

カルマンフィルターによる火山性磁場変動検出の試み

神田 径・藤井郁子*

* 気象庁地磁気観測所

要 旨

火山性の長周期磁場変動を効率よく取り出すための手法の開発を行った。観測時系列は、時間的に滑らかに変動するトレンド、変動周期がおおよそJの波群、参照点における地磁気3成分と相関する成分、観測ノイズ、の4つの成分から構成されるとし、各成分に拘束条件を与えて状態空間モデルで定式化し、カルマンフィルターを用いて解いた。この手法を口永良部島で観測された全磁力データへ適用したところ、やや長期の欠測がある場合でも、ある程度の精度で各成分に分解することができ、抽出された観測点毎の変動量から、活動火口周辺直下で熱消磁が続いていることが明らかとなった。

キーワード： 地磁気変化、火山、カルマンフィルター、時系列モデル、口永良部島

1. はじめに

火山活動に伴う火山体内部の温度・圧力状態を、地表の全磁力観測から捉えようとする試みが各地で多数行なわれており、火山体内部のエネルギー蓄積状況を知りうる数少ないデータとして、火山活動の評価に活用されている(例えば、Tanaka, 1993)。ところが、地表で観測される磁場には、地球中心核起源の変動、電離層・磁気圏起源の変動、海流起源の変動などが含まれており、多くの場合、火山活動起源の変動はそれらの主要成分に埋もれた微弱な信号であるので、観測値から他の変動を除去して火山性磁場変動を抽出する作業が必要となる。

従来までは、卓越する成分がリージョナル～グローバルな変動であることを利用して、火山活動の影響をほとんど受けない近くの観測点で同時に測定した参照データとの差を求め、局所的な火山性磁場変動だけ取り出す、という考え方を採用したものが多い。差の求め方の違いにより、単純差、HD補正(田中ら, 1978)、確率差分法(例えば、Dabis et al., 1981)などがある。しかしながら、参照点に割り当てられたデータに欠測やノイズがある場合には、得

られる地点差にも直接影響が現れることや、限られた観測点分布からできるだけ多くの火山性磁場変動の情報を得たい、などの理由から、各観測点の時系列データから直接火山性磁場変動を抽出する手法の開発が必要であった。

本稿では、定常的に観測を行なっている標準観測所のデータを参照点として使用し、観測値に含まれる卓越成分を精度良くモデル化することにより、従来に比べて信頼しうる火山性磁場変動を抽出する方法について報告する。

2. 時系列モデルとカルマンフィルター

火山性変動の抽出を行なうには、多種の変動との性状の違いを理解する必要がある。通常、火山地域で観測される全磁力値は、火山性変動、主磁場変動、電離層・磁気圏変動、太陽活動に起因するSq、海洋潮汐起源の変動、地表付近の岩石磁化の温度変動、の6種の変動成分とノイズから構成されると考えられるが、その周期帯・波長・ソースなどの特徴で分類すると、4つのグループに大別することができる。1つ目は、抽出すべき火山性変動を指し、火山

活動地域内で他成分とは無関係にゆっくり変化するトレンドと考えられる。2つ目は、Sq、海洋潮汐、岩石磁化の温度変動などで、概ね決まった周期 (12 時間/24 時間/半年/1 年) の波群と考えられる。3つ目は、電離層・磁気圏変動で、地球外に起源を持つグローバル～リージョナルな変動であるので、参照データを用いて表現可能である。そして最後が主磁場変動であり、波長が長いので広い範囲で共通し、かつ、観測期間に比べて変動の周期が非常に遅いため定数として扱う。

以上の考えに従えば、変動成分は主磁場以外の3つのグループであるので、火山性磁場変動を抽出するためのモデルは、平均値を除いたある時間 i における観測値 $f(i)$ を、式 (1) のように、時間的に滑らかに変動するトレンド $t(i)$ 、変動周期がおよそ J の波群 $s(i)$ 、参照点における地磁気3成分 ($X(i), Y(i), Z(i)$) と相関する成分 $r(i)$ 、観測ノイズ $w(i)$ 、の4つの成分の和で表現することができる。

$$f(i) = t(i) + s(i) + r(i) + w(i) \quad (1)$$

ただし、それぞれの成分について拘束条件は、

$$t(i) - 2t(i-1) + t(i-2) = u(i) \quad (2)$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} s(i-j) = v(i) \quad (3)$$

$$r(i) = \sum_{j=-L}^K \left[A_j X(i+j) + B_j Y(i+j) + C_j Z(i+j) \right] \quad (4)$$

