

氏 名	たけむらこういち 竹村剛一
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 2146 号
学位授与の日付	平成 12 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	理 学 研 究 科 数 学 ・ 数 理 解 析 専 攻
学位論文題目	The decomposition of level-1 irreducible highest-weight modules with respect to the level-0 actions of the quantum affine algebra. (量子アフィン代数のレベル1既約最高ウェイト表現の, レベル0の作用についての分解)

論文調査委員 (主 査) 教 授 三 輪 哲 二 教 授 宮 岡 洋 一 教 授 柏 原 正 樹

論 文 内 容 の 要 旨

主論文は、アフィン量子代数 $U_q(\widehat{sl}_n)$ のレベル1可積分最高ウェイト表現の上に定義されるレベル0表現の既約分解を決定したものである。

問題の起こりは、Haldane 等による、ある種の量子 N 体問題における sl_n に対応するヤンギアン対称性の発見に遡る。この模型においては、状態空間が、ヤンギアンの表現空間になっている。粒子数 N が無限大の極限においてこの表現はアフィンリー代数 $\widehat{sl}_n$ のレベル1表現の表現空間に移行する。従って、レベル1表現の表現空間の上に、ヤンギアンの表現が定義されるということが、数学的内容であった。

この事実は、共形場理論におけるアフィンリー代数の対称性と両立する新しい対称性の存在という意味で注目を集めた。

神保等は、上の事実の q 変形を考え、 $n=2$ の場合に、アフィン量子代数 $U_q(\widehat{sl}_2)$ のレベル1可積分最高ウェイト表現の上に、同じくアフィン量子代数 $U_q(\widehat{sl}_2)$ のレベル0表現が定義されることを示し、その表現の既約分解をもとめた。彼らの方法は、 $q=1$ の場合の Bernard 等の方法の q 類似による。

レベル0の表現の既約分解からは、レベル1の既約表現指標に対する新しい表示式が得られるが、Kirillov 等は sl_n の場合にレベル0の表現を構成せずに、組合せ論的に指標の分解公式を得た。これをもとに、彼らは sl_2 の場合と同様なレベル0表現の分解ができることを予想していた。

主論文は、上記の予想の q 変形された場合、すなわち、神保等が扱った問題の n が一般の場合に、この予想を肯定的に解決している。Kirillov 等の研究において用いられた歪ヤング図形に対応して、レベル0の表現が構成できる。レベル1表現の中に、これらの表現が現れることを、非対称マクドナルド多項式によるアフィン・ヘッケ環の可換な生成元の対角化を用いて示すというのが、議論の本質的部分である。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

自然な形で得られる表現を既約表現に分解することは表現論の基本的な問題である。アフィンリー環の可積分最高ウェイト表現にヤンギアンが作用するという事実、およびその q 変形として、量子アフィン代数の可積分最高ウェイト表現にレベル0の表現が定義できるという事実は、数理物理の模型の解析の中から発見され、多くの研究者の関心を引いてきた。申請者は、この周辺の表現論的問題を研究し、重要な仕事をしている。

主論文と前後する時期に、Uglov、斉藤(義久)と共に、上記の事実の本質は、量子アフィン代数のレベル1フォック表現に、より大きな対称性として、量子トロイダル代数が作用することにあるということを証明し(参考論文1)、さらに、Uglov との共著(参考論文2)において同様の結果をレベルの高い場合に拡張している。前者は、Vasserot 等によっても得

られたが、後者は困難な問題であると考えられていたものを、解決したものであって、高く評価されている。

主論文は、トロイダル代数とは直接関係しないが、レベル0の表現の完全可約性を示し、既約表現分解を具体的に決定したものであって、レベル0表現が一般的には完全可約ではないことから推察されるように、深い結果である。実際、その証明には、非対称マクドナルド多項式の理論が巧妙に使われる。Kirillov等は、表現の指標についての分解公式から表現の分解を予想したが、 $n=2$ の場合が、神保等によって既に解かれていたことを除き、未解決であった。

以上述べたように、申請者の研究は、共形場理論の新しい対称性について、表現の分解という形で、決定的な結果を与えたものであり、学位論文として十分な研究であると認められる。また、関連する研究において、より大きな対称性の本質を捉えてみせたということも、高く評価される。よって、学位論文審査は合格であると判定された。