.05 (MnO), 1.07 (MnF_2)。

(次頁表中の脚註)

L, Mを次第にましたときの approximant の振舞から $A(w)$ の解析的性質を推測するものである。上記二法の与える T_c は 10^{-4} の程度の精度で一致し、このような接近の仕方に支持を与えている。こうして得られた結果の二、三を下記に示す。²⁾

	2 次 元	3 次 元
自 発 磁 化	$A(1-t)^{1/8}$	$A(1-t)^{5/16}$ *
強磁性帯磁率	$B_{\pm} 1-t ^{-7/4}$	$B_{\pm} 1-t ^{-5/4}$ **
反強磁性平行	$E+F(1-t) \ln 1-t $	$E+F_{\pm}(1-t) \ln 1-t $
帯磁率 X_{11} ^{6),7)}		
比 熱	$G \ln 1-t $	$G_{\pm} \ln 1-t $ +
		$G_+ 1-t ^{-\alpha}, (0 < \alpha < 1/5)$
T_{max} / T_N	1.69(hexagonal) 1.54(square)	1.10(simple cubic) †† 1.07(bcc)

ただし $t \equiv T/T_c$, $A \sim G$ は定数で suffix $\pm$ はそれぞれ T_c の高温側, 低温側に対応する。

References

- 1) C. Domb, Adv. Phys. 9 (1960), 35.
- 2) M.E. Fisher, J. math. Phys. 4 (1963), 278.
- 3) C. Domb and M.F. Sykes, J. math. Phys. 2 (1961), 63.
- 4) G.A. Baker, Jr., Phys. Rev. 124 (1961), 768; 129(1963) 99.
- 5) J. Essam and M. Fisher, J. Chem. Phys. 38 (1963), 802.
- 6) M.F. Sykes and M.E. Fisher, Physica 28 (1962), 919.

- 7) M.E. Fisher and M.F. Sykes, Physica 28 (1962), 939.
8) P. Heller and G.B. Benedek, Phys. Rev. Letters 8
(1962), 428.

中性子散乱によるスピン波の研究

平 川 金四郎 (九大工)

中性子散乱によるスピン波の実験的研究結果を Fe_3O_4 と Ni についてのべる。転移点に近づくと次のようなことがおこる。

- i) 分散式 $\hbar\omega = Dq^2$ の D は T_c に近づくと急に減少する (Fe_3O_4 , Ni)。急に減少を始める温度はマグノンのエネルギーに依存し, 高いエネルギーのマグノンは早く D がおち始める。(Fe_3O_4 に於てのみ確められている)。
- ii) マグノンの寿命時間 τ は T_c に近づくと急激に短くなる (Fe_3O_4 , Ni)。 T_c にごく近い所で Fe_3O_4 の時 $\tau \sim 10^{-12}$ sec (50°K のマグノン), Ni では $\tau \sim 10^{-9} \sim 10^{-10}$ sec (2°K のマグノン)
- iii) Fe_3O_4 , Ni, いずれの場合も大体 $T/T_c \approx 0.8$ をすぎると遷移領域に入り, D の減少と共に臨界散乱が増し始め, また ふつうのスピン波の散乱断面積の計算と合わなくなる。
- iv) Fe_3O_4 では D は T_c でも零にならない。