

# 流出量時系列の季節的特性について

石 原 安 雄・長 尾 正 志

## SEASONAL CHARACTERISTICS OF TIME SERIES OF RUNOFF AMOUNT

By *Yasuo* ISHIHARA and *Masashi* NAGAO

### Synopsis

This study aims at probabilistic and stochastic seasonal characteristics of time series of runoff in order to obtain useful statistical informations. The outlines of the results obtained are as follows:

- (1) The periodicity of a year of time series of runoff can be found out remarkably by taking a suitable unit duration for sampling.
- (2) By analyzing the, it is to say, moving stochastic parameters of such a duration with respect to the time series of daily runoff, it is found that there are seasons and districts in which the auto-regressive process is to be considered or is not.
- (3) Practically, the seasonal division of the time series of runoff in a year is possible by the time-point in which the time series obtained by moving average of a year crosses that of the above duration.

### 1. 概 説

近年、洪水防御さらに水資源の有効開発を目的として、各地で種々の規模や操作条件をもった貯水池が建造されつつあるが、これら貯水池の運用を真に効果的に実施していくには、まず、こうした貯水池を含む系への入力である河川流出量に内在する物理的ないし統計的情報を最大限有効に抽出して活用していかなばなるまい。

ところで貯水池利用の内容は、当然その対象とする貯水池の規模によって異なってくるが、とくにびわ湖のような大規模なものを除いたわが国のほとんどの貯水池の容量規模では、上記の流出量時系列の情報のうちでも、経年的な変動特性というよりはむしろ、年内以下の時間的変動特性すなわち季節的な変動性がとくに重要であるといえよう。そこで、本研究はわが国河川の季節的な変動特性を時系列論的な立場から考察し、最近、盛んに行なわれつつある流量系列発生に関するシミュレーション法<sup>1)</sup>のための基礎的な研究を行なったものである。

その内容を概説すると、まず各地の河川について、日流出量時系列のコログラムを算出し、季節特性の基本である年周期特性を調べた結果、日単位の流出量系列では、地域によって必ずしも1年という周期は卓越したものでないことを明らかにした。ついで、そのような場合でも、流出量時系列を考える単位期間を増せば年周期は次第に顕著なものとなり、統計的に有意な最適単位期間を自己相関係数の検定を使って定めることができることを示した。

さらに、この最適単位期間内の2次以下のモーメント量を事例について算出することによって、流出量系

列の非定常確率過程としての性格を明確にした。こうした考察を流況の不安定な場合と安定な場合について行ない、流出量時系列を理論的な確率モデルとして表現する際の問題点を指摘し、同時に、前者の場合の季節の分割の手法をも示したものである。こうした手法は概念的には、小河原氏が継続曲線の解析に当り、まず流量系列の縦軸平均を実施し年ごとの循環性を保証した上で、横軸平均を行なっていくという、いわゆる両軸平均の概念<sup>2)</sup>を流出量の自己相関性に着目して具体化したものといえよう。

## 2. 年周期と地域的特性

流出量時系列の季節的特性を通年的に把握するには、年ごとの定常性が成立つものとして、すなわち、水文量の周期の内でも最も強いと考えられている1年という周期ごとに季節的な変動状態をみていくのが基礎となるが、それが許されるためには、まず1年周期の卓越を確認しうような流出量時系列の標本抽出がなされねばならない。つまり、ある単位期間内の流出量時系列を標本としたコレログラムにおいて、ずらし期間が1年すなわち365日近傍で極大値の存在が確認されるような単位期間内流出量を標本として選ぶべきである。

ところで、従来、流出量時系列の標本期間としてはこうした点は全く無批判に日、週、旬、半月、月などの単位が採られていたが、現象を正しく理解するにはその現象の大きさに相応した時間測度が当然採用されなければならないし、むやみに細かく（たとえば日単位など）標本をとったとしても意味があるとはいえない。そこで、こうした意味での検討のために、わが国のほぼ代表的な気候区<sup>3)</sup>における数地点での流出量の観測値に基づいてコレログラムの計算を行なってみた。地点の概要は Table 1 に示してあり、主な数値は、建設省河川局編「多目的ダム管理年報」によっている。

Table 1 Station point and period where correlogram of time series of runoff is calculated.

| District | River              | Station Point   | Drainage Area (km <sup>2</sup> ) | Mean Discharge (m <sup>3</sup> /s) | Sampling Duration |
|----------|--------------------|-----------------|----------------------------------|------------------------------------|-------------------|
| Hokkaido | Ikushunbetsu River | Katsurasawa Dam | 151.2                            | 6.64                               | 1957—62           |
| Tohoku   | Kimozawa R.        | Ishibuchi D.    | 154.0                            | 12.85                              | 54—62             |
| Kanto    | Tone R.            | Fujiwara D.     | 401.0                            | 18.17                              | 57—62             |
| "        | Akatani R.         | Aimata D.       | 110.8                            | 5.70                               | 59—62             |
| Chubu    | Tenryu R.          | Miwa D.         | 311.1                            | 14.51                              | 58—62             |
| Kinki    | Ibo R.             | Hikihara D.     | 48.2                             | 3.86                               | 59—62             |
| "        | Kino R.            | Terao           | 243.0                            | 19.35                              | 32—47             |
| Chugoku  | Asahi R.           | Yubara D.       | 255.0                            | 12.82                              | 56—62             |
| Shikoku  | Dozan R.           | Yanagase D.     | 145.9                            | 9.69                               | 54—62             |

