

『勘者御伽雙紙』の弧背真術其ノ二

聖心女子学院 田辺 寿美枝 (Sumie Tanabe)

Sacred Heart Senior High School

1 はじめに

中根彦循^{なかねげんじゆん} (1701~1761) が 1743 年 (寛保 3 年) に著した『勘者御伽雙紙』は上中下 3 巻から成り、和文 (漢字交じり仮名文) で書かれた一般大衆向け通俗書である。序文には「この書はつれつれのころほひきき傳へし算問或は心にうかびし捷徑^{しょうけい}の術初心の為に書きとめをきしが時ありて去る人の懇望により今梓にちりバめて勘者御伽雙紙と号しておさな子のもて遊びとす」とあり、和算書では初出の「九去法」をはじめ、「小町算」「薬師算」「裁合わせ」「百五減算」「方陣、円陣」「目付字」「名香目付」などの平易な、遊戯的な問題も数多く収められ、問題文に呼応した、情趣富む挿絵も幾つか添えられている。しかし、その一方でその序文は「見る人此の書にもとづきなばなんぞあさきより深きにいたらざらんや」と結ばれており、中には極めて高度な、当時の研究の最先端とみられる問題も含まれている。特に真名文 (漢文) 書きになっている問題、上巻第 22 問「買物銭数ほど取る事」の「翦管術」と下巻第 22 問「弧背真術事二ヶ条」^{こはいしんじゆつ}の「円理孤背術」ではそれぞれの分野に関しての当時の最新の研究成果「術」が紹介されている。「翦管術」とは不定方程式の解法「剰一術」を基にした連立 1 次合同式の解法理論のことで、上巻第 22 問「買物銭数ほど取る事」から窺える彦循の整数論に関する洞察力の深さについてはすでに参考文献 [13] で論じたところであり、「翦管術」「剰一術」に関しては参考文献 [10] および [15] を参照されたい。また下巻第 22 問「弧背真術事二ヶ条」の「円理孤背術」とは円の直径と円周および扇形とその弧の長さとの関係についての研究、解法のことをいう。中根彦循が下巻第 22 問「弧背真術事二ヶ条」で示した具体的な問題に関する解説は参考文献 [16] 『『勘者御伽雙紙』の弧背真術』で述べたものである。本稿はその『勘者御伽雙紙』下巻第 22 問「弧背真術事二ヶ条」の中で示されている近似公式について、および中根彦循その人について、他の和算家達の円理研究の流れを踏まえての考察、補足を目的としている。本稿末尾に付記した『勘者御伽雙紙』までの主な和算書の流れの年表も合わせて参照されたい。

2 中根彦循

中根彦循は通称保之丞といい、後に法軸と号した。父は白山先生とも呼ばれた和算中根流の開祖、中根元圭(1662～1733)で、建部賢弘とも親交が深く、八代將軍徳川吉宗に召され、暦の研究に従事し、『暦算全書』に訓点を施したとしても知られている和算家である。彦循は京都で生まれ育ち、幼くして父元圭に学び、その後江戸に出て、建部賢弘(1664～1739)、久留島義太(？～1757)に学んだと自著『竿頭算法』(1738年)の序文で自ら述べている。彦循の刊行された著作は『竿頭算法』と『勘者御伽雙紙』の二作のみで、その他、写本として「累約補」「開方盈朒術」「祇園神社算題三問」「見題解」が伝わっている。『竿頭算法』の序文の中には、『暦算全書』の訓訳(1733年)も実は彦循先生が為したと平安原田秀簡が述べている件がある。將軍吉宗から『暦算全書』の訓訳の下命を受けた建部賢弘は多忙のため彦循の家君白山翁(元圭)に依頼した。しかし元圭は既に老齢であったため、結局子息である彦循先生が訓点を完成させたと記されている。実際『暦算全書』が刊行された1733年(享保18年)に父元圭は亡くなっている。享年71歳であった。その五年後に彦循は『竿頭算法』を、さらに五年後の1743年(寛保3年)に『勘者御伽雙紙』を上梓している。その『勘者御伽雙紙』下巻で彦循が示した円理求背術は、関孝和をはじめ、建部賢弘、松永良弼、久留島義太らの和算家達が研究を受け継ぎ、重ねてきた流れの中で書かれたものであった。

