

反応拡散系における局在パターン

お茶の水女子大学大学院人間文化研究科

早瀬 友美乃

1 はじめに

長年、散逸系における伝搬するパルスは、衝突によってこわれて消滅すると考えられてきた。しかし、最近、衝突によって消滅しないパルスが存在することが、いろいろと報告されている。

その一例として、Bonhoffer-van der Pol 型の activator-inhibitor の二変数からなる以下のような反応拡散方程式がある。

$$\epsilon\tau \frac{\partial u}{\partial t} = \epsilon^2 \nabla^2 u + f(u) - v \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = D \nabla^2 v + \beta u - \gamma v - I \quad (2)$$

$\epsilon, \tau, D, \gamma, \beta, I$ は正の定数で $f(u)$ は三次の非線形項である。この方程式は、神経軸索上のパルスの伝播や Belousov-Zhabotinsky 反応の単純化されたモデルである。この非線形項を適当な形にとると、パルスは衝突によって消滅しないことがある [1, 2, 3, 4]。

ここでは、系がこのような特徴を持つ時に現れる興味深い計算シミュレーションの結果について、紹介したい。

2 局在振動ドメインと局在静止ドメイン

(1) 式の非線形項を、

$$f(u) = \frac{1}{2} \left\{ \tanh \frac{u-a}{\delta} + \tanh \left(\frac{a}{\delta} \right) \right\} - u \quad (3)$$

とする。 a, δ はそれぞれ正の定数である。これらの式のパラメータを適当に選ぶと、安定な平衡解とリミットサイクル解という異質な二つの解を持つことができる。この時、パルスを衝突させると、パルスは衝突によって衝突地点に持続的にパルスを生成する核をつくり、さらにそこから周りにパルスを放射するという特徴を持つ。

このように平衡解とリミットサイクルが共存する時、inhibitor の拡散係数をある程度大きくすると、局在振動ドメインが存在できる。局在振動ドメインとは、空間の限られた範囲だけが振動を続けるという現象である。

さらに、inhibitor の拡散係数をかなり大きくすることによってこの系では、空間的に局在した動かない局在静止ドメインを作ることにもできる。

この局在静止ドメインが存在する時に、そのドメインの幅を大きくしていくと、それが局在振動ドメインに変わるパラメータ領域があることが、今回新たにわかった。このことは、初期値の取り方によって、時空間パターンが大幅に変わってくるということである。そのパラメータ領域でシミュレーションを行なった結果、振動するドメインと静止するドメインが空間に並んで存在する等の、興味深い数値計算結果を得た。

3 数値計算結果

初期値に安定に存在するストライプの局在静止パターンを作り、空間全体にランダムなノイズを加えると、図1のように、初期値の静止ドメイン間の幅の広いところでは振動が始まり、幅の狭いところでは局在静止ドメインができる。

初期値には、安定な局在静止ドメインを $x = -80, -20, 20, 80$ の位置に置き、さらにそこにランダムノイズを加えたものを使用して、計算を行なう。図1からわかるように、ノイズによって $-20 < x < 20$ のあいだでは局在静止ドメインが形成されるが、 $-80 < x < -20$ と $20 < x < 80$ の間は広いために振動ドメインが形成される。また初期に与えた局在静止ドメインは安定に存在し続ける。

また、初期値を楕円にとると、図2に見られるように、ドメインの分裂がおこる。これまでに反応拡散系における分裂現象は報告され、さらに解析もなされてきているが [5, 6]、今回の分裂のメカニズムはそれとは異なるものと考えられる。

4 おわりに

局在振動ドメインは、inhibitor の拡散係数をある程度大きくした時に、伝播するパルスだけが不安定化し、パルスを生成する核にみがのこることによって起こると、定性的には考えられる。しかし、局在振動ドメインの幅やそのパラメータ上の存在領域、局在静止ドメインとの関係、分裂のメカニズムなど、理論的理解が今後の課題となる。

参考文献

- [1] R.Kobayasi, T.Ohta and Y.Hayase, Phys.Rev.**50E**
Rapid Communications 3291(1994)
- [2] R.Kobayasi, T.Ohta and Y.Hayase, Physica**84D**, 162(1995)
- [3] T.Ohta, Y.Hayase and R.Kobayasi, Phys.Rev.E, (to be published)
- [4] 早瀬友美乃, 修士論文 (1995)
- [5] C.Elphich, A.Hagberb and E.Meron, Phys.Rev**E51**3052(1995)
- [6] J.E.Pearson, Science.**261**189(1993)

