

慣性接続要素を含む構造物の定点理論を用いた制御

慣性接続要素

定点理論

変形制御

加速度制御

ダンパー減衰力

1. 序

2 節点間の相対加速度に対して有効となる慣性接続要素と呼ばれる新しいタイプのダンパーが精力的に研究開発されている[1]-[3]。この慣性接続要素と粘性要素を組合せた新しいタイプのダンパーについての研究が行われているが、両者を直列タイプで用いているものはほとんど見られない。本論文では粘性要素と慣性接続要素を直列に接続した場合における定点理論に基づいた応答制御手法について考察する。

2. C-Z-k 直列型モデル

本論文では図 1 に示すようなダッシュポット、慣性接続要素、支持ばねの 3 要素を直列接続した C-Z-k 直列型モデルを扱う。また制御効率の比較のため、ダッシュポットと支持ばねを直列接続した C-k 直列型モデルの定点制御にも言及する。

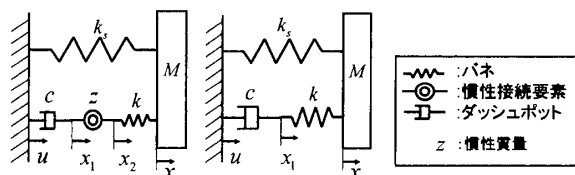


図 1 C-Z-k 直列型モデルと C-k 直列型モデル

以下では質量比 $\mu = z/M$ と剛比 $\kappa = k/k_s$ の変化に伴う質点の変位と加速度の伝達関数の変化について考察する。

3. 変位伝達関数 H_d の最大値を最小化する制御

本節では地動変位に対する質点の相対変位を制御する手法（以下制御 I）について考察する。

図 1 において $x = X e^{i\omega t}$, $x_1 = X_1 e^{i\omega t}$, $x_2 = X_2 e^{i\omega t}$, $u = U e^{i\omega t}$ と置くと変位伝達関数 H_d は(1)式となる。

$$H_d = \frac{X - U}{U} = \frac{-\lambda'^2 \lambda^2 + i2h\lambda^3(1-\lambda'^2)/\kappa}{-\lambda'^2(1-\lambda^2) + i2h\lambda\{(1-\lambda'^2)(1-\lambda^2) - \kappa\lambda'^2\}/\kappa} \quad (1)$$

但し $\lambda = \omega/\omega_s$, $\lambda' = \omega/\omega_a$, $\omega_s^2 = k_s/M$, $\omega_a^2 = k/z$, $h = c/(2\sqrt{Mk_s})$ とする。

(1)式に定点理論を適用すると λ と λ' の関係式が得られ、これを解くことで μ と κ の関係式が得られる[4]。この式を満たす μ を最適質量比と呼び、制御 I における最適質量比 μ_{dopt} は剛比 κ を用いて(2)式のように表される。

$$\mu_{dopt} = 2\kappa/(\kappa+2) \quad (2)$$

制御 I における最適無次元振動数比 λ_{dopt} と定点の高さ H_{dopt} はそれぞれ(3)式、(4)式のように求められる。

正会員 ○村上 翔 1*

正会員 吉富信太 2**

正会員 辻 聖晃 2**

正会員 竹脇 出 2**

$$\lambda_{dopt} = \sqrt{(\kappa+2 \pm \sqrt{\kappa(\kappa+2)})}/2 \quad (3)$$

$$H_{dopt} = \sqrt{(\kappa+2)/\kappa} \quad (4)$$

C-k 直列型モデルの変位伝達関数の定点は 1 点のみ存在し、またその高さは $(\kappa+2)/\kappa$ であるため、制御 I においては C-Z-k 直列型モデルの方が定点の高さが抑えられていることがわかる。この定点が極大値となる無次元減衰定数を最適無次元減衰定数 h_{dopt} とすると、これは剛比 κ の関数となる。

