

急勾配林道における路面侵食の実態について (II)

—急勾配幹線道の維持管理計画について—

出来 俊彦・神崎 康一・古谷 士郎*・田中 良明**・鈴木 保志

On the case of Surface Erosion on the steep forest road (II)

—On a method of maintenance-design for steep primary road—

Toshihiko DEKI, Kouichi KANZAKI, Shirou FURUTANI,
Yoshiaki TANAKA and Yasushi SUZUKI

要 旨

急勾配幹線道の侵食状況の調査結果を基に、既設急勾配道における舗装区間及び横断排水溝設置区間の選択方法について考察した。特に本報では、路線を一定区間長（斜距離）の単位区間に分割し、各単位区間について、舗装する、横断排水溝を設置する、あるいは何もしない、の選択を行う場合について検討した。

その選択が最適であるか否かの判定基準は、(4) 式で表した一計画期間中の幹線道の開設費用と維持管理費用の和が最小となるかどうかということである。横断排水溝の設置箇所、ある制約を与えれば、図-4に示した手順によって、計算に要する労力をかなり削減することができる。

さらに、この方法を用いてシミュレーション法による検討を行った結果、単位区間の区間長が短い方が、より望ましい結果を与えることが判った。

は じ め に

既報¹⁾で、上北山村・岡橋山林内の急勾配幹線道を調査対象とし、その路面侵食の状況について述べた。今回はまず、路面補修が行われる直前の、昨年8月に行った侵食状況調査の結果について述べる。調査路線、調査方法については既報¹⁾と全く同様である。

この調査結果を基に判別分析を行ったところ、次のような判別関数 f を得た。

$$f = 9.322 - 2.139 \text{LOG } I - 0.811 \text{LOG } L_0$$

但し、 I ：測定区間の縦断勾配（％）， L_0 ：流下長（m）である。 $f \geq 0$ の時は侵食溝が発生せず、 $f < 0$ の時は侵食溝が発生する。正当率は77.2%であった。

上式において $f = 0$ とおき L_0 について解くと、ある測定区間の縦断勾配 I （％）に対する最大非侵食距離 L_1 (m) が得られる。

$$L_1 = 98657 I^{-2.61} \quad (1)$$

但し、 L_1 ：最大非侵食距離（m）， I ：測定区間の縦断勾配（％）である。

重回帰分析の結果は次のようになった。

* 静岡大学農学部 ** 森林総合研究所

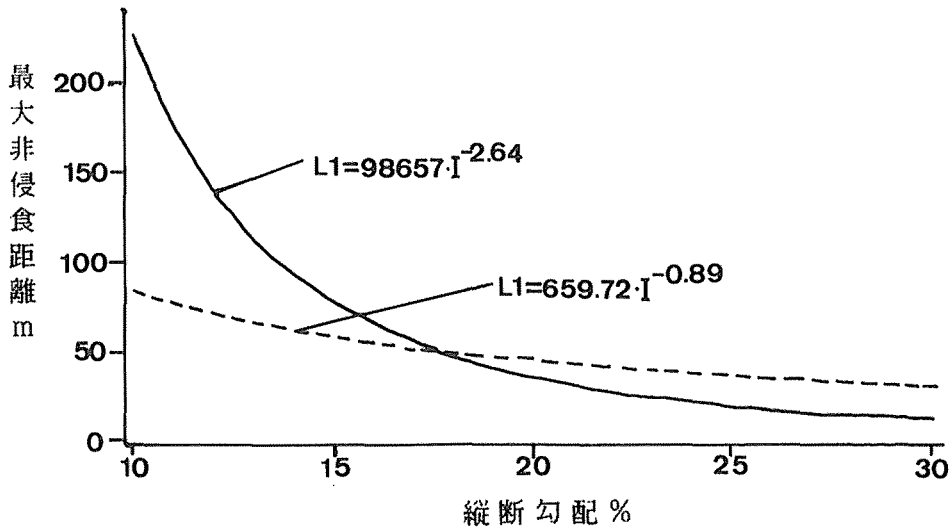


図1 縦断勾配 I と最大非侵食距離 $L1$ の関係

注) —: 岡橋山林 ----: 上賀茂試験地

$$E = 6.44 I^{1.14} L2^{0.223} \quad (R = 0.729^{**}) \quad (2)$$

ここに、 E : 侵食溝断面積 (cm²) (侵食溝断面が三角形であるとして計算した。), I : 測定区間の縦断勾配 (%), $L2$: 侵食長 (m) である。

図一1は(1)式に示した $L1$ と I の関係及び、京大上賀茂試験地の急勾配道で同様の調査を行った結果を示したものである。この急勾配道の路面は基岩の露出により侵食が停止した状態にあり、侵食溝断面積と流水長に相関関係がみられなかった。この図から、岡橋山林の急勾配幹線道が非常に路面侵食を受けにくい道であることが判る。これは、既報¹⁾で述べたように、この路線の道幅が狭いことに加えて、路面補強工法が効果的に作用しているためであると考えられる。

