

Young 図形を用いた Spin の完全系¹⁾

電気通信大学電子工学科

齊藤 理一郎

量子力学における置換の対称性は、系を構成する粒子の統計性と密接に関係し、1920年代から調べられてきた。特に、物理系の回転等の対称操作の群であるユニタリ群と置換対称操作の群である対称群は、同時に両方の群の規約表現となるような表現が可能であり、 N 個の spin $1/2$ の系の spin 関数を作ることができる²⁾。得られる spin 関数は、ユニタリ群 (回転群) の表現になっていることからわかるように、直交関数系をなす。しかし得られた関数は、他の関数との直交性を持つための項がつくため非常に複雑である。例えば $\alpha_1\beta_2\alpha_3\alpha_4\cdots\alpha_N$ 型の関数に展開したときの項の数が N の増加に伴い非常に増える。逆に直交性を無視すれば一次独立な spin 関数の作り方は一意ではなくなるが、置換対称操作に対して整数係数で表される演算を及ぼす様な、より自然な関数を作ることができることがわかった³⁾。本報告では、対称群の規約表現である Young 図形を用いた $S^{\text{tot}}=S$, $S_z^{\text{tot}}=M$ のスピン関数系を作り、それが自然な形 (上記の関数型で展開したとき最少の項数に対応する) 完全系であることを示した。これを用いて、 S^{tot} の保存する物理系、例えばハイゼンベルグ模型⁴⁾、ハバード系、 t - J 模型等での行列要素の演算を全て整数演算にできることを原理的に示した。

References

1. R. Saito: *in preparation*
2. 犬井鉄郎他著「応用群論」裳華房 §14.5。
3. R. Saito: A proof of the completeness of the non crossed diagrams in spin $1/2$ Heisenberg model, *J. Phys. Soc. Japan* **59**, pp.482-491 (1990).
4. T. Ishino, R. Saito, H. Kanimura: Symmetry studies of antiferromagnetic Heisenberg model, *J. Phys. Soc. Japan* **59** pp. 3886-3897 (1990).