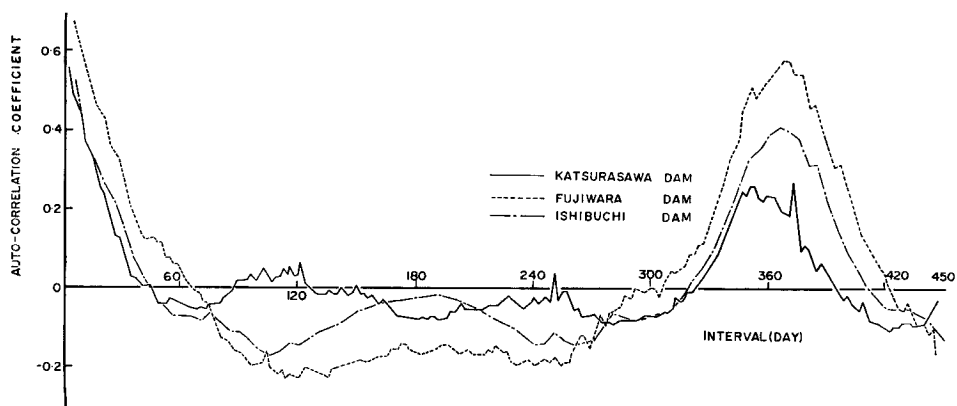
さて、まず日単位の流出量による計算結果について述べる。もちろん、標本とした資料の期間が一様ではないために定量的な比較は明確ではないが、定性的にみてつぎのような3つの場合があることが明らかとなった。

### A. 年周期が顕著に卓越する場合

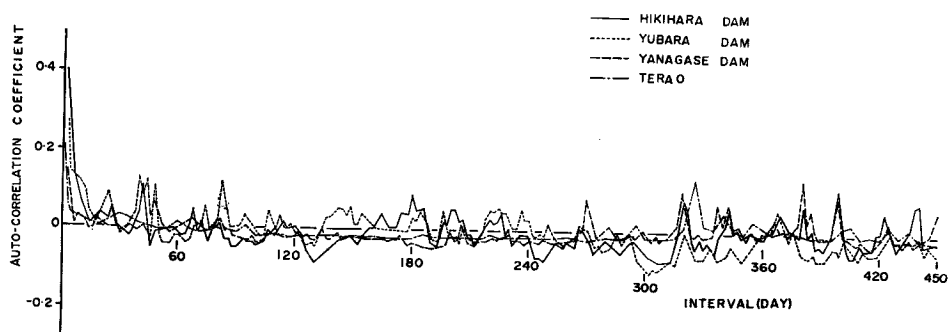
これは、北海道、東北および関東の北西部で、流量の年内変化においては、融雪期間がかなり長期にわたる地域である。(Fig. 1—(a))

### B. 年周期の卓越が認められない場合

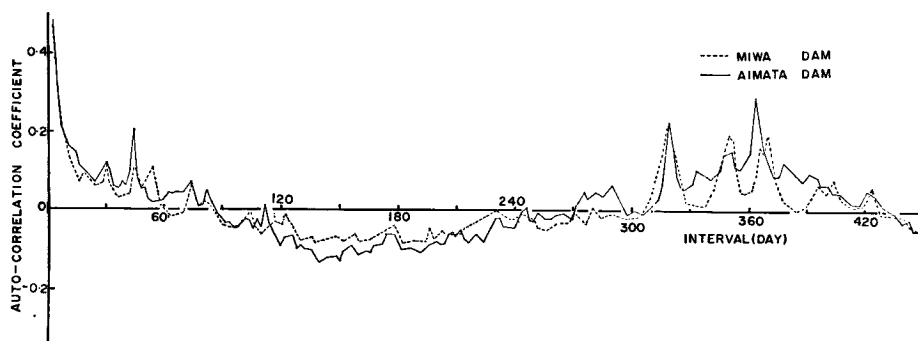
これは近畿、瀬戸内沿岸、四国の地域で、梅雨および台風による降雨量が多く、流量の安定性に欠けている地域である。(Fig. 1—(b))



(a) The case in which the periodicity of a year is remarkably discerned.



(b) The case in which the periodicity of a year is not discerned.



(c) The intermediate case of above two cases.

Fig. 1 Correlogram calculated by the data of the daily runoff.

### C. 前の2つの中間的な場合

これは上記A, B両地域に間に位置する地域で、関東、東海の内陸山地にあり、比較的融雨期間が長く、さらに内陸であるため表日本の冬および夏期の渇水がかなり緩和されている地方である。(Fig. 1—(c)) さて、このように流量時系列の特性には地域によって大きな差違がみられ一般的な論議は困難である。そこで、上記分類A, Bでもっとも典型的な石淵ダムおよび寺尾地点を代表に選んで、さらに具体的に季節的特性を調べてみることにした。また、以上のコロログラムにおいて、1年以下ではどれもそれほど顕著な周期は認められないので、そうした周期は顕著でないものとして以後の考察を行なっている。

### 3. 最適単位期間の選定

さて、前述したように、流出量時系列の季節特性を調べるには、まず標本として採られた流出量系列に1年周期の卓越がみられねばならない。ところが、Fig. 1—(b)で示したように、近畿以西の河川では、流出量系列を日単位で扱った場合には1年周期は顕著に現われてこないで、その際の取り扱いが問題となる。