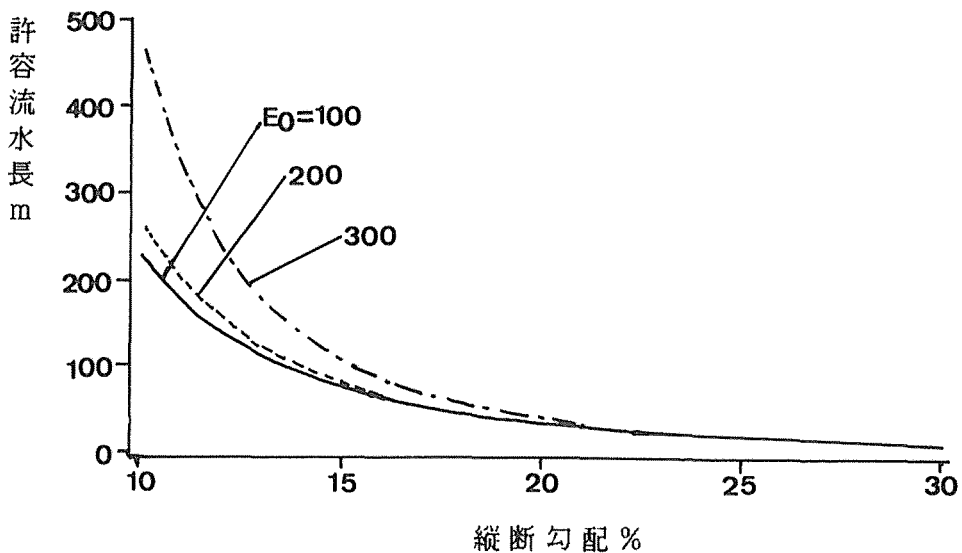


図2 縦断勾配 I と許容流水長 $L3$ の関係

ある侵食量の許容基準値（これを E_0 とする）に対して許容流水長（ m ）を L_3 とすると、

$$L_3 = L_1 + L_2$$

である。図—2に、 $E_0 = 100, 200, 300$ (cm²) とした場合の I と L_3 の関係を示す。以下、路線の縦断勾配を単に勾配と記す。

横断排水溝からの流下長が $Ld(m)$ の地点での、 E と I の関係は次のようになる。

$$E = 6.44 I^{1.14} (Ld - 98657 I^{-2.61})^{0.223} \quad (3)$$

これを $E(Ld, I)$ と記す。

本報では、上掲の（１）～（３）式を基にした、既設急勾配林道に要する費用を最小にする舗装区間及び横断排水溝設置区間の決定の方法について報告する。

I. 林道費のモデル

本報では、路体や法面の崩壊といった林道災害の復旧費用は考慮にいれないことをまず断わっておく。従って、ここでいう林道費とは、林道の開設費用と計画期間中の林道補修（維持管理）費用の和である。計画期間は 60 年（一世代）とする。

林道費を検討する対象は、ある利用区域に開設された、（幹線道＋支線道型の）魚骨型路網の幹線道であり、特にその急勾配部分である。ここで最も重要なことは、幹線道は路網の始点と支線道、土場を連結する機能しか持たないということである。

図—3のように、全長 $L(m)$ の幹線道を始点（下端）から、 n 本の支線道によって n 個の区間 $1, 2, \dots, i, \dots, n$ に区分する。この $1 \sim n$ を区間番号と表現する。区間 i を、さらに一定の間隔 Lu で n_i 個の区間（これを単位区間と呼ぶ。単位区間長は Lu である。）に細分し、下から j ($1 \leq j \leq n_i$) 番目の単位区間を S_{ij} 、勾配を I_{ij} 、 S_{ij} の下端と上部の横断排水溝との距離を Ld_{ij} と

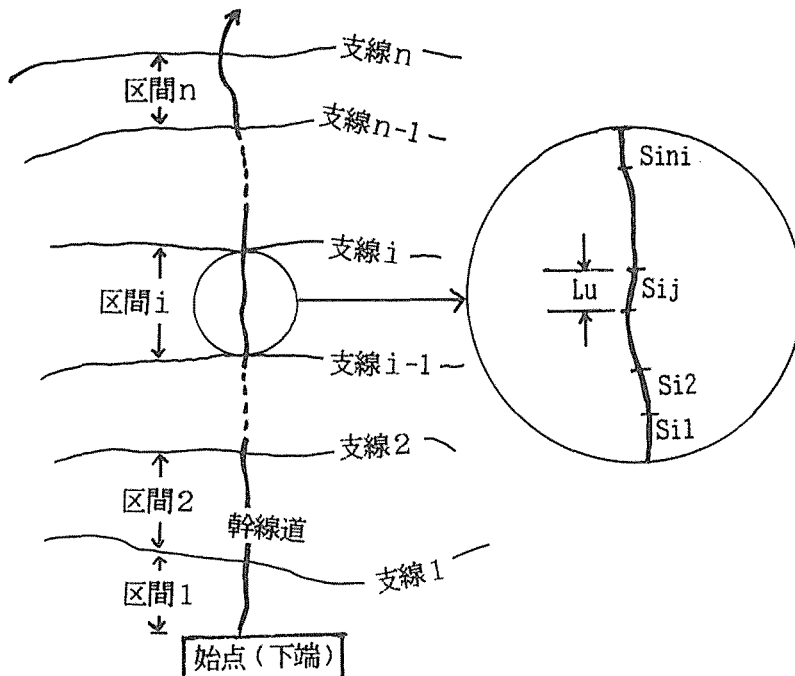


図3 幹線道の区分

する。添え字 (i, j) は支線道によって区分された区間 i の下から j 番目の単位区間の値であることを表している。また、区間長(距離)はすべて斜距離である。

但し、ある区間 i を n_i 個の区間に細分した時に、区間 i の全長を L_i として、

$$L_i = Lu \cdot n_i + \varepsilon_i \quad (0 < \varepsilon_i < Lu)$$

となった場合は、 ε_i を誤差とみなし、

$$\varepsilon_i \leq Lu/2 \text{ ならば } L_i = Lu \cdot n_i$$

$$Lu/2 < \varepsilon_i \text{ ならば } L_i = Lu \cdot (n_i + 1) \quad (\text{すなわち } n_i = n_i + 1)$$