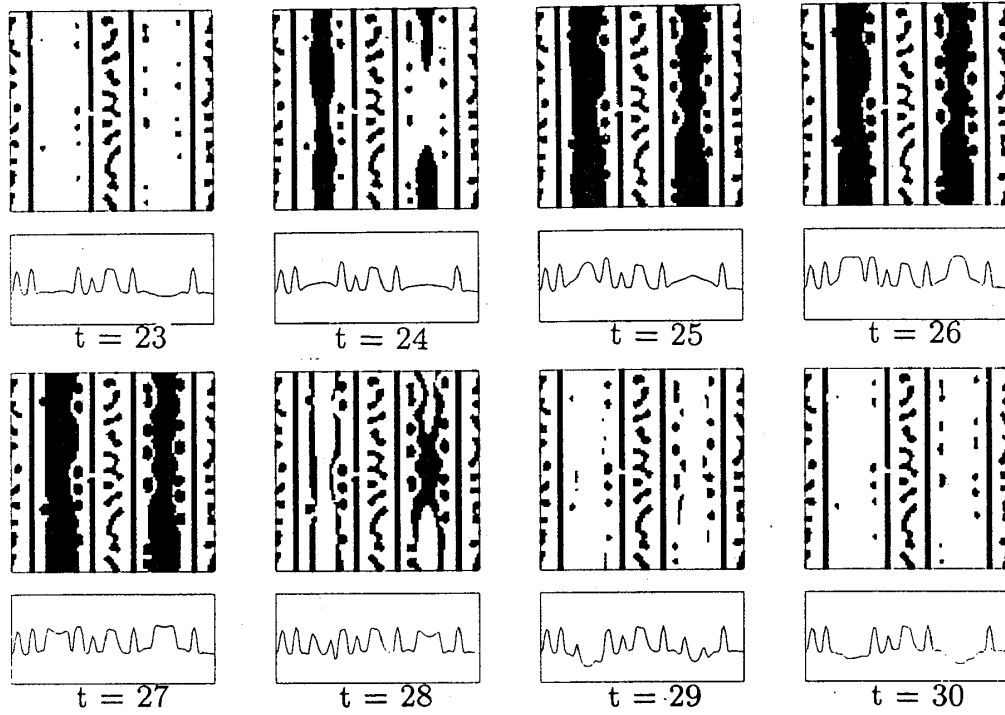


図 1: 局在静止ドメインと局在振動ドメインの共存。上の正方形は二次元空間パターン。 $(-L < x < L, -L < y < L, L = 100)$ 下の長方形は $x = 0$ での u のプロファイル。 $D_u = 1, D_v = 15, a = 0.12$

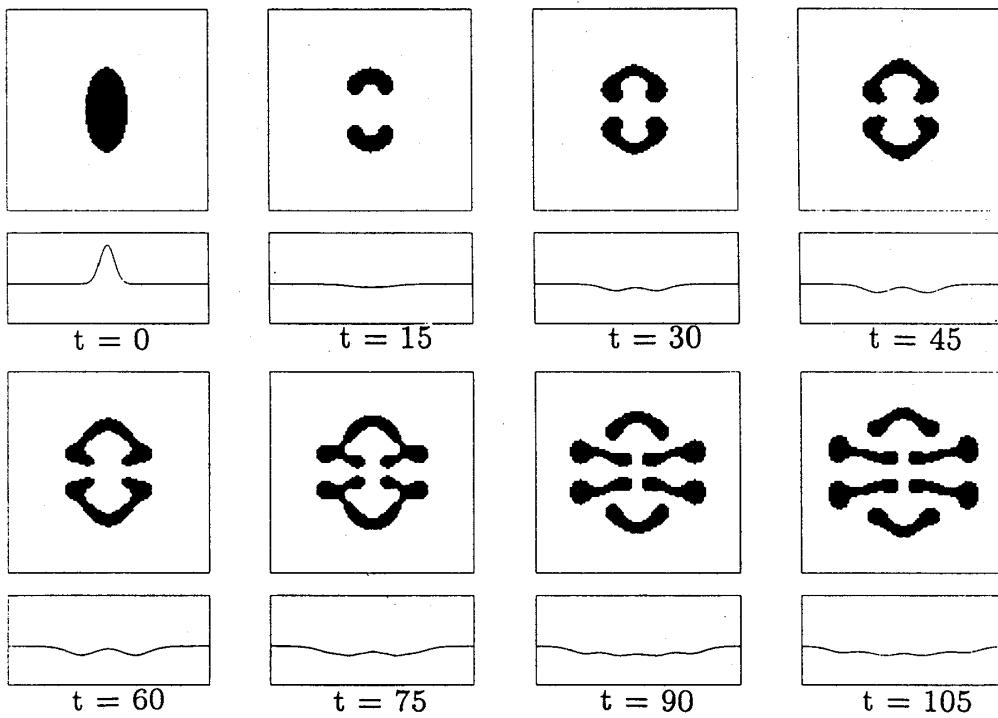


図 2: ドメインの分裂現象。パラメータは図 1 と同じ