3 求背近似公式

『勘者御伽雙紙』下巻第22問「弧背真術事二ヶ条」の第1問は矢および径の値から弧背の長さを求める問題、第2問は弧背と径の値が与えられ、矢の長さを求める問題となっている。円周率は3.1415926535897932384626433832795028余と小数点以下34桁を用いて計算している。『勘者御伽雙紙』より以前、元文4年(1739年)に松永良弼が『方円算経』で小数点以下50位まで(真値は49位まで)を求めていたことは良く知られているところである。彦循は当然承知していたことと思われるが、敢えて一般向けに34桁で留めたものかと推察される。「弧背真術事二ヶ条」の2つの問題の具体的な内容に関しては参考文献[16]を参照されたい。ここでは、『勘者御伽雙紙』下巻第22問「弧背真術事二ヶ条」の中で術として紹介されている「矢および径の値から弧背の長さを求める公式」について若干の解説を加えたい。

和算では直径を単に径と呼び、弦は弦、また右図での線分PMを矢、更に円弧ABを背あるいは弧背と呼んでいた。『勘者御伽雙紙』下巻第22問「弧背真術事二ヶ条」の第1問「径および矢から弧を求める」問題の解法として紹介されている公式は、矢を c 、径を d 、背を s とすると、以下の有理式となる。

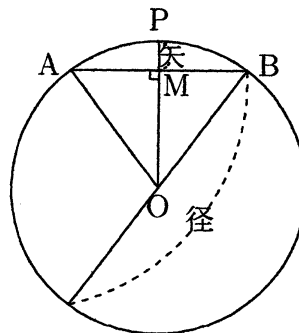


図 1

$$s^2 = \frac{(51975d^4 - [(276c + 1060d)c + 3885d^2]c + 22050d^3)c}{(33d - 25c) \times 1575d^2} \times c \times 4$$

$$= \frac{4c}{1575(33d - 25c)} \left(51975d^2 - 22050cd - 3885c^2 - 1060\frac{c^3}{d} - 276\frac{c^4}{d^2} \right)$$

この式は逆三角関数の近似公式にあたるものであるが、久留島義太(?~1757)の『きゅうしこはいぐさ久氏弧背草』に示されている弧背を求める級数展開式および近似式と実質的に一致している。久留島には生前の著作はひとつもない。『久氏弧背草』は久留島義太の没後、門弟が遺稿を集めて編集した公式集のようなものである。その『久氏弧背草』は二十一丁からなり、三丁表から裏に亘って、

第一差	三分	之一
第二差	八	十五
第三差	九	十四
第四差	三十二	四十五
第五差	二十五	三十三
第六差	七十二	九十一
第七差	四十九	六十
第八差	一百二十八	一百五十三

と弧背を求める級数展開式の各項に新たに掛けられる係数が書き出されている。さらに、

「列第数自之倍之為分子 列第数加一名甲 列甲倍之減一余乘甲為分母」

と新たに掛けられる係数の一般式 $\frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)}$ を述べることによって、以下の求背展開式を示している。

$$\begin{aligned} \frac{s^2}{4} = & cd + cd \cdot \frac{1 \cdot c}{3d} + cd \cdot \frac{c}{3d} \cdot \frac{8c}{15d} + cd \cdot \frac{c}{3d} \cdot \frac{8c}{15d} \cdot \frac{9c}{14d} \\ & + cd \cdot \frac{c}{3d} \cdot \frac{8c}{15d} \cdot \frac{9c}{14d} \cdot \frac{32c}{45d} + cd \cdot \frac{c}{3d} \cdot \frac{8c}{15d} \cdot \frac{9c}{14d} \cdot \frac{32c}{45d} \cdot \frac{25c}{33d} + \cdots \end{aligned}$$

