

2次形式の局所密度と

アイゼンシュタイン級数のフーリエ係数について

名大理 北岡良之 (Yoshiyuki Kitaoka)

講究録採稿規程によれば採稿中の論文はそれで代用して差しつかえないということなのでそうさせていたが、こととしそで融れられていない事を補足したい。

問題は $S^{(m)}, T^{(n)}$ ($m \geq n$) を次数 m, n の half-integral な正則行列とし素数 p に対し局所密度

$$\alpha_p(T, S) = \lim_{t \rightarrow \infty} (p^t)^{n(m+1)/2 - mn} \# \{C \in M_{m,n}(\mathbb{Z}/p^t\mathbb{Z}) \mid p^{-t}(S[C] - T) \text{ が half-integral}\}$$

の値を具体的に求める事及びその性質を調べる事である。

これは不定方程式 $S[X] = T$ を $X \in M_{m,n}(\mathbb{Z})$ で解くことと密接に関係しており、従って Siegel の Eisenstein 級数のフーリエ係数とも結びつく量である。局所密度 $\alpha_p(T, S)$ を帰納的に求める方法はいくつかあるがどれを使、てもし具体的にやってみようと思、てやってみるとかなり大変である。特に T が p の中でどんどん割れていく場合その複雑さがや級数

$$\sum_{r=0}^{\infty} \alpha_p(p^r T, S) x^r \quad \dots \dots (\#)$$

1

が有理式になる程度だということも $\delta = \frac{1}{2} \binom{1}{1}_n$ について示したのがここでの結果で δ の特殊性によつてその分母も具体的にわかる。欧文の原稿の最後に一般の δ について $\alpha_p(T, \delta)$ が δ の有理式となるだろうと書いたのですがその事自体は佐藤文広氏によつて p -adic analysis の応用として解かれたが分母の次数はわからないとの事です。しかし分母は m と n にのみよるある多項式でとれるだろうと思っています。

確かに $m=1, 2$ ではそうなっています。勿論それは $\alpha_p(T, \delta)$ を Gauss 和で書いて Dirichlet 級数の形にして欧文にある様な方法で出来るのではないかと思っています。なお対称行列でなく交代行列の場合は佐藤-広中西氏によつて局所密度自身組合せ論的な量で表わされそれによつて (※) に対応する χ 級数も有理式になる事が示されその分母も具体的に与えることがなされています。

global な問題との関係で重要なのは

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \inf \alpha_p(T_i, \delta) > 0$$

となるための T_i についてより十分条件を与えることです。これによつては $m \geq 2n+3$ ならば " $\alpha_p(T, \delta) \neq 0$ ならば $\alpha_p(T, \delta) > k(\delta) (> 0)$ となる"ことはわかっており $m \leq 2n+2$ の場合が問題となります。