一般に、流出量系列は、ある期間内の総量として考えれば、期間が短かければランダム性が強く、期間が長くなれば、個々の小さい変動は平滑化されてランダム性が減少して1年という周期性が顕著になるものと予想される。

いま、1日単位の流出量時系列の要素  $x_{it}$  が  $T$  コあるとし、これを期間  $\Delta T$  ごとの  $N=T/\Delta T$  コに分割した  $\Delta T$  期間内流出量の系列は、 $t'$  をもとの1日間隔の時点、 $t$  を  $\Delta T$  日間隔の時点とすると、

$$Q_{\Delta T}(t) = \sum_{t'=(t-1)\Delta T+1}^{t\Delta T} x_{it'} \quad (t=1, 2, \dots, N) \quad \dots\dots\dots (1)$$

である。したがって  $Q_{\Delta T}(t)$  の自己相関係数  $r_{\Delta T}(\tau)$  は次式で算出される。

$$r_{\Delta T}(\tau) = \frac{\frac{1}{N-\tau} \sum_{t=1}^{N-\tau} \{Q_{\Delta T}(t) - m_{\Delta T}\} \{Q_{\Delta T}(t+\tau) - m_{\Delta T}\}}{s_{\Delta T}^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $m$  および  $s^2$  は平均値および分散で、

$$m_{\Delta T} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Q_{\Delta T}(t), \quad s_{\Delta T}^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \{Q_{\Delta T}(t) - m_{\Delta T}\}^2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

である。

さて、紀の川水系寺尾における昭和7年1月1日から16年間の資料を用いて、 $\Delta T=1, 5, 10, 20, 40$ 日にとった場合の  $\Delta T$  期間内流出量の自己相関係数  $r_{\Delta T}(\tau)$  をずらしを1~450日について計算した結果が Fig. 2 である。予想した通り標本とする単位期間  $\Delta T$  が大きくなるにつれて、ずらし間隔の365日近傍でコロログラムは次第に極大を示すようになり、その値も次第に増す。すなわち1年周期が顕著に現われてくることが判る。なお、コロログラムのピークが丁度365日付近にこないで、若干その前後に現われるのは台風などの大きな流出量の発現の間隔が丁度1年間隔であるとはいえず偶発性が強いことによるのであるが、流出量系列に適当な移動平均を行なうか、標本年数を多くすればピークは365日近傍に近づくものと考えられる。

ところで、標本とする単位期間をどの程度以上にとれば年単位での定常性が保証されるかについては、相関係数の有意水準による検定によった。すなわち、Fisher の  $z$  変換

$$z = \tan^{-1} r = \frac{1}{2} \log_e \frac{1+r}{1-r} \quad \dots\dots\dots (4)$$

を行なった標本相関係数  $z$  は、母相関係数  $\rho$  が0に近い場合、近似的に平均値

$$\zeta = \tan^{-1} \rho \quad \dots\dots\dots (5)$$

標準偏差  $\sqrt{N-\tau-3}$  の正規分布に従うという結果<sup>4)</sup>を用いたわけである。ところで、普通この検定では母相関係数が0という帰無仮説を5ないし1%で棄却できるか否かを判定基準にしている<sup>5)</sup>が、いまの場合、ある程度相関のあることが予想されるから、さらに厳しい基準として母相関係数  $\rho$  が0.1となる仮説を5%で棄却検定した。計算結果の一部を Fig. 3 に示したが、単位期間が20日以上あれば1年周期があると認め

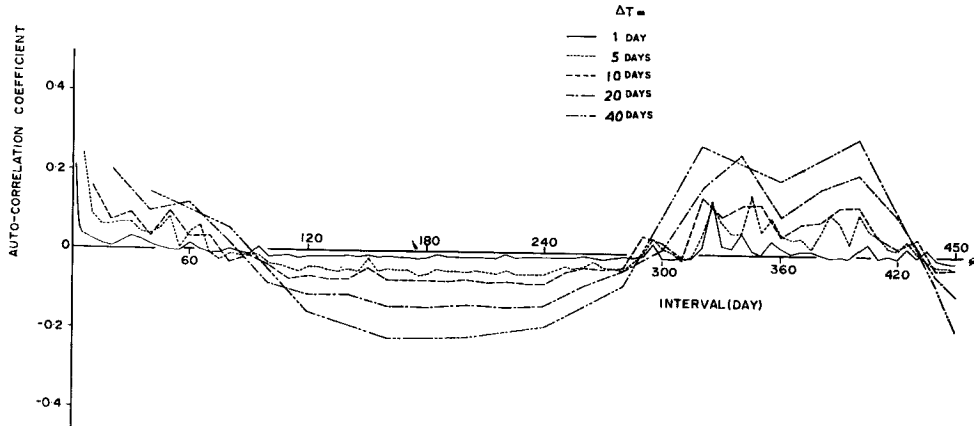


Fig. 2 Correlogram calculated by the data of the runoff, changing the unit duration for sampling.