$$w(i) \sim N(0, \tau_o^2) \quad (5)$$

である。トレンド成分 $t(i)$ は、どのような関数に近いかわからないため、式 (2) のように2階微分が小さい ($u(i)$ は平均0、分散 τ_t^2 の正規分布に従う) という比較的拘束の少ないモデルを選んだ。周期成分 $s(i)$ については、周期が若干違う波が多数あることや、同じ周期でも季節変動などの変調があることを考慮して、周期 J にわたって足し合わせたら0に近い ($v(i)$ は平均0、分散 τ_s^2 の正規分布に従う) という形にした (式3)。外部磁場成分 $r(i)$ は、参照データとの関係が定常的で、現象の時間差や減衰があることから、過去 L ・未来 K サンプルとの定数係数による線形和で表現することとした。すなわち、式 (4) において、 A, B, C は参照データとの線形相関を表す定数係数であるが、その数 $K + L + 1$ は可変である。式 (5) のノイズ成分には、平均0、分散 τ_o^2 の正規分布に従うランダムノイズを仮定した。

このモデルの解釈として、観測値は系の状態の時間発展の一部を観測したものであるとすることができるので、式 (1)~(5) を状態空間モデルで定式化し (付録1)、カルマンフィルターで解く手法を適用した (付録2)。各成分をコントロールする超パラメータのうち、 τ_o^2 については尤度最大化により決定し (北川, 1993)、また、今回は滑らかなトレンドを得るため、 τ_t^2 は 10^{-5} で固定した値を用いた。 τ_s^2, K, L については、ある決まった範囲の組み合わせを順に計算し、AIC (Akaike, 1974) が最小となる超パラメータの組み合わせで得られた解を最適解とした。

3. 擬似データへの適用

カルマンフィルターによる火山性磁場変動時系列モデルの動作を確認するために、まず、擬似データ

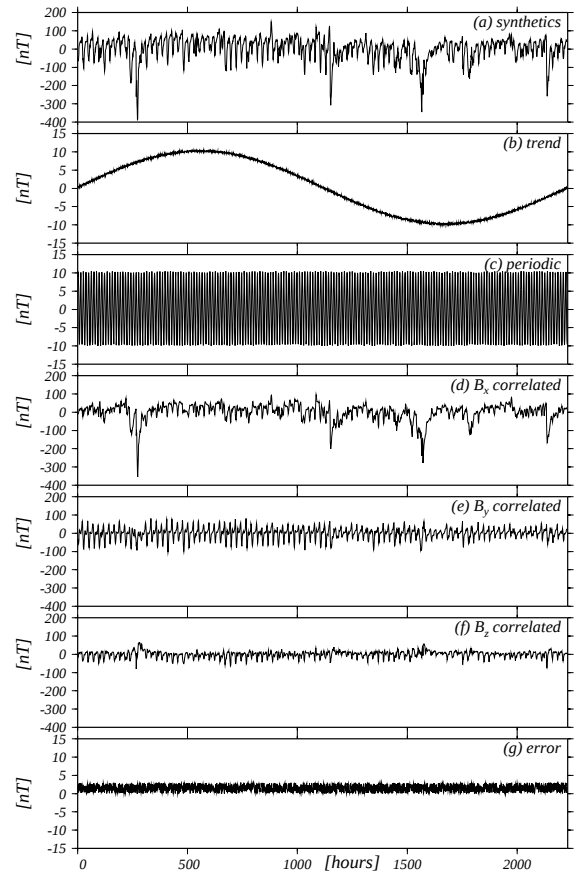


Fig. 1 Synthetic data and its original components: (a) synthetic data used for the validity test, (b) trend component, (c) periodic component, (d, e, f) external components correlated to the NS (B_x), EW (B_y), and vertical (B_z) component of the geomagnetic field observed at KAK, and (g) observation noise.