次に続いて、第2項以下を等比級数と見做して得られる結果、すなわち、

$$\begin{aligned} \frac{s^2}{4} &= cd + \frac{c^2}{3} + \frac{c^2}{3} \cdot \frac{8c}{15d} + \cdots \\ &\doteq cd + \frac{c^2}{3} \cdot \frac{1}{1 - \frac{8c}{15d}} \\ s^2 &= \frac{12cd(5d - c)}{15d - 8c} \end{aligned}$$

を

「円径五段内減矢余乘矢一十二段乗円径為実

円径一十五段内減矢八段余為法 実如法而一得弧巾」

と書き出し、第一略術と名付けている。さらに同様にして第3項以下をまとめた式を第二略術、第4項以下をまとめたものを第三略術として結果だけを公式のように書き連ねている。この手法で第6項以下を等比級数と見做してまとめた式、

$$\frac{s^2}{4} = cd + \frac{c^2}{3} + \frac{c^2}{3} \cdot \frac{8c}{15d} + \frac{c^2}{3} \cdot \frac{8c}{15d} \cdot \frac{9c}{14d} + \frac{c^2}{3} \cdot \frac{8c}{15d} \cdot \frac{9c}{14d} \cdot \frac{32c}{45d} + \frac{c^2}{3} \cdot \frac{8c}{15d} \cdot \frac{9c}{14d} \cdot \frac{32c}{45d} \cdot \frac{1}{1 - \frac{25c}{33d}}$$

が『勘者御伽雙紙』で求弧背術として紹介された式と一致している。またこの種の近似式は久留島の独自の研究と見られている¹。しかし、久留島の『久氏弧背草』も彦循の『勘者御伽雙紙』も、いずれにも結果が記されているだけで、その展開式や係数の一般式に至る求め方は示されていない。著者が定かでないと言われている『乾坤之巻』には展開式に至る流れが示されている。

¹参考文献 [3] 3巻 p3 参照

4 『？暦雑考』

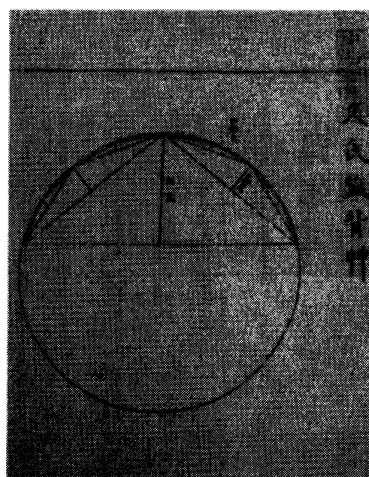
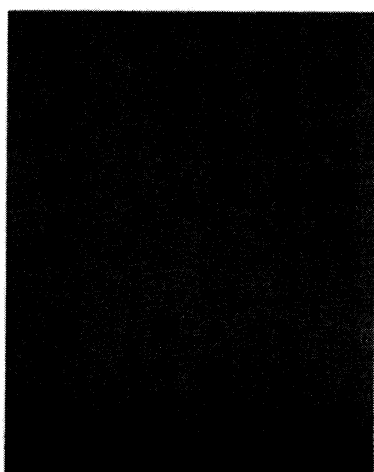
筆者は2010年夏、東北大学名誉教授 土倉保先生のご厚意に与り、東北大学附属図書館を訪ねた。『算暦雑考』をはじめ、久留島義太の『久氏弧背草』、中根彦循『竿頭算法』、今村知商『堅亥録』(1639年)など幾つかの和算書を閲覧することが目的であった。ところが、他の算書はすべてあるが、『算暦雑考』はないという。整備された最新の総目録を見せて戴いても確かに『算暦雑考』は載っていない。携えて行った『明治前日本数学史 第2巻』p24に