られる。したがって、以後の計算には、便宜上30日間の流出量時系列を基礎としている。

#### 4. 非定常時系列としての季節的特性

さて以上のようにして、流出量時系列を年ごとに同じ統計的変動をすると考えるのに最も適当な標準化が行なわれたから、以後では、それを用いて、まず年ごとの年内における変動特性を調べ、それを年ごとに重ねて全期間における季節的特性を把握することができる。

もちろん、流出量時系列を幾つかの期間に分けて、始めから近似的に定常時系列と仮定していくという方法もある。しかし、ここでは、季節的な非定常特性とはどのような性格であるかを的確に理解するために、実用的な意味での定常、非定常を決める時系列の2次以下のモーメント量、つまり平均値、標準偏差、自己相関係数を算出することによって、非定常性の性格を検討することとした。もちろん、この非定常性も地域によってかなり異なってくるであろうから、流況の不安定な場合とそうでない場合に分けて考察することにした。

##### A. 流況の不安定な場合

##### (1) 時系列の特性

さて、ここでは流況の不安定な場合とし

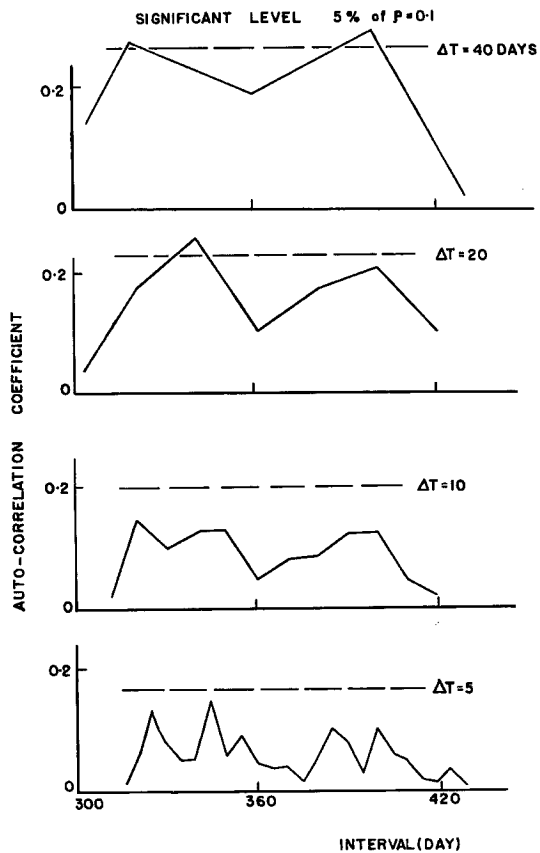


Fig. 3 Estimation of the periodicity of a year by using the significant level 5% of  $\rho=0.1$ .

て、奈良県紀の川上流の吉野川の寺尾測水所における流出量時系列の変動特性を調べてみよう。

さて、昭和7～10年の日流量資料に基づき、30間の平均値と標準偏差さらに自己相関係数を計算したが、この場合、30日間の始点は簡単のために5日おきとした。すなわち、いわば、移動平均値、移動標準偏差、移動自己相関係数という統計量によって、流出量によって、流出量時系列の季節的変動特性を調べたわけである。その1例として昭和7、8年の平均値と標準偏差を示したのが Fig. 4 で、自己相関係数よりコロログラムを描き、自己相関係数の値が 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 に対応するずらし日数を求め、それらを連ねたものが、Fig. 5 の実線および細破線である。なお、比較のために、以後は、うるう年には年末の1日をすてて365日にそろえて記し、2月を28日としてグラフを描いてある。

さて、この計算結果によると、各年とも、一応、平均値、標準偏差には、3・4月の春期、6・7月の梅雨期、8～10月の台風期にピークが現われるという傾向がみられるが、ピークの大きさや発現時期は年によって種々に異なっていることが判り、この特徴が後述する石淵ダムなどの流況の安定している河川の場合と異なっており、流出量系列のランダム性を強くしている原因である。

また、平均値と標準偏差と、したがってそれら両者と自己相関係数とはほぼ同じ位相で変化し、ある種の相互関係が存在するようである。たとえば、平均値と標準偏差の間には、Fig. 6 の昭和7年の例で示すように、両対数紙上で、ほぼ0.5の勾配をもった直線に近い関係が見出される。したがって、流出量時系列を正規ランダム化するには、これら母数の間の関数関係が消去されるようにするにはかなり複雑な変数変換が

