

6. 電離層における non-reciprocal な電波伝播

京大・理 荒 木 徹

1. はじめに

地球の電離層を舞台にして、波長数km～数1000 km の電磁波が演ずる一見奇妙な振舞いについて述べる。物性の分野で扱われる物質と電磁波の相互作用に、これと類似の現象があるかどうか寡聞にして知らないが、もしあるなら教えていただければ幸いである。

2. 観測事実

Round et al (1925) は、'Report on measurements made on signal strength at great distances during 1922 and 1923 by expedition sent to Australia' という時代がかつてのんびりとした長い題目の論文の中で、地表と電離層とで何度も反射されながら伝播する VLF (Very Low Frequency, 3～30 kHz) 電波の減衰が、東から西へ伝わる時より、西から東へ伝わる時に小さいことを指摘した。Crombie (1958) は、Round et al の結果と自らの観測とを合わせて検射し、彼等の指摘が正しいことを証明した。その後、この点に焦点を合わせて工夫をこらした観測が、人工 VLF 電波や、雷放電に源を発する空電を使って行なわれ、減衰のみでなく電波の位相速度も伝播方向に依存することがわかってきた。

図1は、空電波形の解析から得られた、東→西伝播の減衰率と西→東伝播のそれと東伝播のそれとの差の周波数依存性を示しており、図2は、台風から出る空電を、東と西とで同時観測した結果から得られた減衰率をあらわしている。この2つの図は、測定された全周波数範囲にわたって、西→東伝播の方が東→西伝播より減衰を受けにくいという Round et al, Crombie の結果と一致する結果を示している。図3は、周波数精密比較、time keeping、電波航法等の目的のため、きわめて高い周波数安定度で送信されている VLF 標準電波の日出時 fading pattern の解析から得られた D という量 (距離のディメンションをもつ) の伝播方向による差をあらわしている。この fading pattern は地表と電離層下端によって境された球殻状の導波管内における、導波管モード間の干渉

の結果として解釈され、 D は電波の周波数 f とこの導波管の夜の部分における第1, 第2モードの位相速度 V_{N1} , V_{N2} とによって

$$D = \frac{V_{N1} V_{N2}}{f (V_{N2} - V_{N1})}$$

とあらわされる。したがって D の伝播方向による差異は、位相速度が伝播方向によって異なることも意味している。

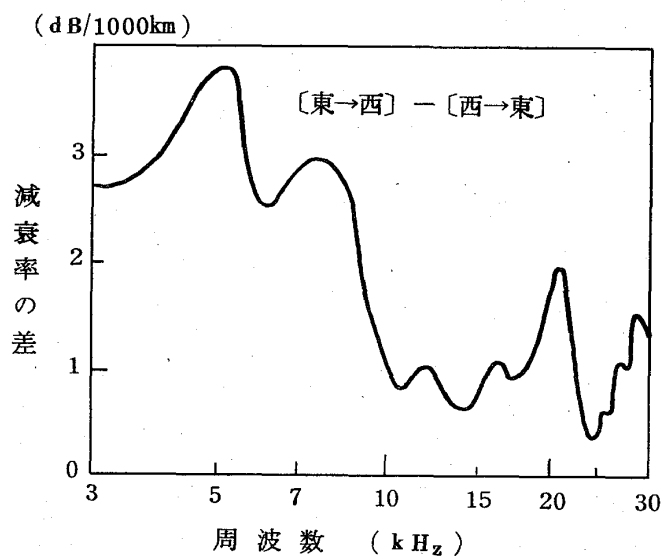


図 1. 東→西伝播と西→東伝播の減衰率の差の周波数依存性 (Taylor, 1960)。雷放電に源を発生し、地表と電離層下端の間を伝わる空電の波形観測から得られたもの。東→西伝播の方が減衰されやすいことを示している。