4. 加速度伝達関数 H_a の最大値を最小化する制御

次に質点の加速度を制御する手法（以下制御 II）について考察する。加速度伝達関数 H_a は次式で与えられる。

$$H_a = \frac{\ddot{X}}{\ddot{U}} = \frac{-\lambda'^2 + i2h\lambda\{1-(1+\kappa)\lambda'^2\}/\kappa}{-\lambda'^2(1-\lambda^2) + i2h\lambda\{(1-\lambda'^2)(1-\lambda^2) - \kappa\lambda'^2\}/\kappa} \quad (5)$$

(5)式より制御 II での最適質量比 μ_{aopt} と剛比 κ の関係について(6)式を得る。

$$\mu_{aopt} = \kappa \quad (6)$$

制御 II における最適無次元振動数比 λ_{aopt} と定点の高さ H_{aopt} はそれぞれ(7), (8)式のように求められる。

$$\lambda_{aopt} = \sqrt{1 \pm \sqrt{\kappa/(\kappa+2)}} \quad (7)$$

$$H_{aopt} = \sqrt{(\kappa+2)/\kappa} \quad (8)$$

制御 II における最適無次元減衰定数 h_{aopt} は h_{dopt} 同様剛比 κ の関数となる。

5. 変位伝達関数の最大値を最小化したときの支持部材の負担力

建物にダンパーを設置する場合にはダンパーの最大減衰力は支持部材特性に依存するため、次に支持部材の負担力を考える。まず支持ばねの変形の伝達関数 H_d^a を考える。但し $\gamma = \kappa/\mu$ とする。

$$H_d^a = \frac{X - X_2}{U} = \frac{-i(2h/\kappa)\lambda^3/\gamma}{\{-\lambda^2/\gamma + i(2h/\kappa)\lambda(1-\lambda^2/\gamma)\}} \frac{X - U}{U} \quad (9)$$

(9)式は制御 I, II とも共通であり、各制御における支持ばねの負担力を考えるには、(9)式に各制御で剛比 κ に対して求められる剛比と質量比の比 γ 及び最適無次元減衰定数 h_{dopt} (または h_{aopt}) を代入すればよい。これは各制御における支持ばねの変形の地動に対する応答倍率に相当する。 H_d^a に剛比 κ を乗じたものを N^a とおき、支持ばねの負担力の指標とする。尚この値は剛比 κ と主体構造の固有円振動数に対する無次元振動数比 λ の関数となる。

6. 剛比 κ に対する諸量のパラメトリック解析

前節までで明らかとなった伝達関数や最適質量比、無次元減衰定数、支持ばねの負担力の指標について、剛比 κ を変化させたときの変化を以下に示す。

①伝達関数の最大値と質量比

各制御における H_{dopt} 、 H_{aopt} は(4)、(8)式より完全に一致するが、これと合わせて制御に必要な最適質量比 μ_{dopt} 、 μ_{aopt} を図3に示す。