とする。

次のようなルールを設ける。

「計画期間中のある年に、ある区間 i が路面侵食のために通行不能 ($E(Ld_{ij}, I_{ij}) > E_0$) になり、かつ $k \geq i$ なる区間 k を通行する必要がある (k 番目の支線を利用する) 場合は、必ず補修を行う。また同時に他の未舗装区間の路面ならし(補修)も行う。轍や法面からの崩土の処理のためである。但し、ある年にある区間を通行しなくてはならない確率は $1/2$ とする。また、ある単位区間 S_{ij} がある年に通行不能になる確率を表す重みを、 E_0 を路面侵食量の許容基準値として、 $E(Ld_{ij}, I_{ij})/2E_0$ で表すことにする (2 で割っているのは、通行不能になる頻度が基本的に2年に1度であると仮定したためである。)

$X_{ij} = (0: S_{ij}$ を舗装しない, $1: \text{舗装する})$, $Y_{ij} = (0: S_{ij}$ に横断排水溝を設置しない, $1: \text{設置する})$ とする。 m 個の舗装単位区間を持つ幹線道の総林道費(円)を添え字 m を用いて CA_m と記す。 CA_m は次のようになる。

$$CA_m = A \cdot m \cdot Lu + (B + \text{MAX}(G_{ij}))(N - m)Lu + C \cdot p_m \quad (4)$$

但し、

A : 舗装林道の開設単価(円/ m) (計画期間中の補修費 = 0 としている。)

B : 未舗装林道の開設単価と計画期間中(60年)に必要な $1m$ 当りの定期的補修費(維持管理費)の和(円/ m)

C : 横断排水溝の単価(円/個)

m : 舗装単位区間数(個) = $\sum \sum X_{ij}$

N : 単位区間の総数(個) = $\sum n_i$

Lu : 単位区間長(m)

p_m : 舗装単位区間数が m 個であるときに、未舗装区間に設置された横断排水溝の個数(個) = $\sum \sum ((1 - X_{ij}) Y_{ij})$

G_{ij} : 未舗装単位区間 S_{ij} における計画期間中に要する $1m$ 当りの非定期的補修費用(円/ m)

$\text{MAX}(G_{ij})$: G_{ij} の最大値

で、 $0 \leq m \leq N$, $0 \leq p_m \leq N - m$ である。横断排水溝は、沈下橋のように路面を凹状にし碎石やコンクリートで補強した程度の物とする。横断排水溝が未舗装部分に設置された場合にのみ、 p_m は増加する。言い換えれば、舗装部分の横断排水溝の有無は開設費用に影響しない。路面に凹部を作り、その上にコンクリートを敷けば事足りるからである。

G_{ij} は次のようになる。

$G_{ij} = D \{60E(Ld_{ij}, I_{ij})/2E_0\} \times (k \geq i \text{ なる区間 } k \text{ を通行する必要がある確率})$

但し、 D はこの補修を一回行うのに要する $1m$ 当りの費用、 $\{ \}$ 内は計画期間(60年)中に、ある単位区間 S_{ij} が通行不能になる回数を表す。また $D = 20$ (円/ m)、 $E_0 = 200$ (cm²) とする。

さて、($k \geq i$ なる区間 k を通行する必要がある確率) は次のように表せる。

$$1 - (k \geq i \text{ なる区間 } k \text{ を通行しない確率}) = 1 - 1/2^{N-(i-1)}$$

従って

$$G_{ij} = 3E(Ld_{ij}, I_{ij})(1 - 1/2^{N-(i-1)}) \quad (5)$$

舗装を施している単位区間では $G_{ij} = 0$ とする。

$A = 7700$ (円/ｍ), $B = 5120$ (円/ｍ), $C = 1400$ (円/個) とする。 A, B, C, D はすべて人件費, 機械費などを含む値である。

II. 林道費の最小化

II-1 目的関数及び制約条件

(4) 式を再掲する。

$$CA_m = A \cdot m \cdot Lu + (B + \text{MAX}(G_{ij}))(N-m)Lu + C \cdot p_m$$

目的関数を CA_m とする。問題は次のように定式化される。

「全ての n_i と I_{ij} , 及び Lu が既知である時に, $CA_m (m=0 \sim N)$ を最小にする N 元のベクトル $\{X_{ij}\}, \{Y_{ij}\}$ を求めよ。」

但し, 目的関数に含まれる係数 A, B, C と関数 G_{ij} はわかっているものとする。

I_{ij} や Lu が既知であるのは, 一定間隔でレベル測量がなされている場合や, 測点間隔が一定でなくても, 路線勾配が平滑化されていて, 任意の二点間の縦断勾配を容易に決定できる場合などである。本報ではこのケースを対象にしている。

あらゆる $\{X_{ij}\}, \{Y_{ij}\}$ の組合せを列挙して CA_m の最小値を求めるのは非常に煩雑な作業である。そこで次のような制約条件 (a)～(d) を設ける。

「対象路線は下端から上端に向けて常に登り勾配が続く (制約条件 (a))。また未舗装単位区間が次のような条件を満たすとき, その単位区間の上端には必ず横断排水溝を設置する。すなわち, 対象路線の最上端の単位区間である。(制約条件 (b))

舗装区間直下の単位区間である。(制約条件 (c))

G_{ij} が最大となる区間である。(制約条件 (d))」

これら制約条件 (a)～(d) の下では, 比較的容易に CA_m の最小値を求めることができる。次にその方法について述べる。

II-2 $\{X_{ij}\}$ の決定

まず全ての未舗装区間の上端に横断排水溝が設置されている場合を考える。また CA_m を Lu で割ったものを C_m とする。

$$C_m = A \cdot m + (B + \text{MAX}(G_{ij}) + C')(N-m) \quad (6)$$

但し, C_m : m 個の単位区間を舗装した場合の林道費を単位区間長で割った値, $C' = C/Lu$, $p_m = N-m$ である。

一般に $A - B - C' > 0$ である。ここからは $A - B - C' > 0$ の場合を扱う。

もし $A - B - C' \leq 0$ ならば, 全区間を舗装するのが無難である。

m を個定しておく。すると, (6) 式における変数は, $\text{MAX}(G_{ij})$ のみである。 $(N-m) \geq 0$ であるから, C_m は $\text{MAX}(G_{ij})$ に対する単調増加関数である。

