

# 飽和砂の液状化現象に関する考察

柴 田 徹

## ANALYSIS OF LIQUEFACTION OF SATURATED SAND DURING CYCLIC LOADING

By Toru SHIBATA

### Synopsis

Some considerations on the liquefaction of saturated sand during cyclic loading are presented, and a general equation for the number of stress cycles required to cause initial liquefaction  $n$  is proposed as a function of the ratio of cyclic shear stress  $\tau_d$  and vertical stress  $\sigma_v$ . The following experimental results obtained by Peacock-Seed (1968) may be explained quantitatively by the Equation: 1) The linear relationship between  $\tau_d$  and  $\sigma_v$  for a given number of  $n$  and 2) the relationship between  $\tau_d/\sigma_v$  and  $\log n$  for a given value of soil density.

### 1. ま え が き

飽和したゆるい砂は、比較的速い繰り返しせん断をうけると液状化することがよく知られている。それは繰り返し载荷による内部摩擦の低下に起因するせん断破壊と、間げき水圧の上昇による砂中有効応力の減少に起因する破壊と説明されており、この報文では主として後者について考察を行なうことにする。

従来から砂の液状化に関する研究は、地震時の地盤災害と関連して数多く行なわれているが、液状化の発生を支配する諸因子——たとえば砂の密度、繰り返しせん断応力あるいはひずみの大きさ、外部からの拘束圧力等——の相互関係を土質力学の観点から定量的に解析したものは少ない。そこでまず地震時に地中の土要素がうける応力状態を単純化して与え、所定の繰り返し応力を加えた際に発生する過剰間げき水圧の累加量を求める。ついで液状化は土要素に加わる有効垂直応力が次第に減少し、やがて破壊包絡線に到達する過程と理解して、液状化発生の繰り返し回数をせん断応力と垂直応力の関数として表示する。さらにその成果を適用して、Peacock-Seed (1968) によって行なわれた単純せん断繰り返し試験データを検討し、各種の実験結果が矛盾なく解明できることを述べる。

### 2. 繰り返し载荷をうける砂の応力軌跡

地震時における飽和砂の液状化機構を実験室で調べるためには、まず地震をうけたときに地盤内の土の要素に加わる応力や変形状態を考察し、土の供試体に対して、実験室でもそれと同じ応力や変形を与えることが望ましい。ところで地盤内の土の要素は、地震時には主として下部から伝達されるせん断波によって変形をうけるといわれる。したがって土要素は、地震中に何回も方向を変える一連の周期的せん断応力や変形をうけることになり、Fig. 1 に描くような現象を生じるであろう。すなわち水平な地表面をもった場合には、せん断面に作用する垂直応力  $\sigma_v$  は一定のまま、方向が逆転するせん断応力  $\tau_d$  を繰り返しうける。そしてこのような応力や変形状態は、室内で三軸圧縮試験機あるいは単純せん断試験機等を用いて再現することが可能である。

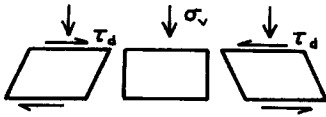


Fig. 1 Idealized stress condition of soil element during earthquake.

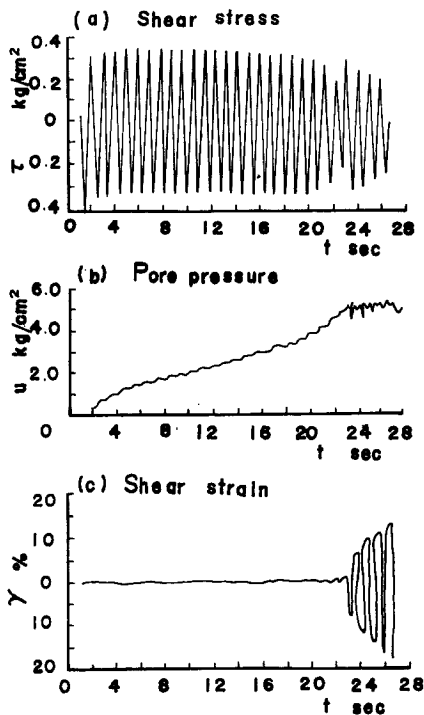


Fig. 2 Records of cyclic simple shear test (After Peacock-Seed, 1968).

