

単独線型微分方程式の大域解の存在に就て

京都大学数理解析研究所

河合隆裕

(Takahiro Kawai)

単独方程式 $P(x, D)u = f$ の超函数解の大域的存在
に関する結果から、 P が 定数係数 の時、或いは P が
楕円型 または 強双曲型 の時以外 何も得られていない
(前二者は 小松, Harvey による 古典的 結果, 強双曲型
の時 は Kawai [1]) を不快としつつも、コホモロジー群
の有限次元性に就ての一連の結果 (Kawai [2]) により
既に道は拓いてあること故、手の空いた時にやめは良い
と打ち棄ててきた。併作 偶々 来日中の Kannai 氏より
最近の Kiro 氏の論文 (Kiro [1]) に於て、Kawai [2]
と求める結果の途中の 多少 煩しい部分から きれいに
整理されていることを学ぶ、この機会に、全体を明らかに

いておこう, と思うに至る次第である。結果の詳細はこの講演録の刊行される以前に Proc. Japan Acad. に於て announce されると思われるので、ここでは省略する。

基本的には real, principal type の作用素 P に対し 次の諸結果を得ることが出来る。

- (1) Kato [1] の結果と、特異性の伝播に就ての SKK の結果を用い、 $P: \mathcal{A}(K) \rightarrow \mathcal{A}(K)$ が全射となる、一つの十分条件 (on K) とを与える。この部分は $\mathcal{A}(K)$ と B_K の双対性に拠る。
- (2) 有界開集合 Ω が、“ P の陪特性曲線に関して局所的に凸である” という趣旨の条件を満たすならば、 $P: \mathcal{A}(\Omega)/\mathcal{A}(\bar{\Omega}) \rightarrow \mathcal{A}(\Omega)/\mathcal{A}(\bar{\Omega})$ が全射であることを示し、次に (1) と組み合わせ

せて 実解析解の大域的存在を示す。

3) 次に, B/A -solution の大域的 existence を示し, その結果と (2)

を併せて, 超函数解の大域的 existence を示す. ここで B/A -

solution の大域的 existence は, 局所基本解の存在

(Kawai [3]) を用いて 先ず 十分小さい集合上での

大域的 existence を示し, 次に 都合の良い (趣旨としては,

再び, 陪特性曲線に関する凸性である) 条件を

満たす 開集合の族を用いて, "存在域を逐次拡張して

行く, と云う方法を取る. 最後の段階は, 勿論

超越的な方法を取らざるを得ず, 我々の場合には

1 次の「ホモロジー群」の消滅を, 背理法によって証する.

その際, B/A が脆弱層であることが有用に用い

られる。

最後に, overdetermined system に就ては, 多少

幾何学的な部分が増えなくなるか, やはり Kiro [1] と經由

せず, Kawai [2] を直接に採用する方が, 結局は近道

であるように思われることを付記しておく度へ.

References

Kawai, T. : [1] Proc. Japan Acad. 47 (1971),

643-647.

— : [2] Proc. Japan Acad., 48 (1972), 70-72,

287-289 ; 49 (1973), 243-246,

655-658, 782-784.

— : [3] Publ. RIMS, Kyoto Univ., 7 (1971),

363-396.

Kiro, S. : [1] On the global existence

of holomorphic solutions and the
semi-global existence of real analytic
solutions of linear partial differential
equations. Weizmann Institute Preprint
(Rehovot, Israel)