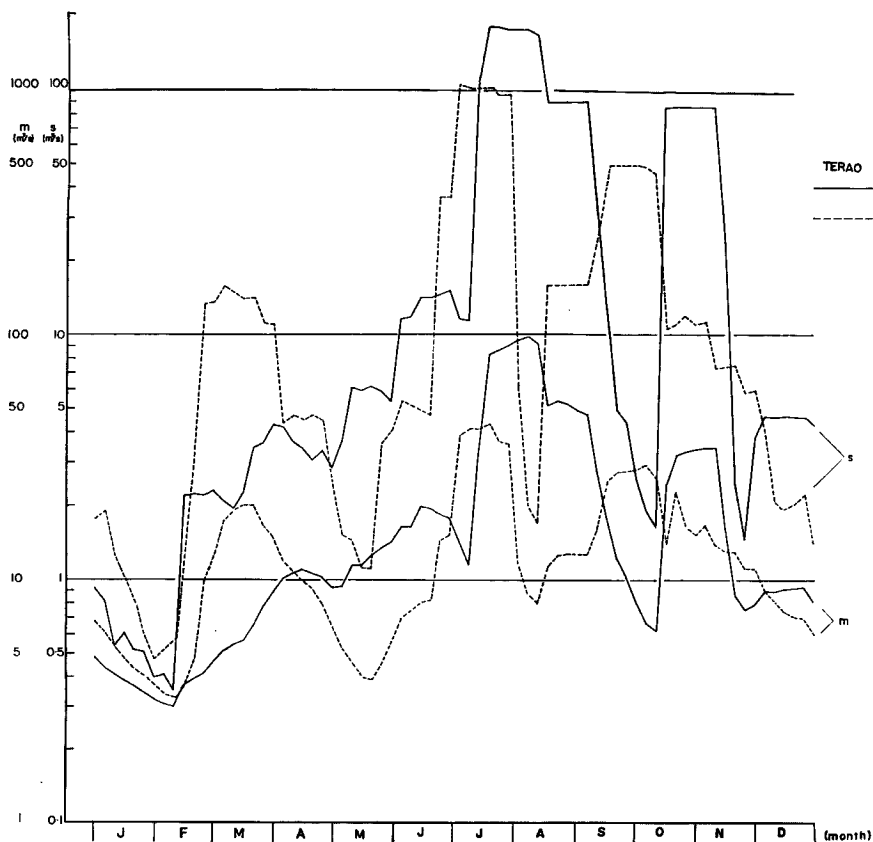


Fig. 4 Moving average  $m$  and moving standard deviation  $s$  of 30 days at Terao point in the Kino River.

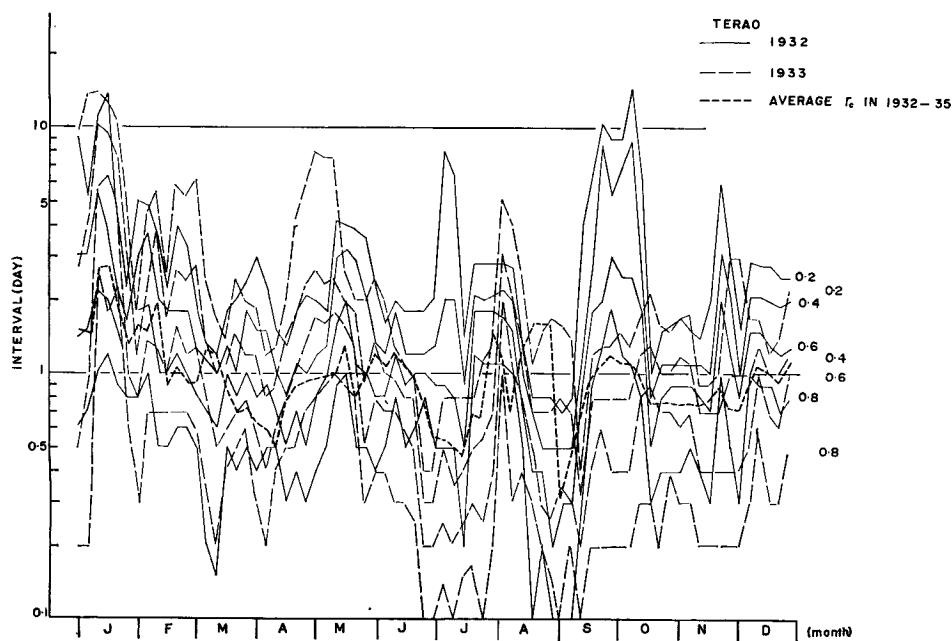


Fig. 5 Moving correlogram of 30 days and critical correlated interval at Terao point.

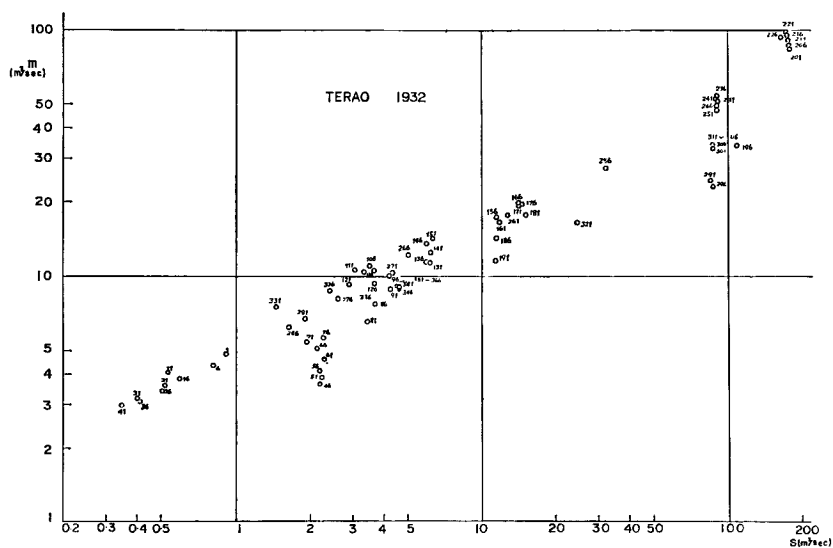


Fig. 6 Relationship between moving average  $m$  and moving standard deviation  $s$  of 30 days at Terao point. Numerical value shows number of days counted from the beginning of the year.

