

【 47 】

氏 名	辰 馬 伸 彦 たつ うま のぶ ひこ
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	論 理 博 第 215 号
学位授与の日付	昭 和 42 年 9 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学 位 論 文 題 目	A duality theorem for locally compact groups (局所コンパクト群における双対定理)
論文調査委員	(主 査) 教 授 吉 沢 尚 明 教 授 永 田 雅 宜 教 授 戸 田 宏

論 文 内 容 の 要 旨

主論文においては、ユニタリ表現論における「双対定理」を一般の局所コンパクト群に対して定式化し証明している。

一般に、ある位相群の「ユニタリ表現」というのは、1つのヒルベルト空間の上のユニタリ作用素による連続表現のことである。さて、ある群に対する「双対定理」とは、すべての既約ユニタリ表現の集合から逆にもとの群を構成しようとする原理である。可換群とコンパクト群に対しては、1930年代に、定式化し証明されたが、主論文はこの問題を一般の群に対して完全に解決したものである。

申請者は、双対定理を2つに分けている。まず「強い双対原理」は次の様に定式化される。

『仮定(1)群Gの既約ユニタリ表現の全体を G^* とし、その中にテンソル積によって結合法則を与える。すなわち二つの表現 U と V に対して $U \otimes V$ が G^* の上の積分で表わされる：

$$U \otimes V = \int W dm(W; U, V).$$

(2) $T(V)$ を表現 V にそのヒルベルト空間のユニタリ作用素を対応させる作用素場とし、これがある正則性の条件(C)を満足するとする。 $T(V)$ は更に G^* の結合法則と整合とする。すなわち、 $T(U \otimes V) = T(U) \otimes T(V)$ 。この様な T を G^* の「表現」と呼び、この全体を G^{**} で表わす。

結論 G^{**} は G と同型の群となる。』

次に「弱い双対原理」とは、上の G^* の代りに G のすべての（既約とは限らない）ユニタリ表現の全体をとった場合の、同様の命題である。

まず、この弱い双対原理がすべての局所コンパクト群に対して成立することが証明される。これを「弱い双対定理」と呼んでいる。

強い双対原理は一般には真でないで、これが成立する群を決定することが問題となる。この範囲は I 型の群（すなわちすべての因子表現が I 型となる群）の全体となる。

G^* から G を実際に決定するには、 $T(U)$ の満すべき正則性の条件 (C) が使い易いものでなければ

ならない。主論文の後半はこの考察に当てられている。それによると、 G が半単純リー群またはある種の半直積群の場合には、(C) は簡単な形のもので十分である。例えば非斉次ローレンツ群はこの場合に属する。 G が更に非コンパクト単純群の場合は、条件 (C) は更に簡明となる。

参考論文〔4, 5〕は、双曲群の強い双対定理を証明したものである。参考論文〔6~10〕では、主論文の部分的結果の速報とともに、個々の場合に双対定理を研究している。〔1〕は、表現論におけるある基本的定理の証明を与えたもので、また〔2, 3〕は、非斉次ローレンツ群に対するクレブシュ・ゴルダンの公式を与えている。

論文審査の結果の要旨

申請者の提出論文は、すべて群のユニタリ表現の理論に関するもので、内容の多くは主論文に結集されている。

主論文は、一般の群に対して双対定理を定式化し証明したものであるが、この定理は、1930年代に、可換群に対して Pontrjagin により、コンパクト群に対して淡中忠郎と M. Krein によって証明された。しかし応用上より重要な群（例えば非コンパクトなリー群、特にローレンツ群など）に対しては、その正否は勿論、定式化の方法も明らかでなかったのである。申請者は、この問題の研究中、まず参考論文〔4, 5〕において、双曲群に対する双対定理を得た。これは上に述べた古典的な場合を超える最初の結果であった。これにつづいて、これらの事実の綿密な分析によって、申請者は、双対定理の内容が強弱2段階に分かれることを認識した。これは重要な発見であって、これによって双対原理の組織的な研究がはじめて可能となったのである。

更にこの研究によって、古典的な諸定理の間の差異と、双対定理が成立する根拠が明らかにされた。弱い双対定理の証明は、これを幾何学的な変換群に関するある簡明な命題に帰着させる部分と、その命題の証明とに分かれており、この証明方法は、双対定理の従来予想されていなかった機構を明らかにした。

また申請者が、主論文の後半で特殊な型の群に対して、簡単な形の定理を証明していることは、将来この定理の応用の可能性を開くものとして、重要であると思われる。

これと関連して、参考論文〔2, 3〕において研究された非斉次ローレンツ群のクレブシュ・ゴルダンの公式は、理論物理学からの示唆によるものであるが、はじめて数学的に厳密に導びかれたものである。

以上の審査によって、提出された論文は、理学博士の学位を授与するに十分な価値をもつものと判定される。