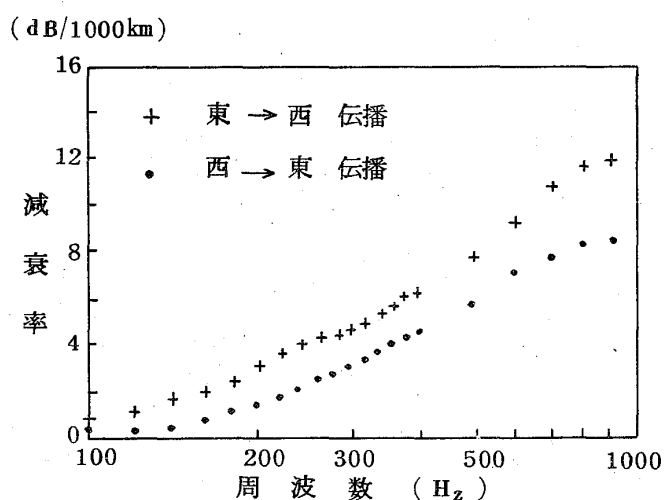


図 2. 低気圧からでる空電の減衰率の周波数依存性 (Hughes, 1967)。

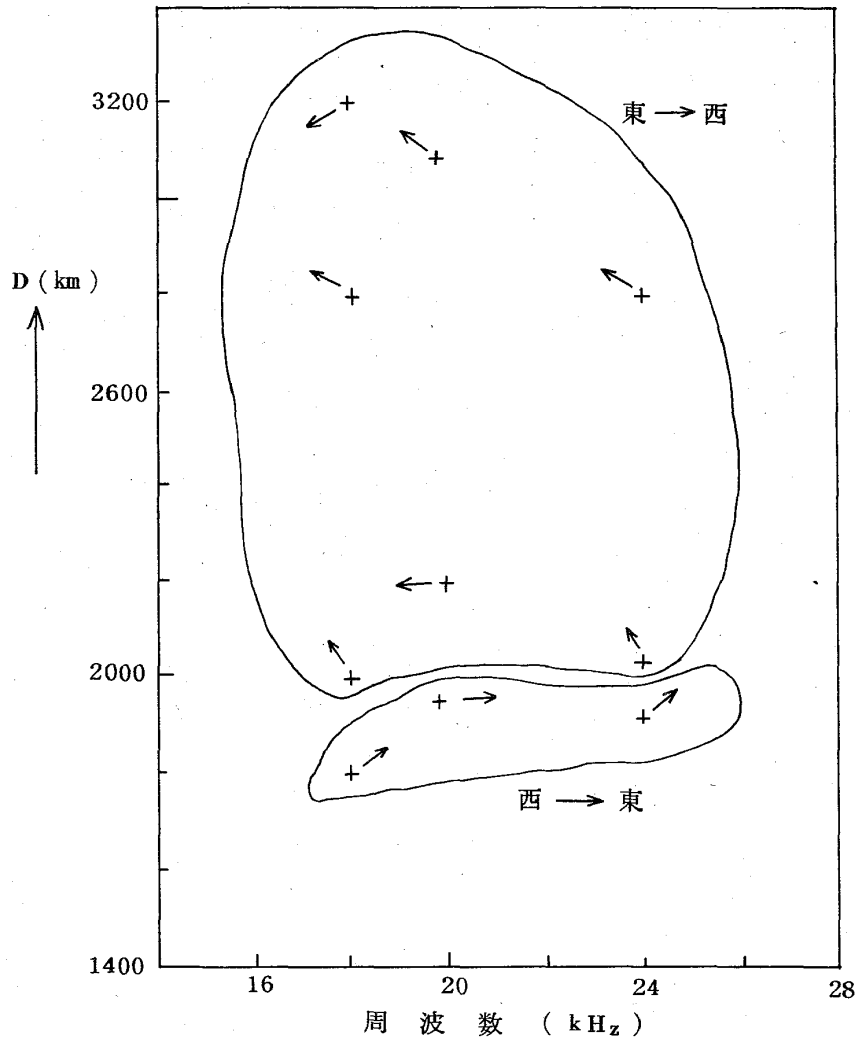


図 3. VLF 標準電波の日出時 fading pattern の解析から得られる距離 D の伝播方向による違い (Crombie, 1966)。矢印は伝播方向 (↑: 北向き, →: 東向き) を表わす。西→東伝播に対して D が小さくなる傾向を示している。