必要とされよう。

つぎに、流出量の自己相関性を考えて、マルコフ過程としての性質を導入しうる可能性を調べてみよう。これは、Fig. 5 にみるように、流出量系列が関連をもつ期間が全般に短か過ぎるようである。その判定規準として、30日間、最小単位期間1日後の流出量の平均的な相関の程度を、前述の(4)、(5)式などを使って  $\rho=0$  を検定してみよう。相関の有無を知る標本相関係数の棄却限界  $r_c$  としては1%の有意水準をとると、次式で与えられる。

$$r_c = \tan h^{-1} \frac{\lambda_{0.01}}{\sqrt{N-\tau-3}} = \tan h^{-1} \frac{2.58}{\sqrt{30-1-3}} = 0.6$$

この  $r_c=0.6$  のレベルを4年間で平均したものが Fig. 5 の点線でこれと相関期間1日との関係をみれば、各年とも年内で自己相関性を考慮しなければならないのは、1、2月の冬期渇水期のみで、他は、年によって、7～8月の夏期さらに小規模には5、6月の空梅雨による渇水期にわずかにみられるに過ぎない。

## (2) 年間の季節的分割

つぎに、以上のように非定常性が季節によって異なる流域では年間を幾つかの季節に分ける必要がでてくるが、それにはどのようにすればよいであろうか。こうした河川の流量系列の非定常性は、多分に経年的な変動部分が含まれているために季節的変動が不明確にされてしまうものと考え、これを除去するように考えた。つまり流出量時系列を、

$$x_i(t) = \xi_i(t) + \eta_i(t) \quad (i=1, 2, \dots, n; t=1, 2, \dots, N) \quad \dots\dots\dots (6)$$

と記し、 $x_i(t)$  を第  $i$  年の第  $t$  日目の流出量、 $\xi_i(t)$  および  $\eta_i(t)$  をそれぞれ  $x_i(t)$  の経年変動の部分およびそれからの偏差として、流出量の季節変動は  $\eta_i(t)$  で表わされていると考えたわけである。

経年変動としては、観測資料の年数のそう長くないいまの場合では、トレンド成分のみを仮定し、この影響を除去するために、もとの時系列変動をトレンドとの比  $y_i(t)$  をもって表わした。すなわち、

$$y_i(t) = x_i(t) / \xi_i(t) = 1 + \eta_i(t) / \xi_i(t) \quad \dots\dots\dots (7)$$

であり、トレンドとしては365日の算術移動平均で近似できるものと仮定した。たとえば、第  $i$  年の中間の値は次式で求められる。

$$\xi_i(183) = \frac{1}{365} \sum_{t=1}^{365} x_i(t)$$

さて、トレンド系列  $\xi_i(t)$  は季節の分岐ということに関しては、一応、無関係であると考えられるので、論議は別の機会に譲ることにし、ここではトレンド除去系列  $y_i(t)$  についてのみ考察の対象とした。さらに、標本系列の年周期性を確実にするために、3. で求めた最適単位期間30日で平均した  $y_i(t)$  の平均値  $m_{y_i}(t)$  を標本系列とした。このような標本抽出によって、年を表わす添字  $i$  は付ける意味が薄弱になったので、以後  $m_{y_i}(t)$  の  $i$  を省略しておく。

ところで、もとの流出量系列  $x_i(t)$  で季節の変わり目になる時点とは、(6)式で季節変動  $\eta_i(t)$  がトレンド変動  $\xi_i(t)$  から大きく離れてくる時点である。しかも、季節変動といっても絶対的なものではなく年間での相対的なものであるから、そうした分岐点のもっとも一般的なのは、季節変動がないもの、つまり  $\eta_i(t)=0$ 、すなわち、(7)式より時系列  $m_y(t)$  が単位  $m_y(t)=1$  を交切する時点であると考えられる。この時点は、移動平均値としての季節分岐点であるが、前述の  $x_i(t)$  の場合と同様に移動平均値と移動標準偏差が  $y_i(t)$  においてもある程度関係をもってくるのが確かめられるから、その時点は、同時に、移動標準偏差、したがって移動自己相関係数の季節的特性の分岐点でもあり、年間の非定常系列の確率特性の分岐点と考えることができよう。

さて、寺尾地点の昭和8～11年における  $m_y(t)$  の計算結果を Fig. 7 に示してある。この図より、 $m_y(t)$  はトレンド除去によって、各年ともかなり類似した傾向を示していることが判る。また、この4年間の平均値が太宗線であり、それと  $m_y(t)=1$  との交切によって、年間をほぼ、

I 10～3月の晩秋・冬期



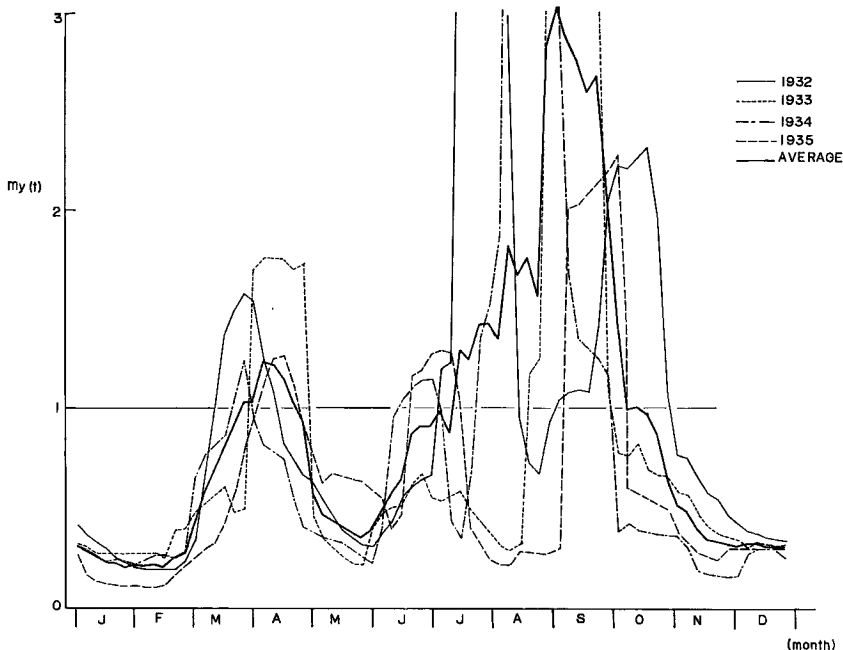


Fig. 7 Seasonal division of a year by using the moving average series of 30 days with respect to the ratio of original time series of runoff to trend series at Terao.