に対して解析を行なった。Fig.1 に、動作試験に使用した合成データとそれぞれの成分の内訳を示す。3ヶ月分の全磁力毎時値をイメージし、参照データには気象庁地磁気観測所柿岡 (KAK) の磁場毎時値 3 成分を使用して、長さ $K = L = 2$ の 3 成分に共通するフィルター係数を使った ($\{A_{-2}, A_{-1}, A_0, A_1, A_2\} = \{0.1, 0.5, 1.0, -0.1, 0.1\}$; $A_j = B_j = C_j$)。周期成分は 12 時間周期の正弦波に振幅の 5% のランダムイズを追加し、トレンドは全期間で 1 周期となる正弦波に振幅の 5% のランダムイズを加えた。観測ノイズには、外部磁場に相関する 3 成分の和の振幅の 5% のランダムノイズを与えた。

Fig.1 の合成データを入力したとき、カルマンフィルターで得られた最適解を Fig.2 に示す。比較のため、入力した合成データも同時に表示した。2463 回のイタレーションを行い、677MHz の CPU で約 150

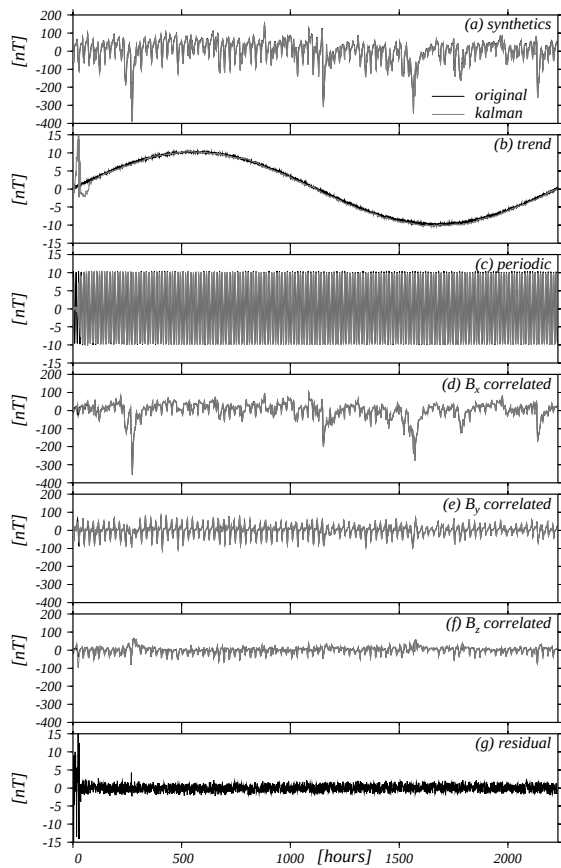


Fig. 2 Comparison between the synthetic data shown by Fig.1 (thin lines) and results of the Kalman filter solution (thick gray lines): (a) whole time series, (b) trend component, (c) periodic component, (d, e, f) external components correlated to B_x , B_y , B_z , and (g) residuals between the synthetic and the predicted data shown in (a).

分の計算時間がかかった。カルマンフィルターの最適解は、初期値の影響のため最初の数十時間に大きな変動が見られるが、その後は入力した合成データの成分と良く一致している。設計したモデルが妥当で、解法アルゴリズムも正しく動作しているものと思われる。また、計算時間、精度も実用に耐えるレベルである。ただし、より操作しやすいプログラムにするためには、初期値の設定方法を改良して影響が小さくなるように改良すべきであろう。

4. 口永良部島で観測されたデータへの適用

口永良部島では、火山体内部の熱的状态の変化を捉えることを目的として、過去に水蒸気爆発を繰り返した新岳火口の北側に 1 箇所と南側に 2 箇所の合計 3 箇所で、2000 年 8 月より全磁力連続観測が行なわれている (Fig.3; 神田ら, 2001)。これまでの約 2 年間の観測において、3 観測点の相互参照による地点差データに基づく解析から、火山活動に起因すると考えられる数 nT 程度の全磁力変化が明らかになっている (神田ら, 2002)。

この変化は、活動火口より北側の点から南側の点を引いたデータに対しては増加傾向が見られ、南側の点どうしではやや減少傾向が見られるという、活動火口下で熱消磁が起こった際に期待される変化傾

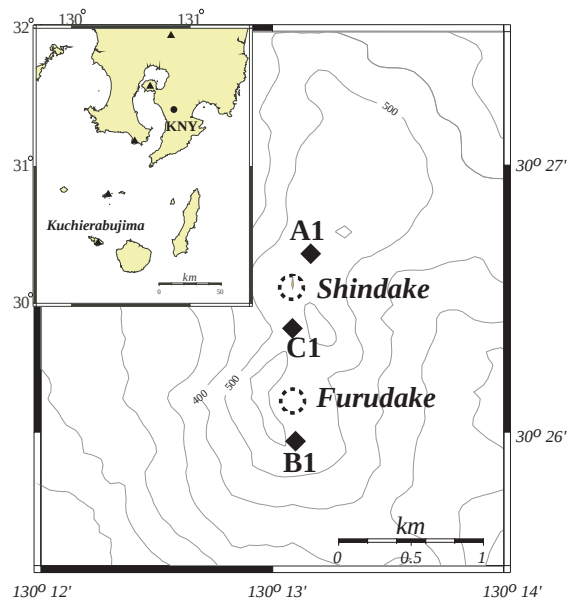


Fig. 3 Locations of Kuchierabujima volcano and observation sites of geomagnetic total intensity (solid diamonds) around the summit area. Dotted circles show craters, in which Shindake is the active one.