まず, 全ての S_{ij} が未舗装で, それぞれの上端に横断排水溝が設置されているとし ($Ld_{ij} = Lu$), 各 G_{ij} を計算する。次に, G_{ij} を大きいものから順に列べ, これを新たに, $G_1 \geq G_2 \dots \geq G_N$ とする。例えば, G_m は, この様にして計算された G_{ij} の m 番目に大きい値であることを示

す。舗装が施された区間では $G_{ij} = 0$ となるから、 m 個の単位区間が舗装される場合は、 $\text{MAX}(G_{ij}) \geq G_{m+1}$ となる。従って、ある定まった m に対する C_m の最小値を $\text{MIN}(C_m)$ と表すと、

$$\text{MIN}(C_m) = A \cdot m + (B + G_{m+1} + C')(N - m) \quad (7)$$

となる。つまり、 N 個の単位区間のうちの m 個を舗装する場合は、全ての S_{ij} で $X_{ij} = 0$ 、 $Y_{ij} = 1$ として計算した G_{ij} の大きい単位区間から順に m 個、 $X_{ij} = 1$ とし、それらの単位区間の G_{ij} の値を 0 にすれば良い。

ある単位区間 S_{ij} を舗装するときには、 I_{ij} に対する非侵食距離を L_1 ((1) 式より得られる。) として、 $Lu - L_1$ (但し正の値である場合のみ) だけ舗装を施せば良いのであるが、ここでは Lu 全てを舗装することにする。

II-3 $\{Y_{ij}\}$ の決定

(7) 式では $(N - m)$ であった p_m を最小にすることを考える。制約条件 (d) より、常に $\text{MAX}(G_{ij}) \in \{G_m : m = 1 \sim N\}$ であるから、各々の $\text{MIN}(C_m)$ において $\text{MAX}(G_{ij})$ は定まった値である。対象路線の最上部にある未舗装区間の上端には必ず横断排水溝が設置されている (∵ 制約条件 (b) (c))。従って p_m を最小にするためには、これを起点とし、下方に向かって (つまり単位区間 S_{ij} の添え字 i, j を若くする方向に)、制約条件 (c) の下で、各未舗装単位区間の G_{ij} が G_{m+1} よりも大きくならない範囲内で横断排水溝を除去して行けば良い。まず、ある未舗装単位区間 S_{ij} において、

上部の単位区間 $S_{i(j+1)}$ (あるいは $S_{(i+1)j}$: 以下略) が舗装されているならば $Y_{ij} = 1$ (横断排水溝を設置する)

次に、上部の単位区間 $S_{i(j+1)}$ が未舗装である場合は、 S_{ij} において $Y_{ij} = 0$ とし、上部の横断排水溝と S_{ij} の上端との距離 $Ld_{i(j+1)}$ を用いて、 $Ld_{ij} = Ld_{i(j+1)} + Lu$ となった結果、

$G_{ij} > G_{m+1}$ ならば $Y_{ij} = 1$ (横断排水溝を設置する)

$G_{ij} \leq G_{m+1}$ ならば $Y_{ij} = 0$ (横断排水溝を設置しない)

この判定を上端から下端に向かって順次行えば良い。これによって p_m の最小値が得られるのは明らかである。なぜならば、各未舗装単位区間における判定が、横断排水溝間隔を最大にして行く過程に他ならないからである (∵ 制約条件 (a))。

横断排水溝間隔を連続的なもの (横断排水溝は未舗装単位区間の上端以外の箇所にも設置される) ではなく、最小単位 Lu の離散的なもの (横断排水溝は上端以外の箇所には設置されない) としても良いかどうかの判断は、緩勾配部分の総延長や、横断排水溝の単価に左右されるが、本報では横断排水溝間隔は最小単位 Lu の離散的分布をなすものとしている。

II-4 補足的条件

II-2, II-3 によって得られる $\text{MIN}(C_m)$ を C_m^* とおき、 C_m^* における p_m を p_m^* と記す。

$$C_m^* = A \cdot m + (B + G_{m+1})(N - m) + C' \cdot p_m^* \quad (8)$$

また全ての C_m ($m = 0 \sim N$) の中の最小値を C_{MIN} とする。

a) C_{MIN} の存在する範囲

$0 \leq m + k < N$ (但し $0 \leq k$, $G_{m+1} \geq G_{m+k+1}$) で、

$$C_{m+k} = A(m+k) + (B + G_{m+1})(N - m - k) + C' \cdot p_{m+k}$$

を考える。これは C_m^* より、さらに $G_{ij} \neq G_{m+1}$ である単位区間を k 個 ($k \geq 0$) 余分に舗装したときの値である。 $C_{m+k} = C_{\text{MIN}}$ となるための必要条件は次の様なものである。

1. $A > B + G_{m+1}$

2. $G_m > 0$

b) $C_{m+k} (\neq C_{m+k}^*)$ が $C_{\min}$ となるための必要条件

$k=0$ の時は, $C_{m+k} = C_m^*$ である。特に $k \neq 0$, すなわち $k > 0$ の時に, $C_{m+k} = C_{\min}$ となるための必要条件として, 上の 1. 2. の他に, 次の 3. ~ 5. が挙げられる。