3. 解 釈

上に述べた電磁波の奇妙な振舞いは、地球磁場の存在と、波が伝わる媒質に境界または不均一さを導入することにより説明できる。

境界のない一様媒質中の電磁波の伝播を考える。今、一様な磁場が、図 4-a のように紙面に垂直にかかっているとす。この媒質を特徴づける方向は、磁場方向のみであるから、磁場に垂直な 2 つの伝播方向 A, B には何ら差がない。次に、図 4-b のように、2 種の一様媒質が境を接している時の波動の反射・屈折を考える。この場合には、境界に normal な方向と磁場方向の 2 方向によって、この系が特徴づけられるから、一見、対称にみえる 2 つの伝播方向 A, B にも差が生じる可能性がある。このことは、図 4-c のよ

うに、媒質が一方向に連続的に変化する場合でも、本質的には同じであって、この時には図4-bの normal 方向が媒質の変化方向に置きかわるだけである。

電離層を構成する部分電離プラズマ (E 層 (高度 100 km) 付近で電子密度 $\simeq 10^5 \text{ cm}^{-3}$, 中性粒子密度 $\simeq 10^{13} \text{ cm}^{-3}$) に対して、上に述べたことがどのように定式化できるかをみてみよう。

中性粒子①, 電子②, 一種のプラスイオン③からなる cold plasma を考える。場は Maxwell 方程式

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{b} = 4\pi \mathbf{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

とオームの法則

$$\mathbf{J} = [\sigma] \cdot \mathbf{E} \quad (2)$$

とで記述できる。ここで $\mathbf{b}$, $\mathbf{J}$, $\mathbf{E}$ は波動に伴う磁場, 電流, 電場であり, $[\sigma]$ は電気伝導度テンソルである。図5のように, 静磁場 $\mathbf{B}_0$ を x 方向にとり, ②と①, ③と①の衝突のみを考えると, 電気伝導度は次のようになる。

$$[\sigma] = \begin{pmatrix} \sigma_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\perp} & -\sigma_H \\ 0 & \sigma_H & \sigma_{\perp} \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\parallel} = \frac{i}{4\pi} \left(\frac{\pi_i^2}{\gamma_i} + \frac{\pi_e^2}{\gamma_e} \right) \\ \sigma_{\perp} = \frac{i}{4\pi} \left(\frac{\pi_i^2 \gamma_i}{\gamma_i^2 - \Omega_i^2} + \frac{\pi_e^2 \gamma_e}{\gamma_e^2 - \Omega_e^2} \right) \\ \sigma_H = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\pi_i^2 \Omega_i}{\gamma_i^2 - \Omega_i^2} + \frac{\pi_e^2 \Omega_e}{\gamma_e^2 - \Omega_e^2} \right) \end{array} \right. \quad \left(\begin{array}{l} \gamma_{i,e} = \omega + i\nu_{i,e} \\ \omega \quad ; \quad \text{角周波数} \\ \nu_{i,e} \quad ; \quad \text{衝突回数} \\ \pi_{i,e} \quad ; \quad \text{プラズマ周波数} \\ \Omega_{i,e} \quad ; \quad \text{ジャイロ周波数} \end{array} \right)$$

ここで, σ_0 , $\sigma_{\perp}$, σ_H は parallel, Pedersen, Hall conductivityである。

$$(\mathbf{E}, \mathbf{b}, \mathbf{J}) = (\mathbf{E}_0(z), \mathbf{b}_0(z), \mathbf{J}_0(z)) e^{i(k_y y - \omega t)}$$