### 3. 液状化現象の解析

解析を簡単にするために、Fig. 1 の応力状態ならびに Fig. 3 の応力軌跡を理想化した Fig. 5 (a), (b) をもとにして、以下の考察を進めよう。すなわち Fig. 5 (a) は載荷条件を全応力表示のモール円であらわしたものであり、仮りに ① を圧縮 (compression), ② を伸張 (extension) 状態とよぶことにする。① と ② ではそれぞれ最大、最小主応力  $\sigma_1, \sigma_3$  の大きさは等しいが、せん断応力の方向が逆転している点で異なっている。また Fig. 5 (b) はそのときの有効応力軌跡であり、圧縮から伸張に移る過程と、伸張から圧縮に移る過程では直線の傾斜を変えて表わしてある。

いま地盤内の土要素を考えて平面変形を対象とする。砂質土について平面変形時の中間主応力  $\sigma_2$  を調べた従来の結果、たとえば Cornforth によればせん断中の  $\sigma_2$  は密度によっても異なるが、 $\sigma_2/(\sigma_1 + \sigma_3) = (0.3 \sim 0.4)$  の値を示している<sup>3)</sup>。そこで簡単のために  $\sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$  が成立するものと仮定する。このようにポアソン比を 0.5 と仮定すれば、平均主応力  $\sigma_m$  は常に  $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3 = (\sigma_1 + \sigma_3)/2 = \sigma_2$  となり、その変化は  $\Delta\sigma_m = 0$  である。

Fig. 2 は Peacock-Seed によって行なわれたゆるい砂の繰返し単純せん断試験の記録<sup>1)</sup> をそのまま引用したものであり、試験条件は相対密度  $D_r = 50\%$ 、初期有効垂直応力  $\sigma_v = 5.0 \text{ kg/cm}^2$ 、繰返しせん断応力  $\tau_d = 0.35 \text{ kg/cm}^2$ 、周期は 1 cps である。Fig. 2 (a) は与えたせん断応力の時間的変化、Fig. 2 (b) はそのときに発生する過剰間げき水圧の増加を示し、この例では 24 サイクル目に  $\sigma_v = 5.0 \text{ kg/cm}^2$  の値とほぼ等しくなっている。また Fig. 2 (c) は繰返し載荷中のひずみ変化であり、24 サイクルを過ぎると変形量が急増する様子が明瞭にうかがえる。

Fig. 3 は Fig. 2 の記録をもとにして、 $\tau \sim \sigma'_v$  座標上に描いた有効応力軌跡と破壊包絡線であり、この図によれば、垂直応力  $\sigma_v$  が一定の状態でも何回も方向を変える周期的せん断応力をうけると、過剰間げき水圧が累加されるために有効垂直応力  $\sigma'_v$  は徐々に減少してその有効応力軌跡は左方に進行し、ついに破壊包絡線に到達した状態で液状化が始まる過程をみる事ができる。

Fig. 4 は Seed-Lee による三軸繰返し試験結果<sup>2)</sup> を、上述のような観点から整理して描いた有効応力軌跡で、初期間げき比 0.87 の砂に 0.17% の軸ひずみを圧縮側と伸張側に繰返し与えた結果である。この場合は一定量のひずみが繰返されるので、有効応力の減少とともにせん断応力も徐々に低下して、その有効応力軌跡は 2 本の破壊包絡線に挟まれるような形で原点に近づいていく。

地震時には、繰返される応力やひずみは上述のような単純なものでないが、一応 Figs. 3, 4 に示した有効応力軌跡をもとにして、次節では繰返し載荷をうける砂の液状化現象を解析的に扱うことにする。