3. $G_{m+1} < G_{m+k+1} + C'$

4. $A - B - C' < G_{m+1}$

5. $p_m^* - p_{m+k} > 0$

$C_{\min}$ は, 上述の条件 1. 2. を満たす最高 $(N+1)$ 個の $\{C_m^*\}$, 及び条件 1. ~ 5. を満たす

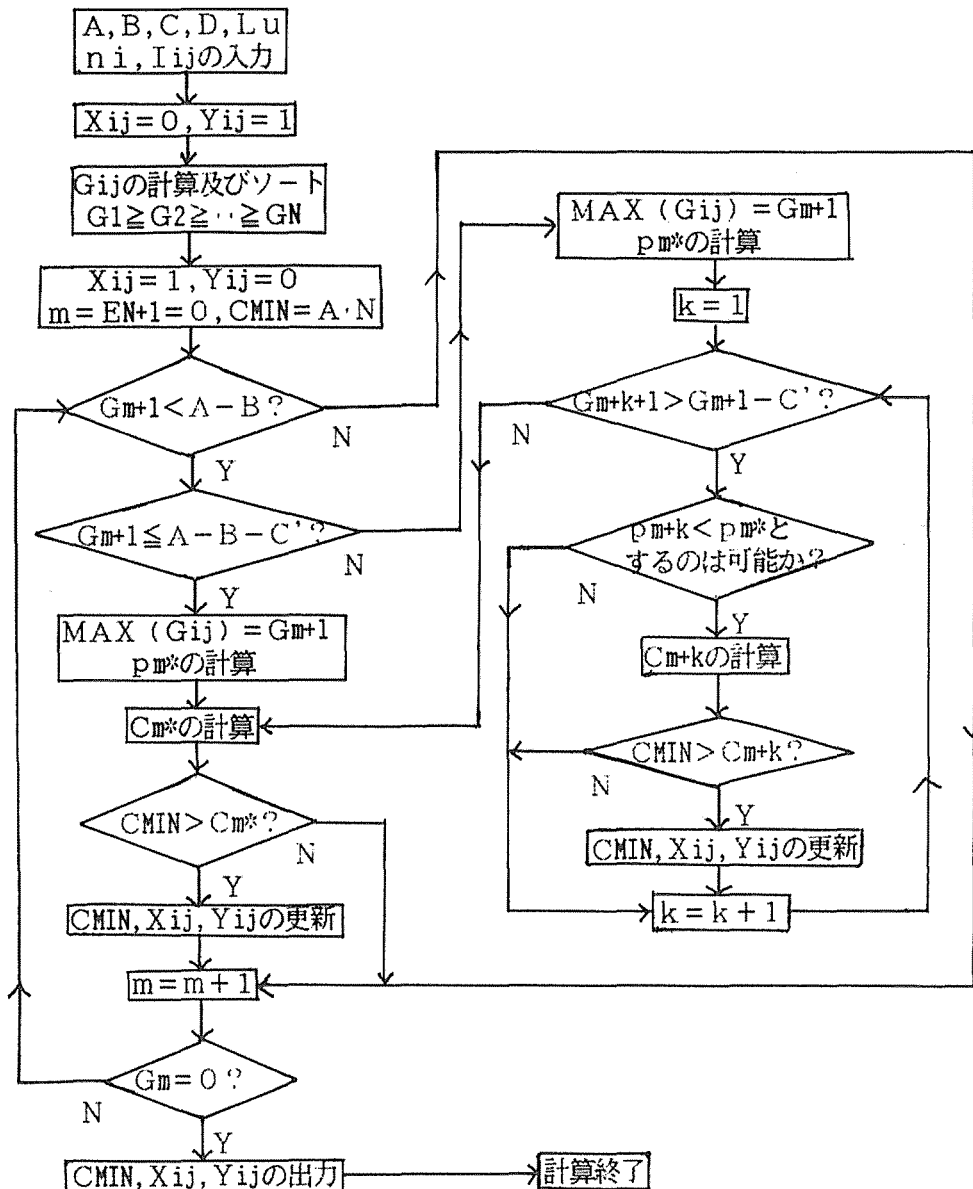


図4 フローチャート

$\{C_{m+k}\}$ の中に存在する。条件 1. ～ 5. の証明については「註）」を参照されたい。

II-5 計算手順

結局、上記の条件を満たす $\{C_m^*\}$, $\{C_{m+k}\}$ の全ての値を比較した時に、その中の最小値を与える $\{X_{ij}\}$, $\{Y_{ij}\}$ の組合せが最適解である。最適解を得るための手順を図一 4 に示す。

Lu の範囲は 20 ～ 60 m, I_{ij} は 30% 以下²⁾ とする。この時 G_{ij} の計算に (3), (5) 式を用いる限り、常に $G_{ij} < A - B - C'$ となり、実際の計算には図一 4 の左側のフローのみを用いたことになる。つまり、比較の対象は最高 $(N+1)$ 個の $\{C_m^*\}$ である。

III. 最適単位区間長について

III-1 検討の方法

支線道の分岐点に挟まれた区間が 5 つあって、各区間の斜距離が約 400 m で一定である（路線総斜距離は約 2000 m）場合を対象とする。一様乱数を発生させることによって単位区間の勾配（10 ～ 30%）を与え、林道費用の最小値、それを与える $\{X_{ij}\}$, $\{Y_{ij}\}$ の最適組合せを求める一連の計算（図一 4）を一回の試行とした。

III-2 舗装率と横断溝設置率の変化

最適解が得られたときに、ある単位区間が、舗装をすると判断される頻度（%）を舗装率、横断排水溝を設置すると判断される頻度（%）を横断溝設置率と定義する。

$Lu = 20, 30, 40, 50, 60$ m とし、各 Lu に対して百回の最適解を求める試行を行った。但し便宜上ここでは、舗装単位区間の上端には常に横断排水溝が設置されているとし（林道費には影響しない）、制約条件 (c) を無視して計算を行った。計算結果を図一 5 と図一 6 に示した。値は百回の試行結果の平均値である。