とおくと, (1) ~ (3) より

$$\left\{ \begin{array}{l} ik_y E_{0z} - \frac{dE_{0y}}{dz} = \frac{i\omega}{c} b_{0x} \\ \frac{dE_{0x}}{dz} = \frac{i\omega}{c} b_{0y} \\ ik_y E_{0x} = -\frac{i\omega}{c} b_{0z} \\ ik_y b_{0z} - \frac{db_{0y}}{dz} = \left(4\pi\sigma_{\parallel} - \frac{i\omega}{c}\right) E_{0x} \\ \frac{db_{0x}}{dz} = \left(4\pi\sigma_{\perp} - \frac{i\omega}{c}\right) E_{0y} - 4\pi\sigma_H E_{0z} \\ -ik_y b_{0x} = 4\pi\sigma_H E_{0y} + \left(4\pi\sigma_{\perp} - \frac{i\omega}{c}\right) E_{0z} \end{array} \right. \quad (5)$$

これより, 波動 (E_{0x}, b_{0y}, b_{0z}) と (b_{0x}, E_{0y}, E_{0z}) とが分離することがわかる。前者は, 静磁場 $\mathbf{B}_0$ に依存しないことがわかるので, 以後, 後者だけを取りあげる。

(5)の第5, 第6式より

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{0y} = \frac{\alpha \frac{db_{0x}}{dz} - ik_y B b_{0x}}{\alpha^2 + \beta^2} \\ E_{0z} = \frac{-ik_y \alpha b_{0x} - \beta \frac{db_{0x}}{dz}}{\alpha^2 + \beta^2} \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\alpha = 4\pi\sigma_{\perp} - \frac{i\omega}{c}, \quad \beta = 4\pi\sigma_H,$$

これを(5)の第1式へ代入して

$$\frac{d^2 b_{0x}}{dz^2} + \frac{d}{dz} \left(\log \frac{\alpha}{\alpha^2 + \beta^2} \right) \frac{db_{0x}}{dz} + \left\{ \frac{i\omega(\alpha^2 + \beta^2)}{\alpha c} - k_y^2 - i k_y \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha} \frac{d}{dz} \left(\frac{\beta}{\alpha^2 + \beta^2} \right) \right\} b_{0x} = 0 \quad (7)$$

を得る。 β は σ_H を通して静磁場 B_0 に比例するから、 B_0 の符号を変えると(7)式の b_{0x} の係数の第3項の符号が変わり、したがって、この係数の値自身が変化する。このことは k_y の符号を変えた場合を全く等価であって、解 b_{0x} が、 B_0 (又は k_y)の符号の変化に応じて、異なる値をとることを意味している。これが図4-cに対応する場合である。

次に、図4-bの場合を考える。 α, β が空間的に変化しない一様媒質を考えると

$$(\mathbf{E}_0(z), \mathbf{b}_0(z), \mathbf{J}_0(z)) \propto e^{ik_z z}$$

とおけるから(6)より

$$E_{0y} = \frac{ik_z \alpha - ik_y \beta}{\alpha^2 + \beta^2} b_{0x} \quad (8)$$

また、(7)式から屈折率 n が次のように求まる。

$$n^2 = \frac{c^2(k_y^2 + k_z^2)}{\omega^2} = i \frac{c(\alpha^2 + \beta^2)}{\omega \alpha} \quad (9)$$

今、平面 $z=0$ を境として、部分電離プラズマ($z>0$)と自由空間($z<0$)が接しているとし、自由空間からのこの境界への平面波の入射を考える。境界での電場、磁場の接線成分の連続性から

$$b_{0xi} + b_{0xr} = b_{0xt} \quad (10)$$

$$E_{0yi} + E_{0yr} = E_{0yt} \quad (11)$$

ここで、suffix i, r, t は入射波、反射波、透過波をあらわす。入射角、反射角、屈折

角を $\theta_i, \theta_r, \theta_t$ とすれば $\theta_i = \theta_r$ であるから

$$k_{yi} = \frac{\omega}{c} \sin \theta_i = k_{yr} \quad (12)$$

$$k_{zi} = \frac{\omega}{c} \cos \theta_i = -k_{zr}$$

今の場合、 $z > 0$ でも k_{yt} を real と考えてよいから

$$k_{yt} = k_{yi} = \frac{\omega}{c} \sin \theta_i \quad (13)$$

故に

$$k_{zt}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} n^2 - k_{yt}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} n^2 - k_{yi}^2 \quad (14)$$