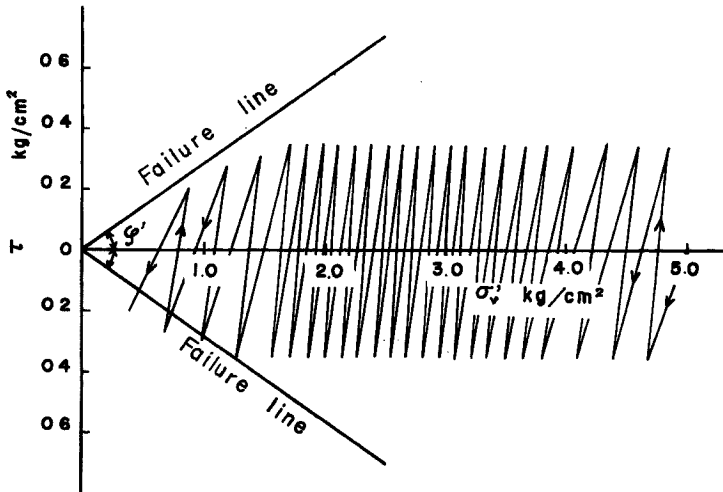


Fig. 3 Effective stress-path for cyclic simple shear test.

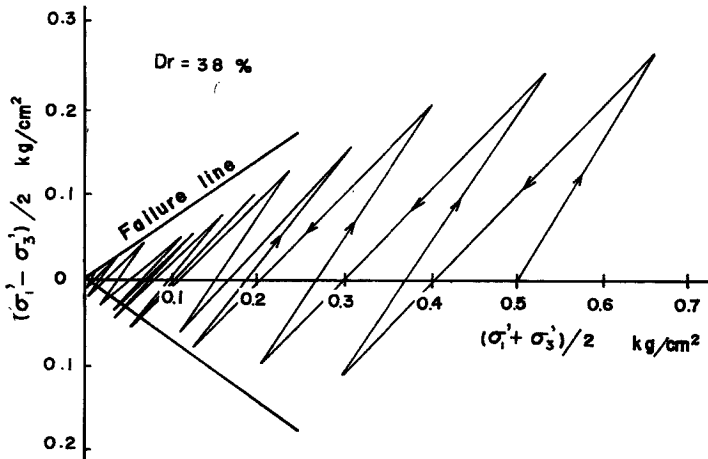


Fig. 4 Effective stress-path for cyclic triaxial compression test (After Seed-Lee, 1966).

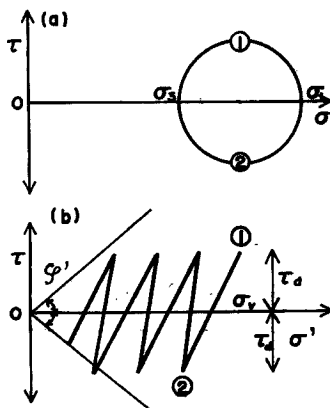


Fig. 5  
Idealized stress conditions:  
(a) Total stress,  
(b) Effective stress-path.

つぎに土中に発生する間げき水圧の変化  $\Delta u$  は

$$\left. \begin{aligned} \Delta u &= \Delta \sigma_m + \left( \frac{D}{C} \right) \Delta \tau_{oct} \\ \Delta \tau_{oct} &= \frac{1}{3} \sqrt{(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_2)^2 + (\Delta \sigma_2 - \Delta \sigma_3)^2 + (\Delta \sigma_3 - \Delta \sigma_1)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

で与えることができる。ここに  $D$  ; dilatancy 係数,  $C$  ; 圧縮係数である。いま  $D/C = \alpha$  とおき,  $\Delta \sigma_m = 0$  の条件を用い, Fig. 5 (a) を参照して ①→② あるいは ②→① の過程に発生する  $\Delta u$  の一般的な表示を求めると

$$\left. \begin{aligned} \Delta u &= \alpha \cdot \Delta \tau_{oct} \\ &= \sqrt{\frac{8}{3}} \alpha \cdot \tau_d \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

