

K_ET_Cindy による 3D モデル教材の作成

長野高専・一般科 濱口 直樹 (Naoki Hamaguchi)

Faculty of General Education,

National Institute of Technology, Nagano College

東邦大学・理学部 高遠 節夫 (Setsuo Takato)

Faculty of Science,

Toho University

1 はじめに

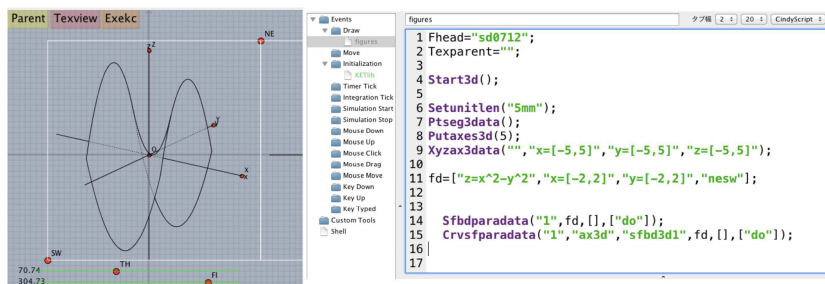
高専および大学初年級における数学教育においては、曲面や立体などの空間図形の理解が不可欠である。これらは黒板に正確に描画することが困難であるが、現在では以下のような形の教材として提示できるようになっている。

- 紙媒体の配付教材
- スクリーンへの提示教材
- タブレット上で扱える教材
- 3D プリンタによる立体モデル教材

上記の紙媒体の配付教材の多くは、T_EX を用いて作成されるが、我々はその挿図用のマクロパッケージとして K_ET_pic を開発を進めてきた。2014 年には、上記全ての形の教材について、そのデータを K_ET_pic で作成することが可能となった ([1])。

また、同年には、動的幾何ソフトである Cinderella([2]) とのコラボレーションによる K_ET_Cindy を開発し、主に T_EX で作成される教材の作成ツールとして発展させてきたが、その最新バージョンにおいては、上記全ての教材を作成するための機能が整備された。

本稿では、これらの教材を作成するためのコマンド、教材の制作過程、および実際に作成した教材例について述べる。



2 3Dモデル教材のためのコマンド

ここでは、曲面 $z = x^2 - y^2$ を例として、紙媒体教材のための $\text{T}_\text{E}\text{X}$ 形式のデータとタブレット教材のための obj 形式のデータを $\text{K}_\text{E}\text{T}\text{Cindy}$ を用いて作成するためのコマンドについて述べる。

まず、座標軸とともに曲面の定義をする：

```
Xyzax3data("", "x=[-5,5]", "y=[-5,5]", "z=[-5,5]");
fd=["z=x^2-y^2", "x=[-2,2]", "y=[-2,2]", "nesw"];
```

このデータは $\text{T}_\text{E}\text{X}$ 形式と obj 形式の両方のデータ作成に用いられる。 $\text{T}_\text{E}\text{X}$ 形式のデータは、次のコマンドにより生成される：

```
Sfbdparadata("1", fd, [], ["do"]);
Crvsfparadata("1", "ax3d", "sfbd3d1", fd, [], ["do"]);
```

また、以下は obj 形式のための図データの作成コマンドである。

```
Mkobjcmd("1", fd);
```

タブレットでの描画には Meshlab([3]) 等の 3D ビューワーを用いる。次のコマンドにより、obj 形式のデータ作成、Meshlab の立ち上げ、および図形の描画までを行う。

```
Mkviewobj("ex", oc1, ["make", "view"]);
```