(8), (11), (12), (13) から

$$\frac{ck_{zi}}{\omega} (b_{0xr} - b_{0xi}) = \frac{ik_{zt}\alpha - ik_{yi}\beta}{\alpha^2 + \beta^2} b_{0xt} \quad (15)$$

(10) と (15) から、 b_{0xt} または b_{0xr} を消去すると反射係数 R 、または、透過係数 T が、次のように求まる。

$$R = \frac{b_{0xr}}{b_{0xi}} = \frac{\alpha n^2 k_{zi} - \alpha k_{zt} + \beta k_{yi}}{\alpha n^2 k_{zi} + \alpha k_{zt} - \beta k_{yi}} \quad (16)$$

$$T = \frac{b_{0xt}}{b_{0xi}} = \frac{2\alpha n^2 k_{zi}}{\alpha n^2 k_{zi} + \alpha k_{zt} - \beta k_{yi}}$$

(7) 式と同様に、(16) も β の 1 次項を含むから、静磁場 B_0 の符号を変えるとこの項の符号が逆転し、したがって、 R, T の値が変る (k_y の符号を変えても等価であることも (7) と同様である)。一様プラズマ中の波動伝播に対する屈折率 (Appleton Hartree の式) が磁場を 2 次の形で含むのに対して、(6) の R, T が磁場を 1 次で含むのは、確か

に一見奇妙に思えるが、この節の最初に述べたように、境界の導入によって伝播方向 A, B (図 4 - b) に差が生じ得ることを考えれば、納得できるであろう。

図 6 a ~ c に、反射係数 R の計算結果を示す。ただし、この計算では荷電粒子として電子のみを考えている。

(7), (16) 式からわかるように $\beta = 0$ の時には、上に述べたような非対称な波動伝播は起らない。したがって、Hall conductivity σ_H が、この非対称性に本質的な役割りを果していることがわかる。 σ_H が波の電場ベクトル $\mathbf{E}$ を yz - 平面内で回転させる役割を演ずること、および波に伴う荷電粒子の運動が、やはり、 yz - 平面内での回転であること (このことは、荷電粒子の運動方程式を解けばわかる) から、この非対称性は、電場の偏波の向きと荷電粒子の回転の向きとの微妙な相互関係によって生じていると想像される。