となる。ただし ① の圧縮から ② の伸張に移る場合と, その逆の場合とでは, Fig. 5 (b) に示したように  $\alpha$  の値に差があるので, 前者のそれを  $\alpha_1$ , 後者を  $\alpha_2$  とすれば, 1 サイクル中に発生する過剰間げき水圧  $\Delta \bar{u}$  は結局,

$$\Delta \bar{u} = \sqrt{\frac{8}{3}} (\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \tau_d \dots\dots\dots (3)$$

となる。

ところで (2) 式中の  $\alpha$  の値は作用する  $\tau_d$  の大きさによって一定ではなく,  $\tau_d$  が大きいほど  $\alpha$  も大となることは従来の研究成果より明らかであり, 砂質土について  $\sigma_m$  を一定に保持したせん断試験結果をみると,  $\Delta u / \sigma_m \sim \Delta \tau_{oct} / \sigma_m$  関係が放物線で近似できるものが多い。このことは  $\alpha (= \Delta u / \Delta \tau_{oct})$  が  $\Delta \tau_{oct} / \sigma_m$  に比例して増加することにはほかならない。ゆえにこのような実験事実を考慮して

$$(\alpha_1 + \alpha_2) = a \left( \frac{\tau_d}{\sigma_v} \right) - b \dots\dots\dots (4)$$

と仮定する。ただし  $a, b$  は土の種類, 密度によってきまる係数である。

(4) 式を (3) 式に代入すれば

$$\Delta \bar{u} = \sqrt{\frac{8}{3}} \left\{ a \left( \frac{\tau_d}{\sigma_v} \right) - b \right\} \tau_d \dots\dots\dots (5)$$

つぎに 1 サイクル中に発生する  $\Delta \bar{u}$  が繰返し過程を通じていかに変化するかを調べたところ Fig. 6 をえた。これは Fig. 2 に示した記録から, 1 サイクルごとの間げき水圧変化を読みとり, 繰返し回数  $n$  に対してプロットしたものの例であり,  $\Delta \bar{u} / \tau_d$  の値は繰返しの初期を除いてはほぼ一定値とみなしても差し支えないことがわかる。したがって繰返し载荷中を通じて  $\Delta \bar{u}$  が不変と仮定すれば, 液状化を発生するに要する繰返し回数  $n$  は, Fig. 5 (b) を参照して次式で与えられることになる。

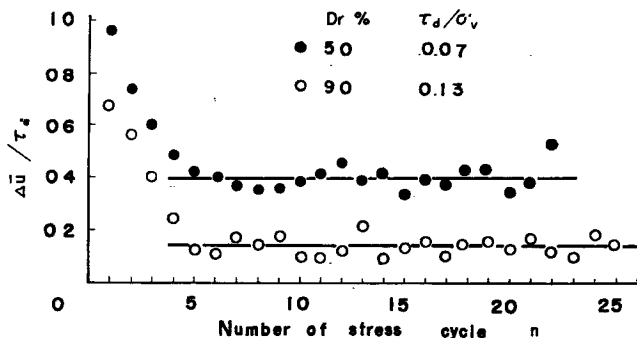


Fig. 6 Change of the excess pore water pressure during cyclic loading.

$$n = (\sigma_v - \tau_d \cot \phi') / \Delta \bar{u}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{8}} \left\{ \left( \frac{\sigma_v}{\tau_d} \right) - \cot \phi' \right\} / \left\{ a \left( \frac{\tau_d}{\sigma_v} \right) - b \right\} \dots \dots \dots (6)$$