「4. 算暦雑考。(水戸彰考館収蔵、臨写本東北大学収蔵)」

と記載されていることも示したが「それでもない」という返答であった。昭和20年水戸彰考館で焼失し、青焼きしか現存しない(参考文献[7])と伝えられているものではあるが、青焼きは収められていると聞いており、諦めきれず再度尋ね、平山文庫の目録控えを見るに、そこに『？暦雑考』という記載があり、その書を閲覧したいと依頼したところ、それこそが当に『算暦雑考』であった。書名冒頭の「算」の字が異体字の「筭」であったためか、除外されてしまっており、一方、故平山諦氏が生前「『算暦雑考』は水戸で焼失してしまったため、ない」と語られていたという伝聞と相まって、写本すら現存しない、と思い込まれたまま、歳月が経っていたということであろうか。果たして閲覧叶った『算暦雑考』は青焼きではない写本現物で、その奥付には

「昭和十六年七月 彰考館文書ニ依り謄写 森山」

とあった。水戸彰考館で『算暦雑考』が焼失されたとされる昭和20年以前に臨写された写本が幸いにも現存していたことが判明した。



東北大学附属図書館所蔵『算暦雑考』,『久氏弧背草』より

『勘者御伽雙紙』に至る和算書の流れ②

(関孝和没年～『「勘者御伽雙紙」「算法童子問」評林』)

西暦	和暦	和算書	著者	著者生没年	誕生者	没者
1708	宝永5				村井中漸	関孝和 安藤有益
1710	宝永7	『大成算経』*	関孝和 建部賢明, 賢弘	建部賢明 1661～1716		磯村吉徳
1712	正徳2	『括要算法』*	関孝和			
1713	正徳3				千葉歳胤	
1714	正徳4	『皇和通暦』	中根元圭		有馬頼僊	
1715	正徳5	『解伏題交式斜乗之諺』	松永良弼	1692～1744		渋川春海
1716	享保1	『塚壘招差之新術』	〃			建部賢明
1718	享保3					荒木村英
1719	享保4					田中由真
1722	享保7	『綴術算経』 『不休綴術』	建部賢弘			
1723	享保8	『日本輿地図』	〃			
1726	享保11	『断連総術』	松永良弼			
1727	享保12?	『八線表算法解義』	中根元圭			
1728	享保13	『累約術』	建部賢弘			
1729	享保14	『立円率』	松永良弼			
1732	享保17	『古暦便覧』 『宿曜算法諺解』	中根元圭 松永良弼		安島直円	
1733	享保18	『暦算全書』(訓訳)	中根元圭			中根元圭
1738	元文3	『竿頭算法』	中根彦循	1701～1761		
1739	元文4	『天文図解發揮』*	中根元圭			建部賢弘
		『方円算経』	松永良弼			
1743	寛保3	『勘者御伽雙紙』	中根彦循		本多利明	
1744	延享1					松永良弼
1745	延享2				伊能忠敬	
1747	延享4				会田安明	
1757	宝暦7					久留島義太
1760	宝暦10				石黒信由	
1761	宝暦11					中根彦循
1776	安永5	『授時暦経俗解』*	中根元圭			
1783	天明3					有馬頼僊
1784	天明4	『算法童子問』	村井中漸	1708～1797		
1798	寛政10	『「勘者御伽雙紙」 「算法童子問」評林』	会田安明			安島直円

[注]

- ・『久氏孤背草』『算暦雑考』など書かれた年が不明の書は載せていない。
- ・書名に「*」が付いているものは、著者の没後刊行されたもの。
- ・『算法童子問』は中根彦循の弟子である村井中漸が『勘者御伽雙紙』の続編として書いたものである。
- ・『「勘者御伽雙紙」「算法童子問」評林』は最上流の開祖、会田安明が中根流の2作品について、批判、評論したものである。
- ・参考文献[3], [8]に依った。

『勘者御伽雙紙』に至る和算書の流れ ①

『割算書』～関孝和没年)