最後に、電気伝導度テンソルの各成分の電離層における高さ分布を図示しておく (図 7)。この図は σ_H が無視し得ない大きさをもつことを示している。

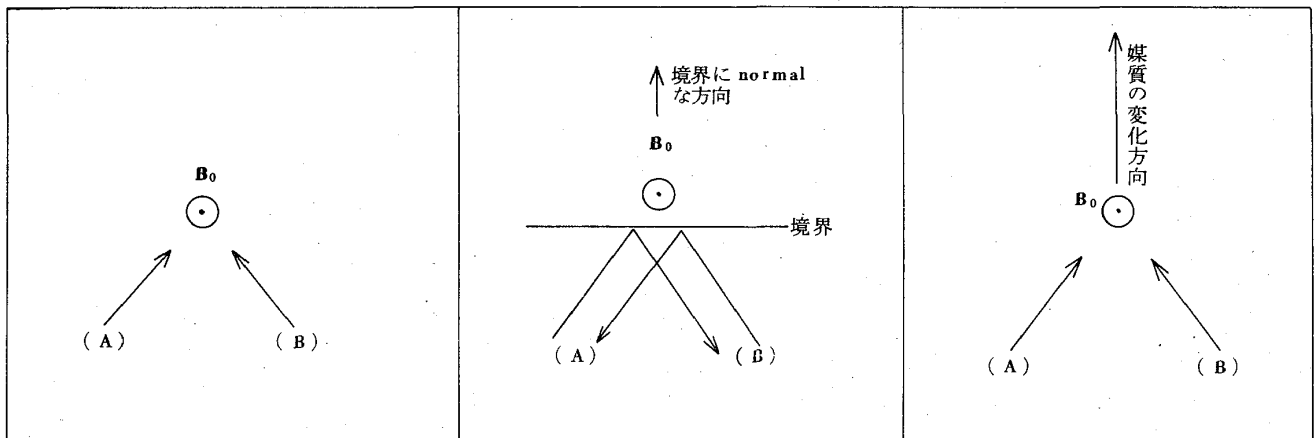


図 4 - a

図 4 - b

図 4 - c

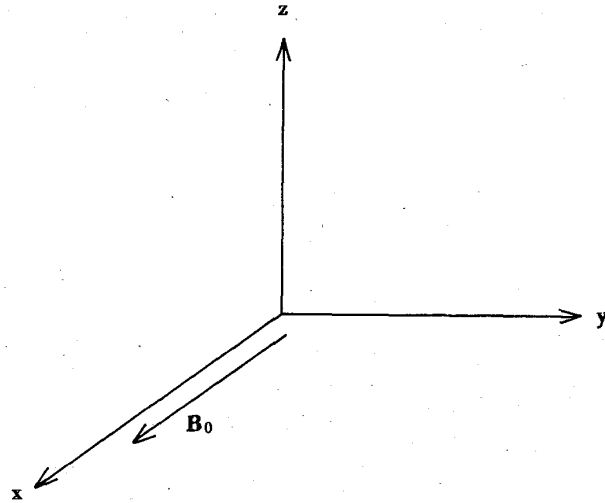


図 5

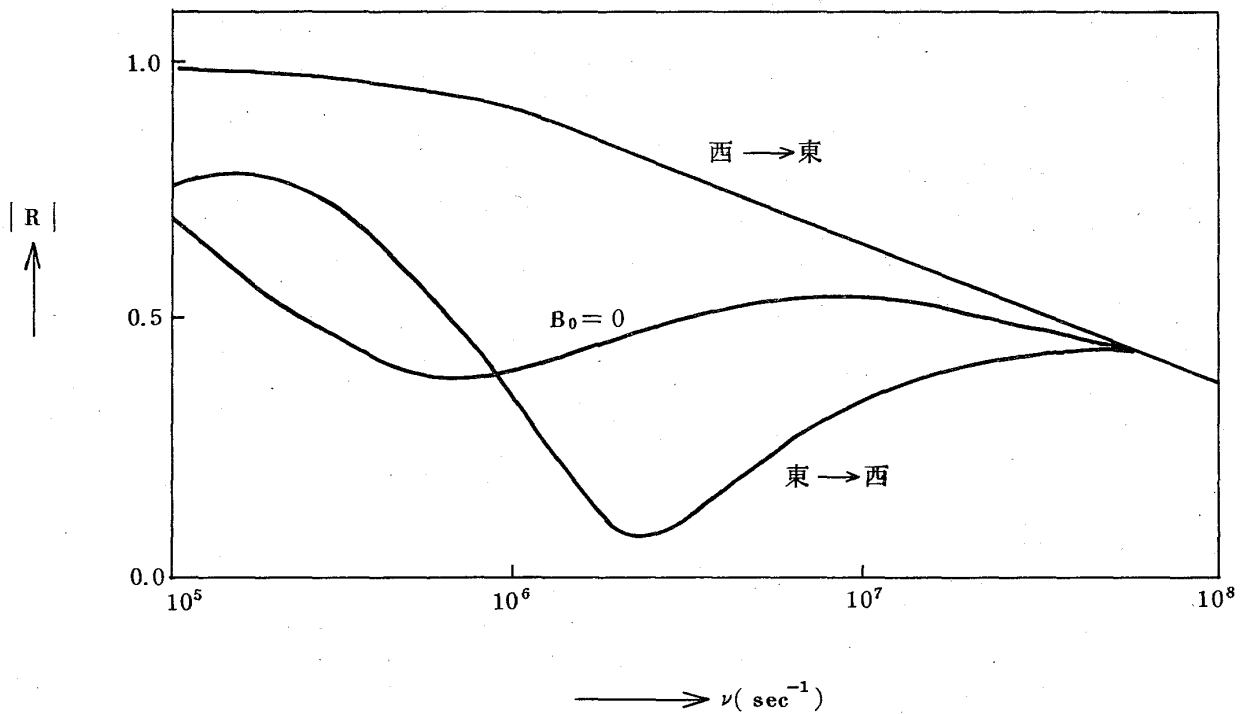


図 6-a 反射係数の衝突回数による変化 (Barber et al, 1959)。 $\omega = 10^5/\text{sec}$, $\Omega_e = 5 \times 10^6/\text{sec}$, $\pi_e = 10^6/\text{sec}$, $\theta_i = 78.5^\circ$ とっている。