## II 4月の盛春期

## III 5, 6月の晩春・梅雨期

## IV 7~9月の台風期

に大別することができる。

### B. 流況の安定した場合

比較のために、岩手県北上川の支川肝沢川石淵ダムの昭和29~32年の資料に基づいた計算結果を簡単に示そう。Fig. 8はこの4年間における30日間の移動平均値および移動標準偏差を10日ごとにずらして計算したもので、前述の寺尾の場合と全く異なり、量的にも時間的にもほとんど各年とも大差のない変動を示している。とくに、3, 4月の融雪期では著しい類似を示し、このような流出量時系列の変動性が1年周期の卓越の主な原因となっていることは明らかである。

また、年間の自己相関性を、30日間の移動自己相関係数の10日ずらしで求め、その0.2, 0.4, 0.6, 0.8のレベルを、たとえば昭和29, 30年に求めた例がFig. 8である。さらに、4年平均の相関係数の棄却限界の1%水準 $r_c$ が同図に記入してある。これを見ると、年間における流出量系列の自己相関性は全般にかなり高く、とくに、各年とも2~5月の晩冬および春の融雪期、および12, 1月の冬期の渇水期、さらに年によって6月の空梅雨期の渇水期には自己相関性が認められ、自己回帰型モデルとしての近似が可能であると予想される。

さらに、流出量系列の正規ランダム化には、移動平均値と移動標準偏差の間に、たとえば、昭和29年のFig. 10例に示すように、両対数紙上でほぼ45°の勾配をもつ直線に近い関係がみられることから、この場合、両者はほぼ比例的な関係をもち、流出量時系列の正規ランダム化は線型変換に近い変換で可能になると予想される。

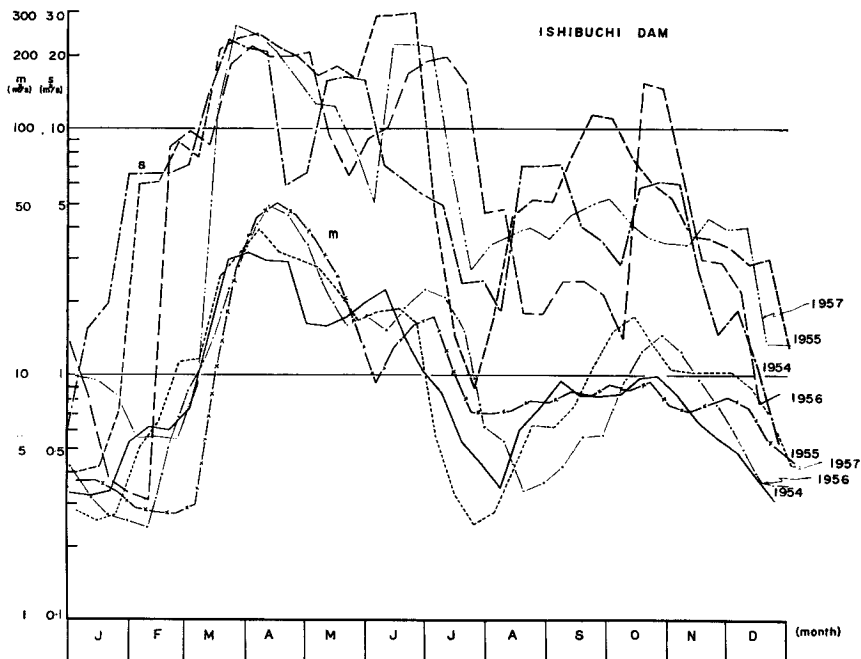


Fig. 8 Moving average and moving standard deviation of 30 days at Ishibuchi Dam point in the Kimoza River, a branch of the Kitakami River.