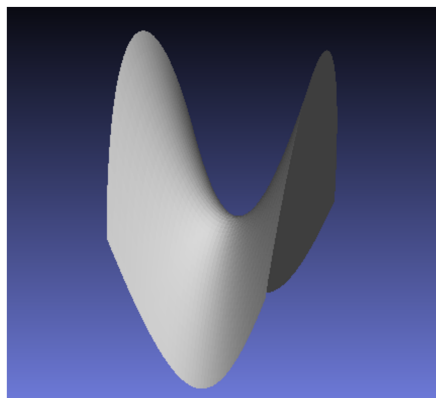
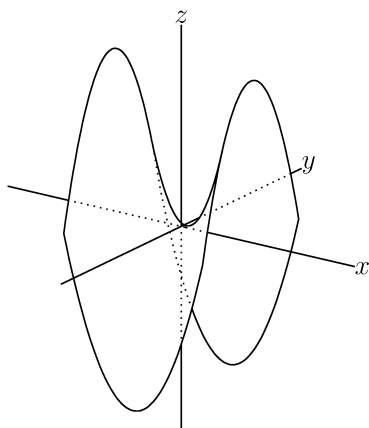


図1 $\text{T}_\text{E}\text{X}$ による描画（左）と Meshlab による描画

3 3D プリンタによる立体モデルの作成

本研究においては、立体モデルを作成するために、XYZprinting 社の光造形方式 3D プリンタである Novel 1.0 を使用している。

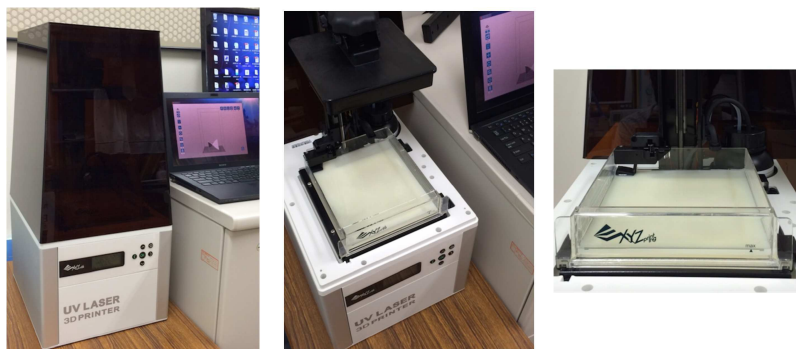


図2 3D プリンタ本体

ここでは、関数 $z = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ のグラフを例として、立体モデルの作成過程を図により示す。なお、この関数は、原点において偏微分可能であるが、全微分可能ではない。特に、この関数の性質として、そのグラフ上に x 軸、 y 軸が含まれていることを理解する必要がある。このタブレット教材および立体モデル教材についても、 x 軸と y 軸を強調して示したものとなっている。

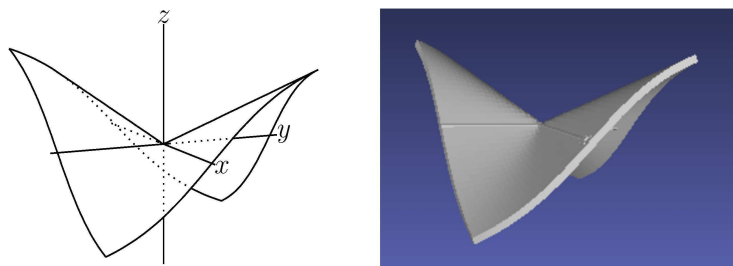


図3 T_EX による描画（左）と Meshlab による描画

この曲面の T_EX および Meshlab での描画は図3の通りである。3D プリンタで作成する場合は、コマンド `Mkobjthickcmd` を用いて厚みを持つ曲面のデータを作成する。教材としての強度を考慮すると、立体モデルの厚みは 2mm 程度を必要とする。