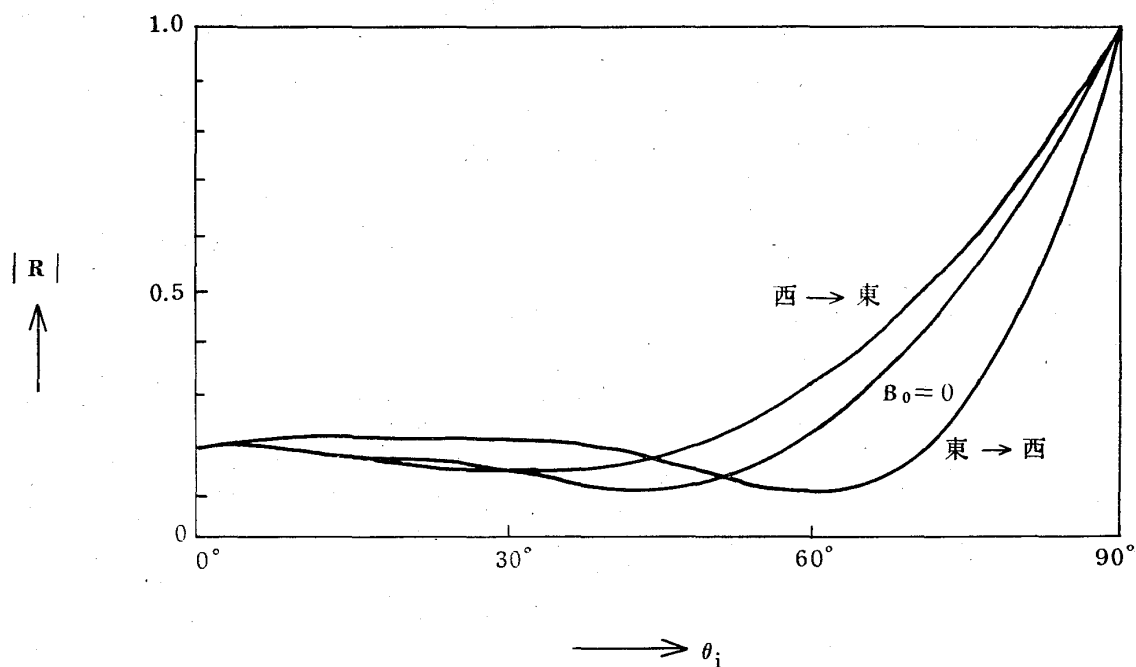


図 6-b 反射係数の入射角依存性 (Barber et al, 1959)。 $\omega\nu/\pi_e^2=1$, $\omega Q_e/\pi_e^2=0.5$ と
とっている。入射角が大きい時には、西→東伝播に対する反射係数が大きくなる。