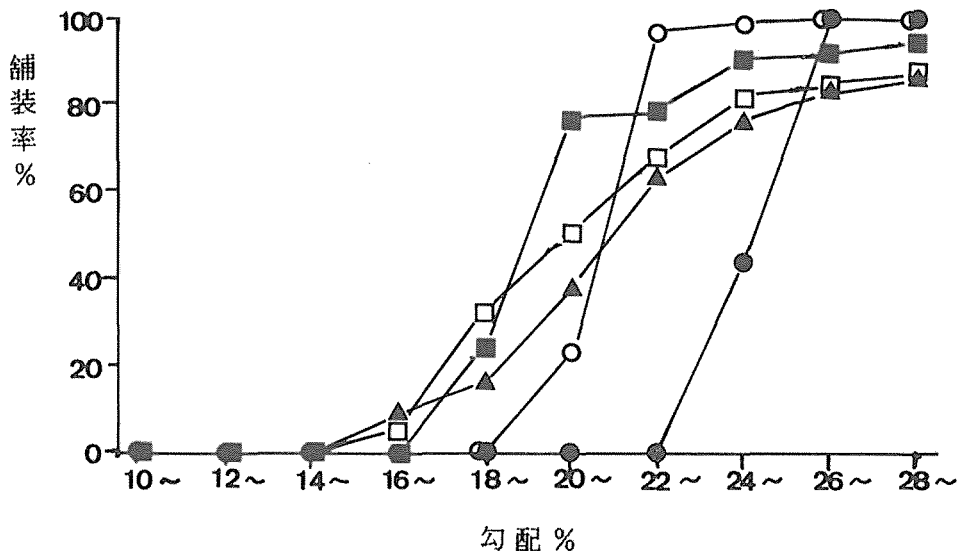


図 5a 勾配と舗装率の関係

注) 図 5, 図 6 中の記号。●: 単位区間長 20m ○: 30m ■: 40m □: 50m ▲: 60m

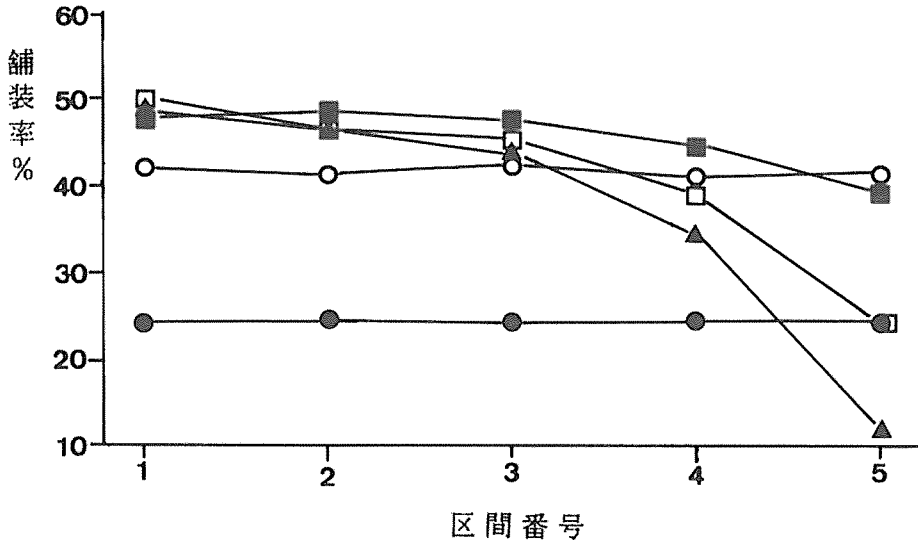


図 5b 区間番号と舗装率の関係

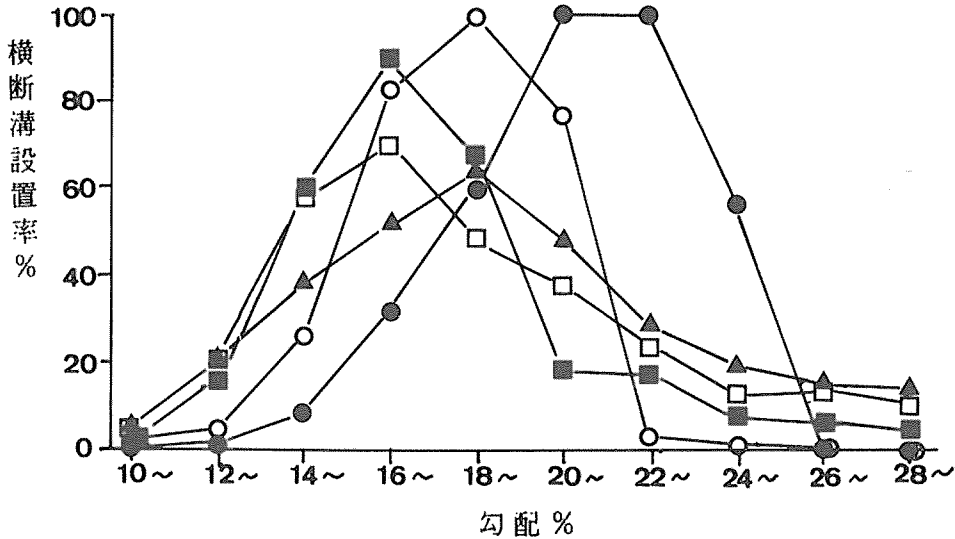


図 6 勾配と横断溝設置率の関係

図一 5 a は勾配と舗装率の関係を示したものである。当然であるが、舗装が施されるのは、急勾配区間である。特に $Lu = 20\text{ m}$ の場合は、26% 以上の区間では必ず舗装がなされる。 Lu が大きくなるほど、舗装未舗装の境界となる勾配が小さくなるのは、各勾配に対する許容流水長（図一 1、図一 2）と Lu との大小関係に起因する。図一 5 b は区間 1 ～ 5 に対する舗装率の変化を見たものである。区間 1 が始点に最も近い区間である。 $Lu = 20, 30\text{ m}$ の場合は、各区間とも舗装率は一定であるが、それ以上の場合は、始点から遠い区間であるほど舗装率は小さい。結局これは G_{ij} の定義（(5) 式）が原因である。すなわち、同一の勾配、流水長であっても、始点に