向を示すものであった。しかしながら、離島での観測のため欠測が多く、地点差データで処理していることもあって、各観測点の変動量や変動が始まった時期を特定するまでには至っていなかった。さらに、観測されたデータの日平均値は、3 観測点とも減少の長期的傾向を示していたため、変動の原因となるメカニズムを確定させるためには、観測点毎の変動量を見積る必要があった。

Fig.4 は、参照点として口永良部島から約 120km 離れた気象庁地磁気観測所鹿屋 (KNY) のデータを用いた解析例である。C1 点における約 2 年 2 ヶ月間の毎時値データに対して、トレンド成分、周期成分 ($J = 24h$)、外部磁場成分を分離した。時系列の欠測の前後および時系列の最初の数時間を除く全期間で、観測データとの残差が $\pm 3nT$ 以内の高精度に、時系列が推定できていることがわかる。途中で

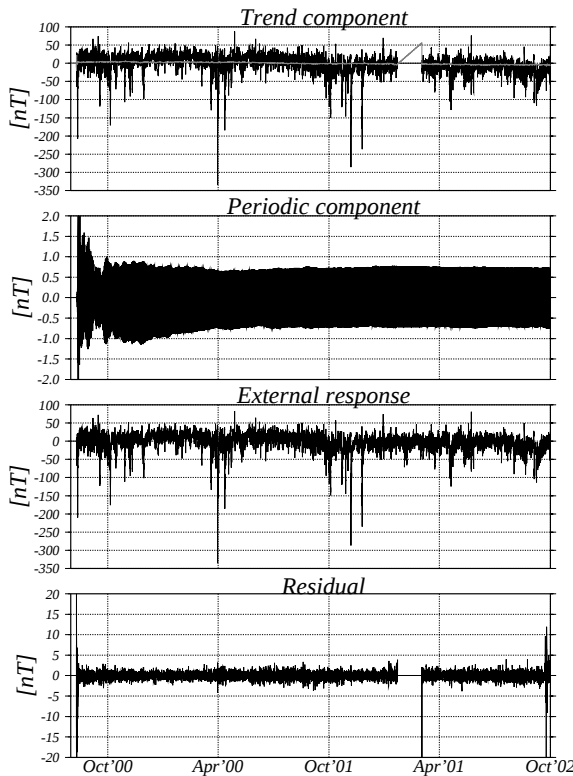


Fig. 4 An example of solutions obtained by the time series analysis with the Kalman filter for the hourly mean data observed at site C1. The data at KNY were used as the reference and periodic component of $J = 24h$ is decomposed. The optimized solution was given when $\tau_s^2 = 3.16 \times 10^{-6}$, $K = 2$, and $L = 8$. Maximum likelihood estimation for the variance of the observation noise was $\tau_o^2 = 6.97 \times 10^{-1}$.

約 40 日間の欠測があるが、標準観測所のデータを使用しているため、欠測による情報の欠落は、欠測期間中およびその前後数時間に限定されている。

約 1,300km 離れた柿岡 (KAK) を参照点に用いた解析も行なってみたが、残差が $\pm 10nT$ を超える結果が得られ、KNY を参照点にした場合ほど時系列の推定が良くなかった。これは、外部磁場成分の推定の精度が悪いことが原因で、特に、KNY を参照点とした場合には外部磁場成分として分解された長周期トレンドが、トレンド成分として分解されていた。外部磁場成分の推定が精度良く行なえなければ、周期成分やトレンド成分にその影響を相殺する形で転嫁されるので、参照点は観測点にある程度近い場所が望ましい。

Fig.5 には、観測データと予測時系列および Fig.4 で分解された各成分のパワースペクトル (Chave et al., 1987) を示す。観測データと予測時系列はパワースペクトルもほぼ重なっており、良い推定が行なえていることを示している。分解された外部磁場成分のパワーには、1 日周期やその高調波のピークが見られる。一方、周期成分の方にもそれらのピークが見られるが、そのパワーは外部磁場成分のものより小さい。恐らく、周期成分として分解される成分は、参照点との線形相関だけでは表現しきれない残りの成分が分解されているものと考えられる。この解析

