

変分原理による脳の機能分化の条件

津田一郎

中部大学創発学術院(Chubu University Academy of Emerging Sciences)

本稿は北大の行木孝夫氏が組織した RIMS 共同研究（公開型）「てんかんの数学的研究」で行った講演の概要である。

1. **脳の機能分化**に関する神経機構を解明するために、**拘束条件付き自己組織化**を提案した[1]。これは従来の自己組織化理論とは異なり、システム全体に拘束をかけて、その拘束を満たすようにシステムの要素を変化発展させ、要素が特別な機能を実現するように分化していく枠組みを与えるものである。
2. 本講演ではそのための数理モデルを二つ提案した。

一つは、システムの中で要素力学系としてニューロン（神経細胞）と類似の活動を起こす力学系が分化するモデルを提案した。力学系の結合系に対して、力学系のパラメーター集合を遺伝子とみなす。外部入力として複雑な時系列を与え、その情報量をシステムに損失をできるだけ少なくするように伝搬させることを目的として、それを達成するように進化ダイナミクスを実行する。その結果、ニューロンやグリア細胞に類似の活動を示す力学系が要素力学系として進化した。この研究の意義は、生物進化においてなぜニューロンやグリア細胞が出現したか（分化してきたか）に対する情報論的な一つの回答を与えていることである。すなわち、ニューロンやグリアは外部情報を生体内に最も効率よく伝搬させる装置として分化してきたのではないか、ということである[2]。

もう一つは、リザーパソコンピューターを改良して、内部ネットワークに進化ダイナミクスを適用し、視覚刺激、聴覚刺激それぞれに特異的に反応するニューロンの分化を実現した[3]。この時、内部ネットワークの構造がランダムネットワークからフィードバックネットワークを内包したフィードフォワードネットワークに発展することを数値的に観察した。これは爬虫類から哺乳類への海馬の進化に見られるネットワーク構造の発展と極めて類似しており、また最近マウスや人の大脳皮質で観測された局所ネットワーク構造とも類似している、という点は注目に値する。

3. **拘束条件付き変分問題**のハミルトン系での先行研究を紹介した。量子力学の創始者のひとりでもあるポール・ディラックが同種の問題にチャレンジしていたことは興味深い。また、問題を非線形のハミルトン・ヤコビ方程式の求解問題とした時、制御項を適当に繰り込むことで線形のシュレーディンガー方程式に帰着できる構造があり、拘束条件付き最適制御問題を量子・古典対応との対比において解決する道筋がハミルトン系では存在していることを示した。
4. 拘束条件付き変分問題として**バコノミックス力学**を紹介した。ボンフォッファアーファ

ンデル・ポル方程式にエネルギーに関する拘束条件を与え制御項を追加した時に、安定リミットサイクルから安定不動点へ制御する問題を紹介した。これを解決するための数学研究が行われている[4]。

5. **意識の問題**を最近の研究動向とは異なる方向から考えた。超伝導のジョセフソン効果で知られるブライアン・ジョセフソンの文脈依存仮説[5]と筆者の抑制性ニューロンによるマスク仮説[6]を紹介した。またこの問題を拘束条件付き自己組織化の観点から、**稀現象と極端現象**を数学的に定義することで科学的に議論できる可能性を示した。
6. **てんかん発作の予兆現象**を捕まえるための指標として**確率利得(probability gain)**の考え方を紹介した。これは地震学で使われている概念である。

発作を E 、予兆を ps と書くと、予兆が起きたとき発作が起きる確率は、 $N(z)$ を事象 z の回数として、

$$P(E|ps) = N(E|ps)/N(ps) \quad (1)$$

この定義では予兆が起きても発作が起きないことがあることを考慮に入れている。予兆が起きて発作が起きなかった回数を $N(na|ps)$ とすると、

$$N(E|ps) + N(na|ps) = N(ps) \quad (2)$$

発作が頻繁に起こるなら予兆自体は大きな意味をもたなくなるが、発作が稀現象であるならば予兆の観測は意味がある。そこで、次の量を定義して**発作の確率利得**と呼ぶ。発作が起こる確率を $P(E)$ として、

$$P_g(E) = P(E|ps)/P(E) \quad (3)$$

$P_g(E)$ は1を超えることもあるので確率ではないが、発作が稀に起こるかどうかを反映した指標である。なお、発作を極端現象と考えると上の極端現象の定義（ここでは述べない）が使える。患者ごとに確率利得を計算したらどうだろうか。

謝辞 本研究は RIMS 共同研究からの援助を受けて行われた。また、研究成果の一部は文部科学省新学術領域研究「非線形発振現象を基盤としたヒューマンネイチャーの理解」

Grant Number 15H05878、ならびに JST CREST「人間と情報環境の共生インタラクション基盤技術の創出と展開」Grant Number JPMJCR17A4 の支援のもとに行われた。

参考文献

- [1] Tsuda, I., Yamaguti Y. and Watanabe, H. Self-organization with constraints – A mathematical model for functional differentiation, *Entropy* **18**, 74 (2016); doi:10.3390/e18030074.
- [2] Watanabe, H., Ito, T., and Tsuda, I. A mathematical model for neuronal differentiation in terms of an evolved dynamical system, *Neuroscience Research*, Available online 18 February, 2020.

- [3] Yamaguti, Y. and Tsuda, I. *in preparation*, 2020.
- [4] Nakamura, F. Asymptotically stable control problems by infinite horizon optimal control model with negative discounting. Preprint, 2020.
- [5] Josephson, B. D. A theoretical analysis of higher states of consciousness and meditation. *Current Topics in Cybernetics and Systems*, Proceedings of the Fourth International Congress of Cybernetics & Systems 21–25 August, 1978 Amsterdam, The Netherlands. pp3-4.
- [6] Tsuda, I. A hermeneutic process of the brain, *Prog.Theor.Phys.*, suppl.79(1984), 241-259; Tsuda, I., Koerner, E. and Shimizu, H. Memory dynamics in asynchronous neural networks. *Prog.Theor.Phys.*, **78**(1987), 51-71.