

確率的 Eight Vertex 模型の「弱い普遍性」

東大・理 池 田 博

Baxter の Eight Vertex 模型¹⁾の注目すべき点は普遍性が破れていること、すなわち臨界指数が系のエネルギー・パラメーター λ の連続関数になっていることである。しかし、「弱い普遍性」²⁾は満たされているようである。Suzuki²⁾によって提案された「弱い普遍性」の要点は、相関距離の臨界指数 ν で割った任意の指数は普遍であるという事である。

ここでは Eight Vertex 系の確率的模型を作り、動的現象における弱い普遍性の有効性をチェックしてみる。

まず Eight Vertex 模型に等価な正方格子上的 Ising 模型

$$\beta H = -K \sum_{j,k} (\sigma_{j+1,k} \sigma_{j,k} + \sigma_{j,k+1} \sigma_{j+1,k}) - \lambda \sum_{j,k} \sigma_{j,k} \sigma_{j+1,k} \sigma_{j,k+1} \sigma_{j+1,k+1}$$

から出発する。動力的 Ising 模型³⁾と同様にして、このハミルトニアンより次のような確率的模型を作る。

$$\frac{d}{dt} p(\{\sigma\}, t) = - \sum_j W_j(\sigma_j) p(\{\sigma\}, t) + \sum_j W_j(-\sigma_j) p(\{-\sigma_j\}, t),$$

$$W_j(\sigma_j) = \frac{1}{2} (1 - \sigma_j \tanh E_j),$$

ここで σ_j に作用する場 E_j は

$$E_j = K \sum_{n,n,n} \sigma + \lambda \sum_{f,s,t} \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$$

で与えられる。(最初の和は第2近接スピン、次の和は4体力からくるスピン)。文献3)と同様に高温展開が定義できるが、ここでは簡単のために、 λ の1次までの範囲で高温展開する。例として、非線形応答に関する臨界減速を特徴づける非線形緩和関数

$$\tau_\lambda^{(n,1)} = \int_0^\infty dt M(t)/M(0) \sim (T - T_c)^{-\Delta_\lambda^{(n,1)}}$$

の指数 $\Delta_\lambda^{(n,1)}$ を評価する ($M(t)$ は時刻 t のオーダー・パラメーターの平均値)。 $\Delta_\lambda^{(n,1)} = \Delta_0^{(n,1)} (1 - q\lambda)$ の形で、数項の展開級数より ratio 法で q を計算する。数項の計算から確定的な数値を決めるのは良くないが⁴⁾、結果は $q \sim 1$ となって、 $\nu = 1 - \frac{\pi}{4} \lambda \left(\frac{\pi}{4} \sim 1 \right)$

中野藤生

と比べて、オーダーとしては弱い普遍性と矛盾しない ($\Delta_\lambda^{(n,1)}/\nu \simeq \Delta_0^{(n,1)} = \text{普遍}$)。より定量的な結果は、収束のよい線形緩和関数³⁾を評価すると得られるであろう。

結論としては、動的現象でも弱い普遍性が成立しているようである。これからの方向に関して次の点を示す。(i)繰り込み群によるアプローチ。一つの方法として連続体模型を作ることがある。Eight Vertex 系では普通のG-L系と違って、2つの場が必要になってくる。(ii)摂動論⁵⁾ 臨界点で $M(t) \sim t^{-\omega}$ ($\omega = \beta/\Delta^{(1)}$) なので、 ω が λ に依れば $\frac{\partial}{\partial \lambda} M(t) \sim -\frac{\partial \omega}{\partial \lambda} \ln t + \dots$ という形がでる。この場合 $\ln t$ の項が出ない事を示せば、 $\frac{\partial \omega}{\partial \lambda} = 0$ より $\beta/\Delta^{(1)} = \omega_0$, $\Delta^{(1)} = \beta/\omega_0 = \frac{\beta_0}{\omega_0} (1 - \frac{\pi}{4}\lambda) = \Delta_0 (1 - \frac{\pi}{4}\lambda)$ となって1次の範囲で弱い普遍性が有効であることがわかる。しかし、非平衡での平均を問題にしなければならぬので、証明は難しい。

参 考 文 献

- 1) R. J. Baxter, Phys. Rev. Letters **26** (1971), 832.
- 2) M. Suzuki, 物性研究 (前回の報告)
- 3) H. Yahata and M. Suzuki, J. Phys. Soc. Japan **27** (1969), 1421.
- 4) Z. Csépes and Z. Rácz, preprint (Eötvös Univ., Budapest)
- 5) L. P. Kadanoff and F. J. Wegner, Phys. Rev. **B4** (1971), 3989.

Phase Transitions in KDP and DKDP and in Two-Douplet Spin System

名大・工 中 野 藤 生

§ 1 序 論

本節は前おきである。スピン変数 σ_i ($\pm 1, 0$ の3つの値をとる) によって表される i 番格子点の各状態が $D(\sigma_i)$ 重に縮退しているとする。格子全体のハミルトニアンは

$$H = -J \sum_{(i,j)} \sigma_i \sigma_j \quad (1)$$