西暦	和暦	和算書	著者	著者生没年	誕生者	没者
1622	元和8	『割算書』	毛利重能	?		
1624	寛永元				安藤有益	
1627	寛永4	『塵劫記』	吉田光由	1598～1672		
					星野実宣	
1639	寛永16	『豎亥録』	今村知商	?～1668	渋川春海	
1640	寛永17	『因帰算歌』	〃		関孝和? 荒木村英	
1651	慶安4				田中由真	
1659	万治2	『改算記』	山田正重	?		
1661	寛文1				建部賢明	
1662	寛文2	『豎亥録仮名抄』	安藤有益	1624～1708	中根元圭	
1663	寛文3	『算組』	村松茂清	1608～1695		
1664	寛文4				建部賢弘	
1668	寛文8					今村知商
1671	寛文11	『古今算法記』	沢口一之	?		
1672	寛文12	『闕疑抄一百問答術』	関孝和	1640?～1708		吉田光由
		『新編算学啓蒙註解』	星野実宣	1638～1699		
		『股勾弦鈔』				
1674	延宝2	『発微算法』	関孝和			
		『勿憚改答術』				
1677	延宝5	『天文分野之図』	渋川春海			
1679	延宝7	『算法明解』	田中由真	1650～1719		
1680	延宝8	『求立円積術』				
		『八法略訣』	関孝和			
		『授時発明』				
		『日本長暦』	渋川春海			
1681	天和1	『授時暦経立成之法』	関孝和	1640?～1708		
1683	天和3	『諸約之法』				
		『算脱驗符之法』	〃			
		『方陣円攢之法』				
		『解伏題之法』				
		『研幾算法』	建部賢弘	1664～1739		
1685	貞享2	『解隠題之法』				
		『題術弁議之法』	関孝和			
		『病題明致之法』				
		『開方翻変之法』				
		『発微算法演段診解』	建部賢弘			
		『古暦便覧』	中根元圭	1662～1733		
1686	貞享3	『関訂書』	関孝和			
1687	貞享4	『改算記綱目』	持永豊次 大橋宅清	?		
1690	元禄3	『算学啓蒙診解大成』	建部賢弘			
1692	元禄5				松永良弼	
1695	元禄8					村松茂清
1697	元禄10	『四余算法』	関孝和			
	〃 頃	『宿曜算法』				
1699	元禄12					星野実宣
1701	元禄14				中根彦循	
1704	宝永1				山路主住	

参考文献

- [1] 中根彦循『勘者御伽雙紙』天王寺屋市郎兵衛(京都寺町) 1743 年(寛保 3 年)
- [2] 中根彦循(大矢真一訳注)『勘者御伽雙紙』大紘書院 1942 年
- [3] 日本学士院編『明治前日本数学史』第 1 卷, 第 2 卷, 第 3 卷 岩波書店 1956 年
- [4] 加藤平左エ門『算聖 関孝和の業績』槇書店 1972 年
- [5] 加藤平左エ門『偉大なる和算家 久留島義太の業績』槇書店 1973 年
- [6] 平山諦『円周率の歴史』改訂新版 大阪教育図書 1980 年
- [7] 佐藤健一編著『算暦雑考』研成社 1995 年
- [8] 佐藤健一他編著『和算史年表』東洋書店 2002 年
- [10] 田辺寿美枝「関孝和の翦管術 其の二」
(京都大学数理解析研究所講究録 1513:91-103) 2006 年
- [11] 竹之内脩, 伊藤隆 著『 π 』共立出版 2007 年
- [12] 藤原松三郎著, 川原秀城解説『日本数学史要』勉誠出版 2007 年
- [13] 田辺寿美枝「『勘者御伽雙紙』の翦管術」
(京都大学数理解析研究所講究録 1583:40 – 50) 2008 年
- [14] 上野健爾, 小川東, 小林龍彦, 佐藤賢一『関孝和論序説』岩波書店 2008 年
- [15] 佐藤健一監修『和算の事典』朝倉書店 2009 年
- [16] 田辺寿美枝「『勘者御伽雙紙』の弧背真術」
(京都大学数理解析研究所講究録 1677:73 – 82) 2010 年
- [17] 中根彦循(佐藤健一, 田辺寿美枝他訳注)『勘者御伽雙紙 下』
NPO 法人和算を普及する会 2010 年

本稿は科学研究費補助金 奨励研究 課題番号 22913008 の援助を受けた研究の一環である。図版資料は KETpic(<http://ketpic.com>) を用いて作成した。