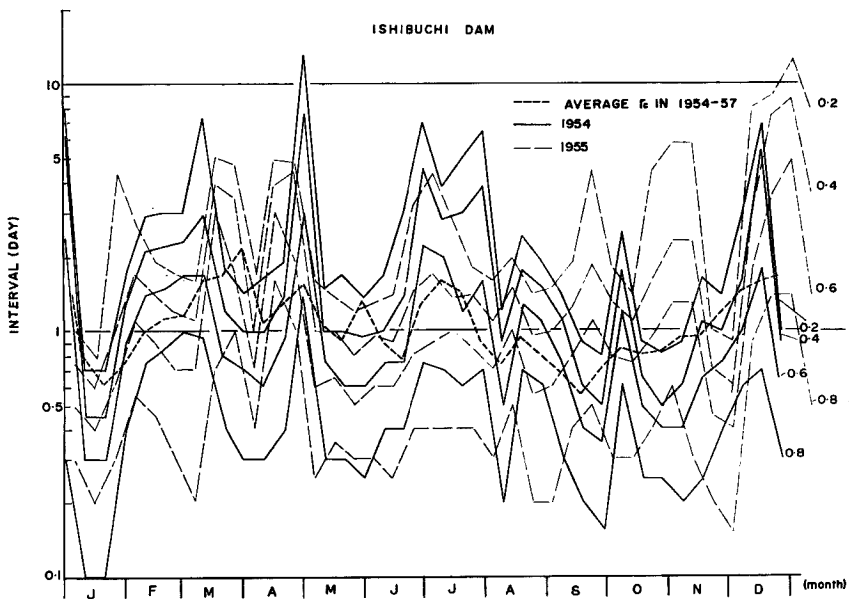


Fig. 9 Moving correlogram of 30 days and critical correlated interval at Ishibuchi Dam.

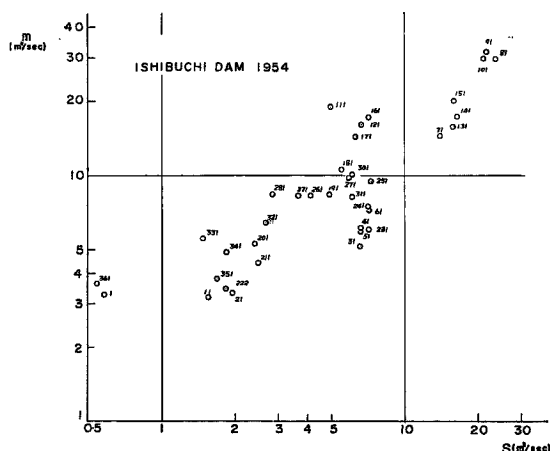


Fig. 10 Relationship between moving average and moving standard deviation at Ishibuchi Dam. Numerical value shows number of days counted from the beginning of the year.

なお、計算の便宜上、寺尾と石淵ダムの計算で比較期間が異なっており、厳密には同じ期間を対象としなければならないことはいうまでもないが、傾向的には以上の諸々の推定結果とほとんど相違しないように思われる。

## 5. む す び

以上、流出量時系列の季節的特性について、貯水池の水利用計画に関連して、統計的に検討したもので、その結果を要約するとつぎのようである。

- 1) 季節的特性の基礎である1年周期の特性は地域によって大きな差違がみられる。とくに1日単位の流出量系列では年周期性は、関東の北西部より以北では顕著にみられ、その主な原因は融雪期の出水にあるといえる。これに対して、近畿以南では1年周期の卓越は認められないが、その主原因は梅雨、台風による不規則な出水にあり、両地域の間では両者の中間的な性格がみられる。
- 2) ところで、1日単位流出量で1年周期の卓越が認められない場合でも、適当に1標本の期間（単位期間）を増せば1年という周期性が認められるようになり、そのための最適な単位期間をコログラム解析によって求めることができる。
- 3) 年間の流出量時系列をランダム過程と自己回帰過程の和と考えた場合、変量のランダム化には、流況の安定な融雪地域では線型変換に近い変換でランダム化は可能であるが、雪の影響のない流況の不安定な地域ではかなり複雑な変換が必要である。
- 4) 自己回帰過程として自己相関性を考慮しなければならないのは、積雪の影響のない不安定な流況の地域では、通常、冬期の渇水期で、年によって夏期さらに小規模には空梅雨の渇水期である。融雪地域では、通常、春の融雪出水期および冬期渇水期で、年によって、空梅雨および夏期渇水期が問題となる。
- 5) 年間の流出量系列をその統計的特性によって幾つかの期間に分割する場合には、経年的変動の除去と年周期の卓越を前提条件とする。すなわち、365日移動平均を経年的なトレンド系列とし、原系列とトレンド系列との比を2)で求めた最適単位期間で移動平均した系列から1を差し引いてえられるものの符号が変わる時点によって、適当な季節分割を行なうことができる。

もちろん、水系開発計画などのシミュレーションなどのための基礎資料として、季節的に流出量系列を発生させていくためには、さらに具対的な確率モデルや自己回帰モデルの構成およびそれらの適用をもあわせて考えていかねばならないことはいうまでもなく<sup>6)</sup>、今後この方面の研究を続行していく予定である。

なお、以上の計算は KDC-II によったが、プログラムの作成その他に京都大学大学院学生上野鉄男君に、また計算結果の整理、図面の作成などに研究室の方々に種々お世話になったことを記して厚く感謝しておく。

#### 参 考 文 献

- 1) Maynard M. Hufschmidt and Myron B. Fiering, "Simulation techniques for design of water-resources systems", Harvard University Press, 1966, pp.14—20.
- 2) 小河原正己：継続曲線について，気象研究所所報，1956，8，pp.140—150.
- 3) 資源調査会：日本の水資源，日本の資源問題，第2編，1961，pp.20—22.
- 4) たとえば「統計学辞典」東洋経済新報社，1951，pp.878—880.
- 5) たとえば，大久保達郎・西原宏・相馬敬司：発電用河川流量の研究，土木学会論文集，第61号・別冊（3—1），1959，3，pp.10—11.
- 6) 新井義輔・鈴木文夫・田川重夫：発電計画における基礎流量資料の取扱いについて，電力気象連絡会彙報第2輯，第4巻第1号，1955，3，pp.11—30.