ここに  $\phi'$ ；砂の有効内部摩擦角である。

(6) 式によれば、液状化発生までの繰返し回数  $n$  は地盤中の土要素に作用している鉛直応力  $\sigma_v$  と、せん断応力  $\tau_d$  の関数であり、 $\sigma_v$  が大きくなるほど、また  $\tau_d$  が小さくなるほど液状化は起り難くなる。そして液状化を生じない限界の  $(\tau_d/\tau_r)_{crit}$  は、(6) 式にて  $n \rightarrow \infty$  とすれば  $(\tau_d/\tau_r)_{crit} = (b/a)$  となる。

#### 4. 実験結果の検討

前節で考察した結果を用いて、従来の実験データを解析する。使用したデータは Peacock-Seed によって報告された単純せん断による繰返し試験<sup>2)</sup> からえられたものである。

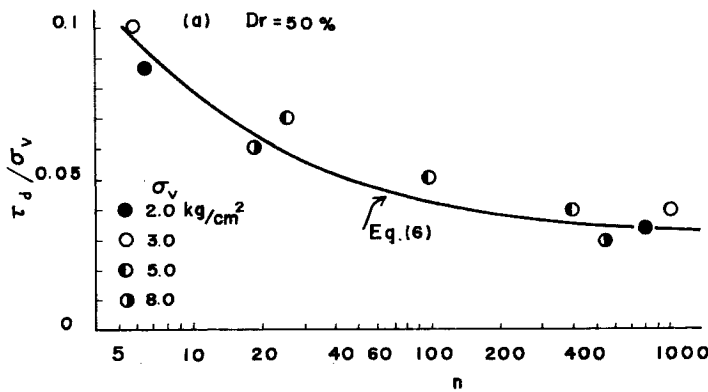


Fig. 7 (a) Relationship between  $\tau_d/\sigma_v$  and number of cycles  $n$  for  $D_r=50\%$ .

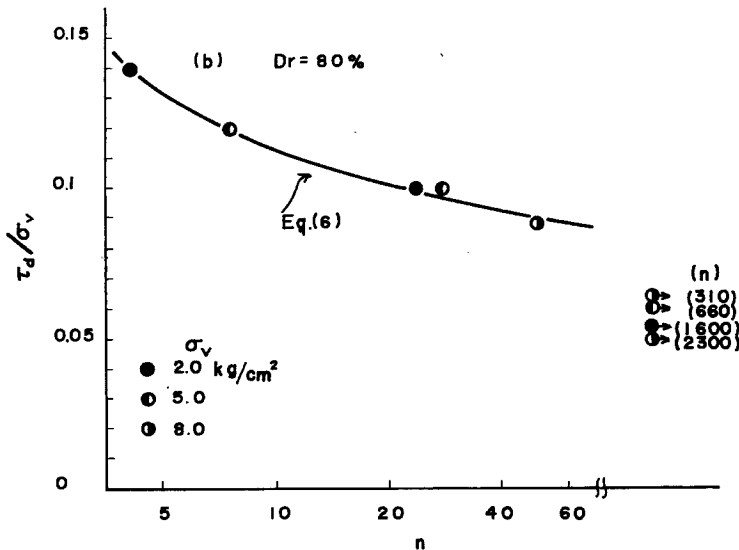


Fig. 7 (b) Relationship between  $\tau_d/\sigma_v$  and number of cycles  $n$  for  $D_r=80\%$ .