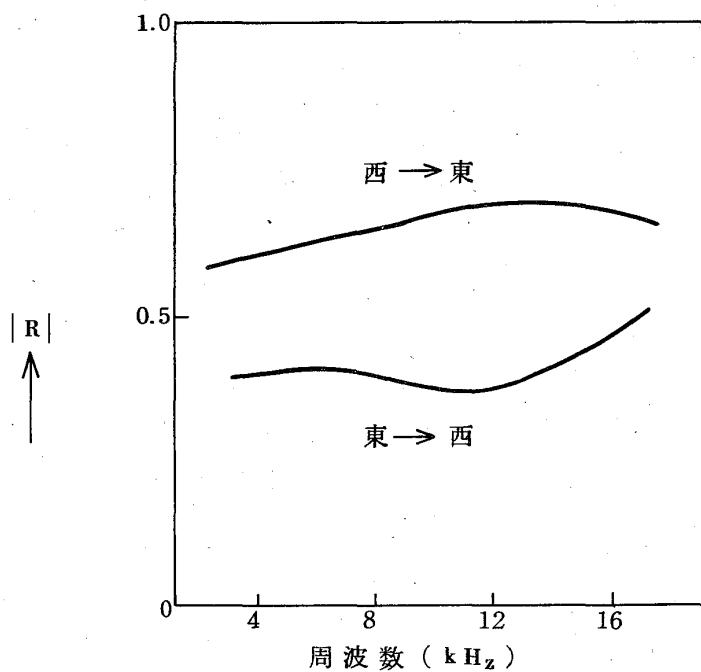


図 6-c 反射係数の周波数依存性 (Barber et al, 1959)。 $Q_e=5 \times 10^6/\text{sec}$, $\pi_e=10^6/\text{sec}$,
 $\nu=10^7/\text{sec}$, $\theta_i=78.5^\circ$ ととっている。

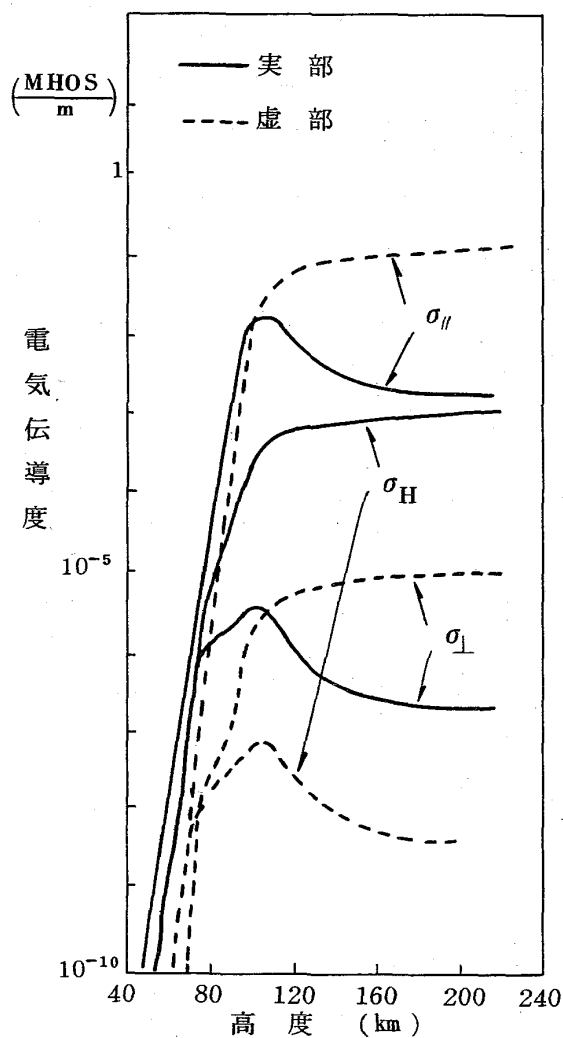


図 7. 電気伝導度の高度分布 (Gelejs, 1964)。夜の電離層モデルから、周波数 16 kHz に対して計算されたもの。

参 考 文 献

1. Barber, N. F. and D. D. Crombie, J. Atmosph. Terr. Phys., 16, 37, (1959).
2. Crombie, D. D., J. Atmosph. Terr. Phys., 12, 110 (1958).
3. Crombie, D. D., Radio Science, 1, 47 (1966).
4. Galejs, J., J. Res. NBS, 68D, 693 (1964).
5. Hughes, H., J. Geophys. Res., 72, 5383 (1967).
6. Round, H. J., T. L. Eckersley, K. Tremell en and F. C. Lunnon, J. Inst. Elec.

Engrs., 63, 933 (1925).

7. Taylor, W. L., J. Geophys. Res., 65, 1933 (1960).
8. 前田憲一, 木村磐根, 電磁波動論, 195 頁 (1970).