近い区間にある単位区間の方が、 $G_{ij} > 0$ である限り、 G_{ij} は大きくなる。また、図—6から $Lu = 20, 30 \text{ m}$ では、横断排水溝が常に設置される勾配が、あることも判る。

これらのことから、 Lu が比較的小さい ($20, 30 \text{ m}$) 場合は、全ての G_{ij} を 0 にするために、必ず舗装を施さなくてはならない、あるいは必ず横断排水溝を設置しなくてはならない勾配があって、その境界となる勾配は、(1) 式における最大非侵食距離と勾配の関係によって規定されと考えられる。つまり、林道費が最小の時、全ての G_{ij} が 0 となると考えられる。 $Lu \geq 40 \text{ m}$ の時は、 $\text{MAX}(G_{ij}) > 0$ である時に、林道費が最小になることもあるのだろう。

Ⅲ—3 林道費の変化

制約条件 (c) を組み入れて、上と同様の計算を行った結果を図—7 に示す。値は百回の試行結果の平均値である。 $\text{MAX}(G_{ij})$ は林道費が最小となる時の値を示している。実際に $Lu = 20, 30 \text{ m}$ の場合は、 $\text{MAX}(G_{ij}) = 0$ 、全ての G_{ij} が 0、すなわち非定期的補修費用が 0 円である。各 Lu に対して、横断溝設置率はほぼ一定であるが、舗装率は $Lu = 20 \text{ m}$ の時、非常に小さくなっている。この二点から、 $Lu = 20 \text{ m}$ の時に林道費が最小になると考えられる。もちろん横断排水溝の設置数は $Lu = 20 \text{ m}$ の時が最も多いのであるが、これよりも非定期的補修費用と舗装率の方が林道費に大きな影響を及ぼす。

一回の試行それぞれにおける 1 m 当りの最小林道費と、路線の平均勾配の関係を単回帰によって求めた結果を図—8 に示す。図中の直線はすべて回帰直線である。これから、単位区間長を小さくすることによって、計画期間中に必要な林道費を削減できることが判る。

単位区間長は横断排水溝設置間隔の最小単位である。検討結果の示す通り、横断排水溝設置間隔の最小単位を小さくすればするほど、林道費は小さくなる。横断排水溝の設置間隔を狭め、それに加えて急勾配部分を必ず舗装するとなれば、確かに開設費用は高くなる。しかし、これによって路面侵食を未然に防ぐことは可能である。非定期的な補修費のかからない路線を作ることが、長い目で見れば最も費用のかからない方法であることを、計算結果は示唆している。