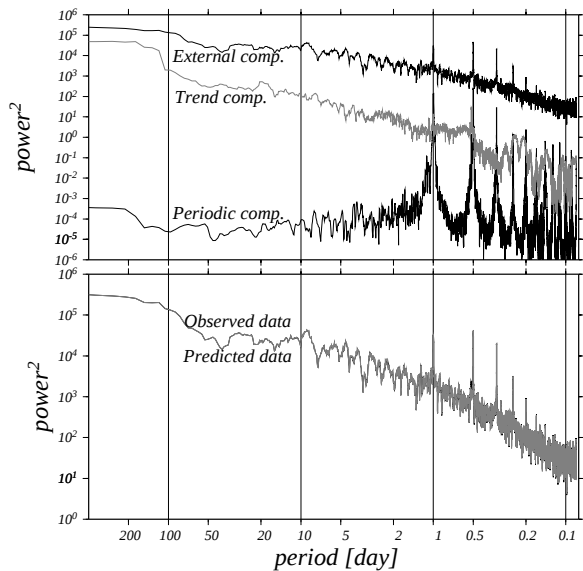


Fig. 5 Power spectrum of the observed data at C1 and the predicted result by the Kalman filter with the reference data of KNY shown in Fig.4. Powers of the decomposed components are also shown in the upper panel.

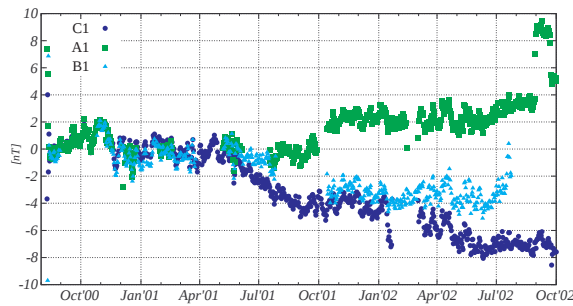


Fig. 6 Trend components extracted from the data of three observation sites by the time series analysis based on the volcanomagnetic variation model with the Kalman filter algorithm.

例では、24 時間周期を分解成分としたが、その高調波もよく表現できている。ただし、トレンド成分にも半日周期にピークが見られることから、完全には分解されていないことがわかる。また、トレンド成分は 100 日以上でパワーが大きくなっている。分解能がないため明らかではないが、外部磁場成分には含まれない、例えば半年周期成分がトレンド成分に含まれていることが考えられる。

3 観測点全てのデータに対して時系列解析を行い、その結果抽出された各観測点のトレンド成分を Fig.6 に示す。参照点として KNY のデータを用い、分解周期を 24 時間として 1 時間値を解析した結果である。生データでは減少傾向に見えた活動火口北側の A1 観測点では増加のトレンドを示し、南側の 2 点 (B1, C1) では減少傾向を示すことが明らかとなった。この 3 点の全磁力変化の傾向は、活動火口周辺直下で熱消磁が起こった場合に期待される変動傾向に一致する。全磁力の減少は、まず新岳火口の 500m 南の C1 点において 2001 年 5 月頃に始まり、引き続いて 1km 南の B1 点でも減少をはじめ、新岳北側の A1 点においては逆に増加を始めた。この変化は、2001 年 10 月頃に一旦止まるが、2002 年 3 月頃から減少を再開し、C1 におけるトータルの変化量は、2002 年 9 月までの時点で約 $8nT$ に達する。全磁力が変化し始めた時期は、山頂での地震がそれまでのレベルに比べて有意に多くなり始めた時期と対応しており、火山体内部の状態に何らかの変化があったことが推察される。

5. まとめ

火山性の長周期変動を観測点毎に取り出すための手法を開発した。観測磁場中に含まれる (1) トレン

ド成分 (火山性磁場など)、(2) 周期成分 (S_q 、海洋潮汐、温度変動など)、(3) 参照データと相関する外部磁場成分 (電離層・磁気圏起源変動)、(4) 観測ノイズ、の 4 成分のあからさまな分離を目的として時系列モデルを設計し、カルマンフィルターによって解いた。単純な合成データの入力に対し、4 つの成分を分離する目的は達成しており、計算精度・スピードも十分実用に耐えられるものであった。