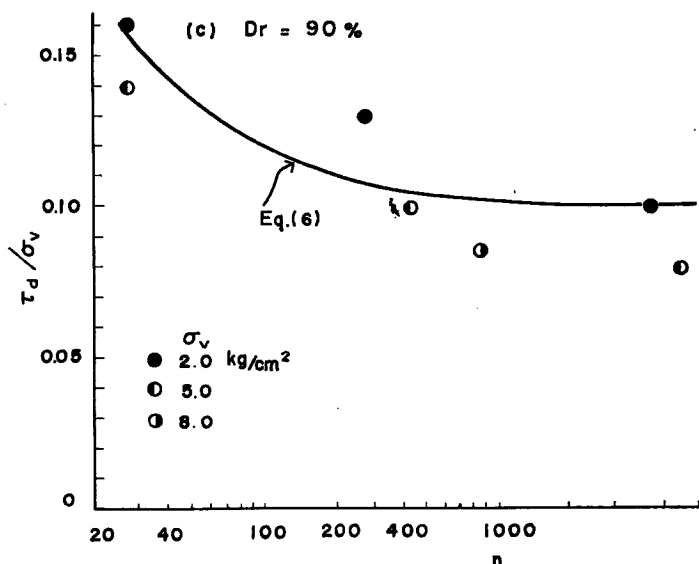


Fig. 7 (c) Relationship between  $\tau_d/\sigma_v$  and number of cycles  $n$  for  $D_r=90\%$ .

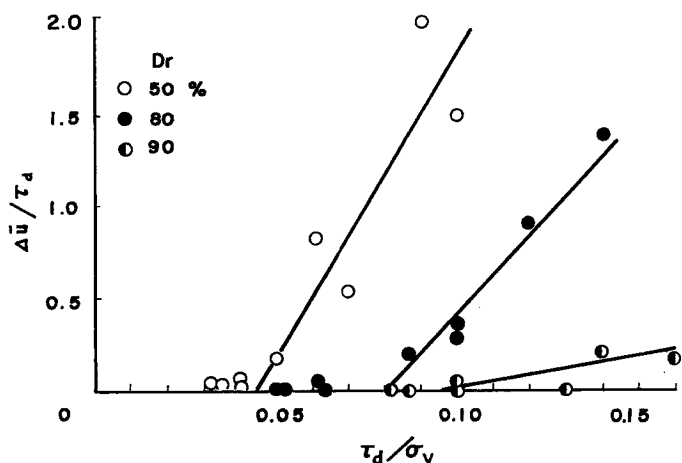


Fig. 8 Relationships between  $\Delta \bar{u}/\tau_d$  and  $\tau_d/\sigma_v$  for different values of soil density.

まず砂の密度を3種類 ( $D_r=50, 80, 90\%$ ) に変え、鉛直応力  $\sigma_v$  とせん断応力  $\tau_d$  の大きさを種々に組み合わせた結果について調べる。この場合、 $D_r$  が小さいほど、 $\tau_d$  が大きいほど、また  $\sigma_v$  が小さいほど液状化が起り易いと報告されているが、前述の (6) 式によれば液状化発生回数  $n$  は  $\tau_d/\sigma_v$  の関数になるので、すべてのデータを  $\tau_d/\sigma_v \sim n$  関係に整理してみる。その結果が Fig. 7 (a), (b), (c) にプロットされており、与えた  $\sigma_v$  の値によって記号を区別している。これによると  $\sigma_v$  が 2.0~8.0 kg/cm<sup>2</sup> の範囲では、密度が同じであれば  $\tau_d/\sigma_v \sim n$  の間には一義的な関係のあることがわかる。また Fig. 7 の3枚の図を比較すると、密度が高くなるほど同じ  $n$  に対する  $\tau_d/\sigma_v$  の値は大きくなっている。

さて Fig. 7 の実験結果を (6) 式を用いて説明するためには、式に含まれる係数  $a, b$  に関するより

詳細な調査が必要であるが、これらはともに砂の密度、粒径等の関数であり、特に密度の影響を受け易いと想像される。Fig. 8 は Fig. 6 を作成したのと同じ要領で、試験の記録より 1 サイクルごとの間げき水圧変化  $\Delta \bar{u}$  を求め、 $\Delta \bar{u}/\tau_d \sim \tau_d/\sigma_v$  関係にまとめたものであって、各密度に対して引いた直線から係数  $a$ ,  $b$  を求め、かつその特性の一部を知ることができる。すなわち前節 (4) 式の仮定が近似的ではあるが妥当性を欠かないこと、および密度が高くなるほど係数  $a$ ,  $b$  はともに小さくなる傾向をもつことである。そして液