3D プリンタ Novel 1.0 では、立体モデルは上部のプラットホームに逆さまに張り付くように作成される（図4）。



図4 プリント直後の立体モデル

できあがった教材を，サポート部分とともにプラットホームから取り外し，アルコールで洗浄，サポート部分を切り離して完成となる．

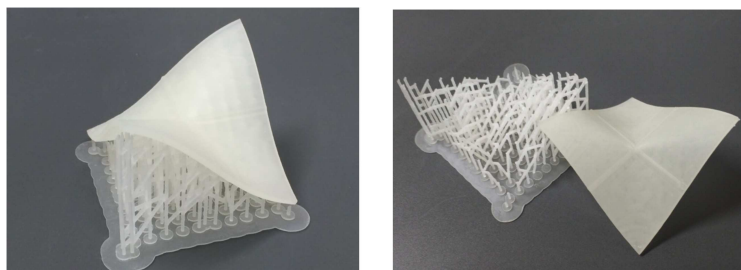


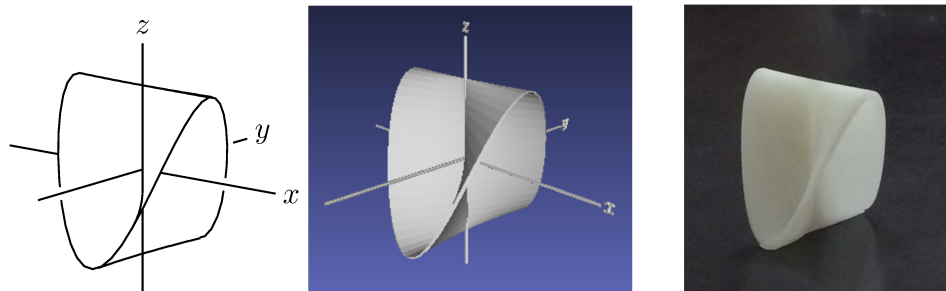
図5 サポート部分取り外し前後の立体モデル

4 教材例

ここでは， $\text{\TeX}$ 形式，Meshlabでの描画，および立体モデルとして提示できるいくつかの教材について述べる．

例1 関数 $z = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ のグラフ

この曲面は，原点において連続でない関数としてよく取り上げられる．計算だけではイメージすることが難しい不連続点についての教材として大変有効である．



例2 関数 $z = x^2 + y^2$ および $z = x^2 - y^2$ のグラフ

以下のコマンドにより，obj形式のデータを作成し，Meshlabによって提示される．obj形式の教材についても，座標軸の描画が可能である．ここで定義された関数のデータ fd1 と fd2 は $\text{\TeX}$ 形式の図データ作成の際にも用いられる．

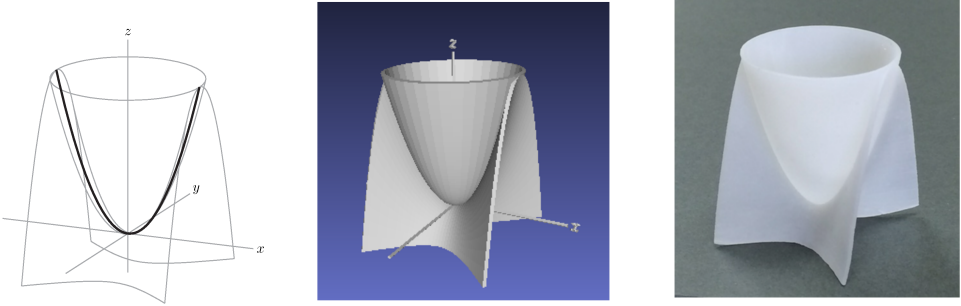
```
Xyzax3data("", "x=[-3,3]", "y=[-3,3]", "z=[-1,5]");
fd1=["Z=X^2+Y^2", "X=R*cos(T)", "Y=R*sin(T)",
    "R=[0,2]", "T=[0,2*pi]", "e"];
fd2=["Z=X^2-Y^2", "X=U", "Y=-(1-V)*sqrt(U^2+1)+V*sqrt(U^2+1)",
    "U=[-2,2]", "V=[0,1]", "news"];
```

```

Mkobjthickcmd("1",fd1,[0.1,"+n+s-e-w+", "assume(R>0)"]);
Mkobjthickcmd("2",fd2,[0.1,"+n+s-e-w+"]);
Mkobjcrvcmd("ax","ax3d");
Mkviewobj("hp",Concatcmd([oc1,oc2,ocax]),["make","view"]);