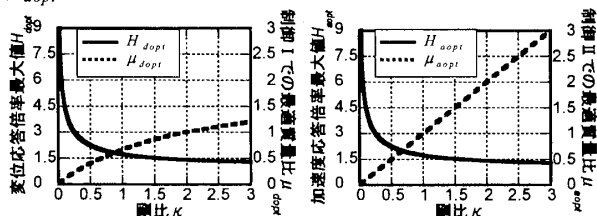


図3 各制御における伝達関数の最大値と最適質量比

②最適無次元減衰定数

各制御において剛比 κ を変化させたときの最適無次元減衰定数を図4に示す。

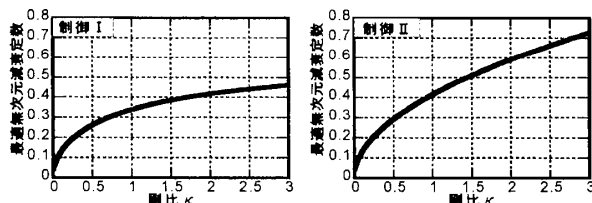


図4 各制御における最適無次元減衰定数

③支持部材の負担力

5節で扱った支持ばねの負担力の指標について、無次元振動数比 λ に関する最大値 N^a を図5に示す。

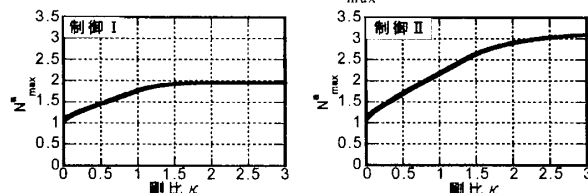


図5 各制御における支持ばねの最大負担力の指標

図5に示す支持部材の負担力の指標は支持部材に作用する力に対応するものであるが、ダンパーの性能にとっては支持部材の変形量が重要となる場合もある。(9)式に各制御における諸量を代入したものについて、剛比 κ を変化させたときの無次元振動数比 λ に関する最大値 H_{dopt}^a を図6に示す。

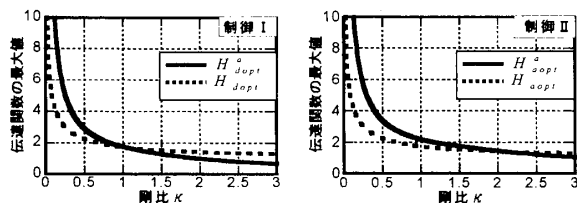


図6 各制御における支持ばねの最大変形指標

図3-6より制御I、制御IIについて次のことがわかる。

- ・剛比 κ を大きくすることにより伝達関数の最大値を小さくすることができる。
- ・剛比 κ を大きくすると、それに伴い制御に必要な慣性質量 z の大きさ、無次元減衰定数の値、支持部材の最大負担力は大きくなり、またそれらの増加傾向は制御IIの方が強い。
- ・ある程度剛比が大きくなると剛比を大きくしても応答倍率の低減効果の程はあまり変化しなくなり、支持部材の負担力の指標も頭打ちになる。しかしながら、最適質量比はほぼ一定の勾配をもって増加していくため、剛比や質量比に対する制御効率は相対的に低下する。

尚、ダンパーのコストを考える場合、減衰係数は容易に調整可能であり、かつコストにはほとんど影響しないため、C-Z-k 直列型モデルの設計を考える場合には最適無次元減衰定数の大きさはあまり問題とはならない。

7. まとめ

本論文では、慣性接続要素と粘性ダンパーが直列接続されたダンパーユニットを支持部材を介して挿入した1質点モデルにおいて、伝達関数における定点の存在を明らかにして定点理論に基づく定式化を行い、以下の成果を得た。

- (1)振動数領域において相対変位伝達関数の最大値を最小化する制御、及び加速度伝達関数の最大値を最小化する制御について、各々の制御で必要となる最適質量比、最適無次元振動数比、最大応答倍率の値を剛比 κ の簡単な関数として導いた。この定式化における定点高さの比較から、応答倍率の最大値は、C-Z-k 直列型モデルの方が C-k 直列型モデルよりも小さくなることを明らかにした。
- (2)剛比 κ をパラメータとして各制御における応答倍率の最大値、必要となる質量比 μ 、最適無次元減衰定数、支持部材の負担力に関するパラメトリック解析を行いその特性を明らかにした。

謝辞 本研究の一部は H22 年度科研費による。

参考文献

- [1] 齊藤 賢二, 五十子 幸樹: 同調粘性マスダンパーの実大加振実験とその解析的検証 (その1, その2), 大会学術講演梗概集, B-2, pp. 439-442, 2010.9.
- [2] 古橋 剛, 石丸 辰治: 複素固有値解析を介した D.M. 同調システムの簡易設計法 (その1~その6), 大会学術講演梗概集, B-2, pp. 465-476, 2010.9.
- [3] Takewaki, I., et al.: Fundamental mechanism of earthquake response reduction in building structures with inertial dampers, 5WCSCM, Tokyo, 2010.
- [4] 村上 翔, 吉富 信太, 辻 聖晃, 竹脇 出: 慣性接続要素を含む構造物の定点理論を用いた構造制御 - 慣性接続要素と粘性ダンパーが直列接続された場合 -, 日本建築学会近畿支部2011.

*1 京都大学大学院生

**2 京都大学大学院

Graduate Student, Kyoto University
Kyoto University