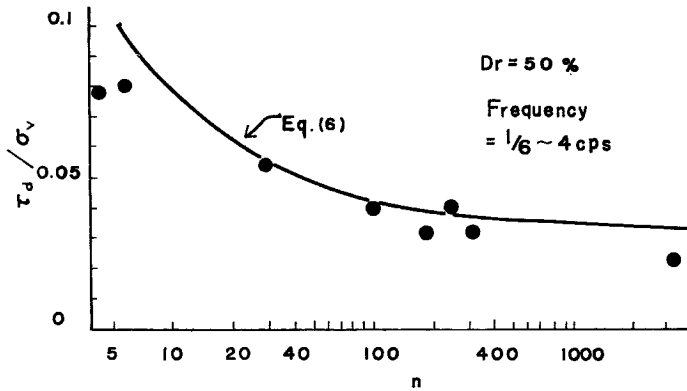


Fig. 9 Influence of frequency on the number of stress cycles required to cause liquefaction.

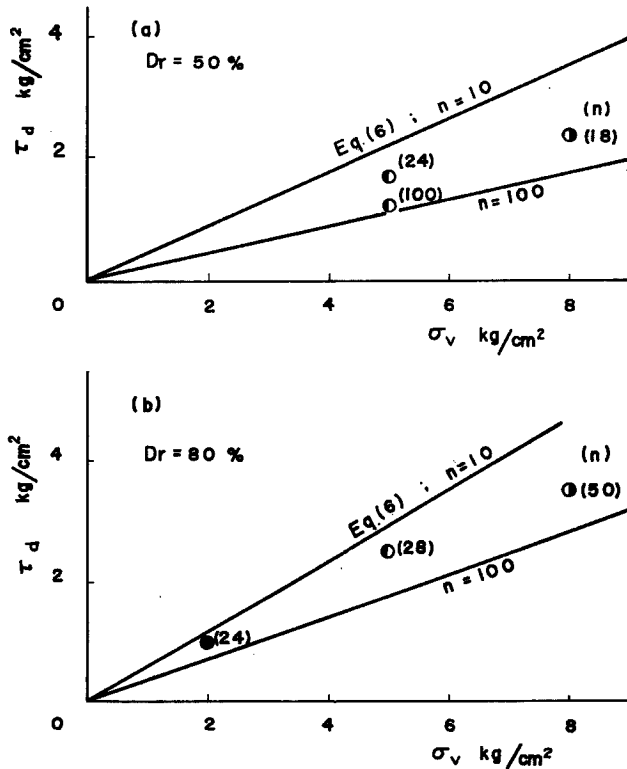


Fig. 10 Relationship between  $\tau_d$  and  $\sigma_v$ : (a)  $D_r=50\%$ , (b)  $D_r=80\%$ .

状化が発生しない限界の密度では  $a, b$  はゼロになる。

このようにして求めた  $a, b$  を用いて (6) 式を計算した結果は、Fig. 7 中の実線で描いた曲線であり、それぞれの密度に対して実験値の示す傾向もよくあらわしているといえよう。ただし計算にあたって有効内部摩擦角  $\varphi'$  は、同じ砂試料に対して別途に求められた値、すなわち  $D_r=50, 80, 90\%$  に対してそれぞれ  $\varphi'=35^\circ, 38.5^\circ, 40^\circ$  とした。この  $\varphi'$  は静的試験で求められた値であるから、動態時には減少することが予想されるが、(6) 式による限りでは  $\varphi'$  は  $n$  の値にほとんど影響を与えない。

また  $n$  が非常に大きくなると、実測値は (6) 式から推定される  $\tau_d/\sigma_v$  値よりも小さくなる傾向 (特に  $D_r=80\%$  の場合に著しい) がみられるが、その原因の一つとして、数 100 回以上の繰返しを与えると砂粒子が破碎されてせん断抵抗が減少することが考えられる。しかし実地震の記録をみると、考慮すべき地震動が数 100 回も継続することは稀であるので、ここでは数 10 回までの  $n$  を対象にすればよいと思われる。