```

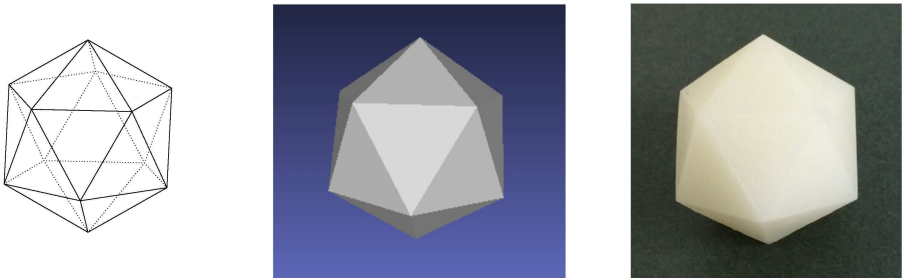
2つの曲面の交線は $z = x^2, y = 0$ である。2つの曲面を合わせて提示することにより、それぞれの関数の数学的情報が理解しやすくなると考えられる例である。



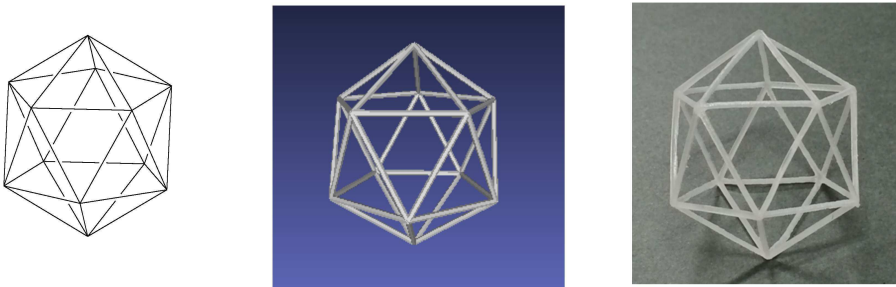
例 3 多面体

三谷氏 ([4]) による多面体のデータ、およびコマンド `VertexEdgeFace` を用いることにより、頂点、辺、面に関するデータからなるリストを生成することができる。

頂点と面のデータを用いて中の詰まった立体モデルを作成すると下図のようになる。



また、辺のデータを用いると、スケルトンモデルを作成できる。この場合も、立体モデル教材としては直径 2mm 程度の太さを必要とする。



5 まとめと今後の課題

高専や大学初年級における数学教育に必要不可欠である図形教材は、次のような様々な形式で提示されるようになった：

- 紙媒体の配付教材
- スクリーンへの提示教材
- タブレット上で扱える教材
- 3D プリンタによる立体モデル教材

我々は教材作成支援ツールである K_ETCindy を開発し、これらの教材の効果的な併用方法を検討できる環境を整備してきた。K_ETCindy のスクリプト画面に、作成する教材に対応するコマンドを入力し、実行するだけで、その図形データが生成される。

教材の作成や授業計画は試行錯誤の連続であるが、K_ETCindy によって授業計画の検討方法の質的な改善が期待される。

立体モデルを実際に手に取ることにより、その形状が把握しやすくなることは言うまでもない。ただし、そこにある数学的情報に関する説明を聞いて「わかりやすい」という学生もいれば、手にした教材を無言で見つめる学生もいるなど、反応も様々である。クラス全体で用いる教材としては、併用する紙媒体教材が重要であり、その検討を重ねるとともに、併用効果を検証していくことが今後の課題である。

6 謝辞

本研究は JSPS 科研費 15K00944 の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] Takato, S., Hamaguchi, N., Sarafian, H., Generating data of mathematical figures for 3D printers with KeTpic and the educational impact of the printed models, LNCS 8592, pp.629–634, 2014
- [2] <http://www.cinderella.de>
- [3] <http://meshlab.sourceforge.net>
- [4] <http://mitani.cs.tsukuba.ac.jp/polyhedron/index.html>