本報で単位区間長の最小値を 20 m としたのは、これよりも横断排水溝の設置間隔が狭いと車

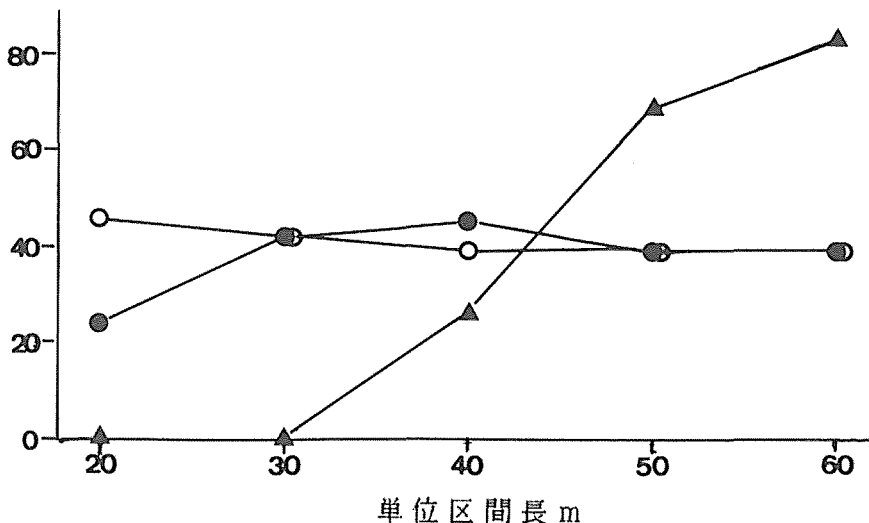


図7 計算結果

注) 図中の記号。●: 舗装率 ○: 横断溝設置率 ▲: $\text{MAX}(G_{ij})/10$

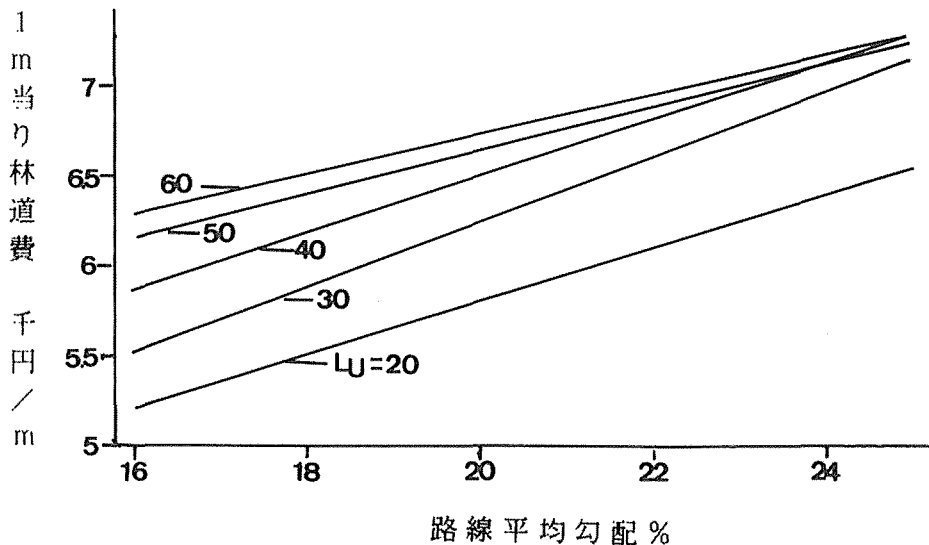


図8 路線平均勾配と林道費の関係

両の走行が非常に困難になると考えたからである。今回は、最適な単位区間長は 20 m であり、それを基準として維持管理計画を進めて行くのが望ましいと結論づけておきたい。

おわりに

Ⅱ章で (a)～(d) の制約条件を設けたが、これはかなり実地的なものであると考えている。これらの制約条件（特に (d)）が無い場合にどの程度計算回数が増えるかについて、及び横断水溝設置間隔や舗装長が連続的であるとした時の取扱いについては、今後検討して行きたい。

最後になりましたが、調査にご協力して頂いた京都大学上賀茂試験地、岡橋林業株式会社の各位、貴重な資料を提供して頂いた大橋慶三郎氏、野村義夫氏に厚く御礼を申し上げます。

註) 必要条件 1.～5. の証明

$$1. \quad A > B + G_{m+1}$$

$A \leq B + G_{m+1}$ であると、

$$C_{m+k} = A(m+k) + (B + G_{m+1})(N-m-k) + C' \cdot p_{m+k}$$

$$\geq A \cdot N + (B + G_{m+1} - A)(N-m-k) (\because p_{m+k} \geq 0)$$

$$\geq A \cdot N = C_N^*$$

となつて、 C_{m+k} は最小値ではない。

$$2. \quad G_m > 0$$

$$C_{m+k-1} = A(m+k-1) + (B + G_m)(N-m-k+1) + C' \cdot p_{m+k-1}$$

と C_{m+k} を比較する。 $G_m = 0$ ならば $G_{m+1} = 0$ であるから、

$$C_{m+k} - C_{m+k-1} = A - B + C' (p_{m+1} - p_{m+k-1})$$

$G_m = G_{m+1}$ なので、舗装区間数が一つ増減することによる横断排水溝の個数の変化は -1 ～ 1 個である。従つて $p_{m+k} - p_{m+k-1} \geq -1$ であるから、

$$C_{m+k} - C_{m+k-1} \geq A - B - C' > 0$$

故に, C_{m+k} は最小値ではない。

$$3. \quad G_{m+1} < G_{m+k+1} + C'$$

$G_{m+1} \geq G_{m+k+1} + C' (k > 0)$ とする。

$$C_{m+k}^* = A(m+k) + (B + G_{m+k+1})(N-m-k) + C' \cdot p_{m+k}^*$$

と C_{m+k} を比較する。

$$\begin{aligned} C_{m+k}^* - C_{m+k} &= (G_{m+k+1} - G_{m+1})(N-m-k) + C'(p_{m+k}^* - p_{m+k}) \\ &\leq (G_{m+k+1} - G_{m+1} + C')(N-m-k) \quad (\because p_{m+k}^* - p_{m+k} \leq N-m-k) \\ &\leq 0 \end{aligned}$$

従って C_{m+k} は最小値ではない。

$$4. \quad A - B - C' < G_{m+1}$$

$A - B - C' \geq G_{m+1}$ の場合は,

$$C_m^* - C_{m+k} = k(B + G_{m+1} - A) + C'(p_m^* - p_{m+k})(k > 0)$$

C_m^*, C_{m+k} において, $\text{MAX}(G_{ij})$ の値は G_{m+1} で等しいので, $p_m^* - p_{m+k} \leq k$ である。従って,

$$C_m^* - C_{m+k} \leq k(B + G_{m+1} - A + C') \leq 0$$

故に C_{m+k} は最小値ではない。

$$5. \quad p_m^* - p_{m+k} > 0$$

$p_m^* - p_{m+k} \leq 0$ の時は,

$$C_m^* - C_{m+k} \leq k(B + G_{m+1} - A) < 0$$

となって, C_{m+k} は最小値ではない。

引用文献

- 1) 出来俊彦他: 急勾配林道における路面侵食の実態について, 京大演報, 60, 198-207, 1988
- 2) 古谷士郎他: 急勾配林内道路における自動車のスリップ率について, 日林論, 99, 693-694, 1988.

Résumé

This is a study on a method to find the best choice of positions for paving or setting cross-ditches in a steep earth road.

Based on a condition of surface erosion on a steep forest road, we tried to minimize the cost for road (the cost for construction and maintenance of the road) by choosing one alternative, for each unit segment of equal length in the road, among three as follows:

1. This unit segment should be paved.
2. A cross ditch should be set on this unit segment.
3. Either paving or cross ditch isn't necessary for this unit segment.

Under some limiting conditions, the optimal solution could be found with small computation load.

From the result of simulation, it was found that the better result of computation could be expected by segmenting the road into the unit segments of the shorter length.