Fig. 9 は  $D_r=50\%$  の試料について、繰返し周期を  $1/6\sim 4$  cps に変えて行なわれた結果をやはり  $\tau_d/\sigma_v\sim n$  関係にプロットしたもので、図中の曲線は Fig. 7 (a) 中の線をそのまま移してある。そしてこれによれば  $\tau_d/\sigma_v\sim n$  関係には周期の違いによる影響はほとんどみられない。

つぎに液状化発生時の繰返しせん断応力  $\tau_d$  と鉛直応力  $\sigma_v$  の関係を調べる。(6) 式によれば、回数  $n$  をきめれば  $\tau_d/\sigma_v$  の値が定まるのでこれを  $\tau_d\sim\sigma_v$  関係に図示したものが Fig. 10 (a), (b) である。この図は 2 種類の密度につき、それぞれ  $n=10, 100$  回に対して  $\tau_d$  と  $\sigma_v$  の対応が示してあるほか、 $n<100$  の実験結果もプロットしてある。実測値はいずれも 2 本の直線で挟まれる範囲内に入っている。なお実験によれば  $\sigma_v$  が大きくなると原点を通る直線からはずれて、接線の傾斜が次第にゆるくなる曲線であらわされるが、静的せん断試験でも拘束圧が約  $7\text{ kg/cm}^2$  以上になると砂粒子の破碎が観測されることから、高圧力のもとでの繰返し載荷は  $\varphi'$  の減少をさらに助長するものと考えられる。

## 5. む す び

地震時に飽和した砂が液状化する現象を、理想化した応力状態をもとにして解析し、その成果を用いて Peacock-Seed による単純せん断繰返し試験結果を検討した。すなわち飽和砂の繰返しせん断による液状化の発生は、砂のダイレイタンスに起因した有効応力の減少にともなう破壊包絡線への接近過程と考え、液状化発生に要する繰返し回数  $n$  を、せん断応力  $\tau_d$  と鉛直応力  $\sigma_v$  との比  $\tau_d/\sigma_v$  値の関数で表現した。その結果は  $\tau_d/\sigma_v\sim n$  関係をあらわす実験値の傾向とほぼ完全に一致し、したがって  $\tau_d$  が大きいほど、また  $\sigma_v$  が小さいほど液状化が発生し易いという事実を矛盾なく説明することができた。また液状化を支配する要因の一つに砂の密度があり、これの影響については、式に含まれる係数を変えることによって処理できるとした。

この報文で引用した実験は単純せん断によるものであるが、三軸試験結果とはかなりの差が認められること——例えば同じ  $\tau_d/\sigma_v$  値を与えても三軸試験は単純試験に比べて  $n$  が大きくなる (液状化が起り難い) ことが報告されている。これは単純せん断では試料全体が変形するのに対して、三軸試験の場合はせん断領域が限定されるためと筆者は考えているが、このように試験法による差異は耐震設計に結びつく土質試験法の開発という観点からも、今後明らかにすべき問題であろう。

また実地震は不規則な震動を地盤に与えるので、ここで述べたような単純化した応力状態をもとにした解析原理は、複雑な自然現象を解明するための足掛りとしての意義を有するものといえよう。

## 参 考 文 献

- 1) Peacock, W. H. and H. B. Seed: Sand Liquefaction under Cyclic Loading Simple Shear Conditions, Proc. ASCE, Vol. 94, No. SM3, 1968, pp.689~708.
- 2) Seed, H. B. and K. L. Lee: Liquefaction of Saturated Sands during Cyclic Loading, Proc. ASCE, Vol. 92, No. 6, 1966, pp.105~134.
- 3) Cornforth, D. H.: Some Experiments on the Influence of Strain Conditions on the Strength of Sand, Géotechnique, Vol. 14, No. 2, 1964, pp.143~167.