口永良部島で観測された全磁力データへ開発した手法を適用したところ、欠測のない標準観測所のデータを参照点として用いることで、やや長期の欠測がある場合でも、トレンド成分、周期成分、外部磁場成分にある程度の精度で分解することができた。抽出された観測点毎のトレンド成分は、新岳火口周辺直下で熱消磁が続いている場合に期待される変化傾向を示し、これまでの解析ではわからなかった、火山起源の磁場変動が始まった時期や観測点毎の変動量がはじめて明らかとなった。

謝 辞

口永良部島での連続観測では、鹿児島県消防防災課、上屋久町役場および同口永良部島出張所からの多大な支援を受けた。解析には、気象庁地磁気観測所柿岡および鹿屋の一分値データを使用した。本研究の経費の一部は、文部科学省科学研究費補助金 (奨励研究 (A) : 12740261) および京都大学防災研究所 21 世紀 COE プログラム「災害学理の究明と防災学の構築」によるものである。

参考文献

- 神田 径・田中良和・宇津木 充・井口正人・石原和弘 (2001): 衛星通信を利用した口永良部島火山における地磁気全磁力連続観測, 京都大学防災研究所年報, Vol.44 B-1, pp.327-332.
- 神田 径・田中良和・宇津木 充 (2002): 口永良部島火山における全磁力連続観測, 薩摩硫黄島火山・口永良部島火山の集中総合観測, pp.109-119.
- 北川源四郎 (1993): FORTRAN77 時系列解析プログラミング, 岩波書店, 390 pp.
- 田中良和・増田秀晴・河村まこと・大地 洸・加藤 誼司・馬場広成・吉野登志男 (1978): 阿蘇火山地域での全磁力測量—(1977), 阿蘇火山の集中総合観測 (第 1 回) 報告 (1977 年 8~12 月), pp.31-39.

Akaike, K. (1974): A new look at the statistical model identification, IEEE Trans. Autom. Control., Vol.AC-19, p.716.

Chave, A. D., Thomson, D. J. and Ander, M. E. (1987): On the robust estimation of power spectra, coherences, and transfer functions, J. Geophys. Res., Vol.92, 633–648.

Davis, P. M., Jackson, D. D., Searls, C. A. and McPherron, R. L. (1981): Detection of tectonomagnetic events using multichannel predictive filtering, J. Geophys. Res., Vol.86, pp.1731–1737.

Tanaka, Y. (1993): Eruption mechanism as inferred from geomagnetic changes with special attention to the 1989–1990 activity of Aso Volcano, J. Volcanol. Geotherm. Res., Vol.56, pp.319–338.

付録 1

第 (1) ~ (5) 式の状態空間モデルは、状態空間ベクトル $x(i)$ を用いて、

$$f(i) = H(i)x(i) + w(i) \quad (6)$$

$$x(i) = F(i)x(i-1) + G(i)q(i) \quad (7)$$

と表現することができる (例えば、北川, 1993)。ただし、

$$x(i) = \begin{pmatrix} t(i), t(i-1), \\ s(i), s(i-1), \dots, s(i-J+2), \\ A_{-L}, \dots, A_K, \dots, B \dots, C_{-L}, \dots, C_K \end{pmatrix}^t$$

$$q(i) = \begin{pmatrix} u(i), v(i), 0 \end{pmatrix}^t$$

$$F(i) = \begin{pmatrix} F_t & O & O \\ O & F_s & O \\ O & O & F_r \end{pmatrix},$$

$$G(i) = \begin{pmatrix} G_t & O & O \\ O & G_s & O \\ O & O & G_r \end{pmatrix},$$

$$H(i) = \begin{pmatrix} H_t, H_s, H_r \end{pmatrix}$$

$$F_t = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$F_s = \begin{pmatrix} -1 & -1 & \dots & -1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$F_r = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$G_t = (1, 0)^t, \quad G_s = (1, 0, \dots, 0)^t,$$

$$G_r = (0, 0, \dots, 0)^t$$

$$H_t = (1, 0), \quad H_s = (1, 0, \dots, 0),$$

$$H_r = (X(i-L), \dots, Y \dots, Z(i+K))$$

である。

付録 2

時刻 j までのデータ $Y_j = \{f(1), f(2), \dots, f(j)\}$ を用いた時の状態 $x(i)$ の条件付平均と分散共分散行列を

$$x_{i|j} \equiv E(x(i)|Y_j), \quad (8)$$

$$V_{i|j} \equiv E(x(i) - x_{i|j})(x(i) - x_{i|j})^t \quad (9)$$

とした時に、初期値 $(x_{0|0}, V_{0|0})$ の組から時間 i の状態 $(x_{i|i}, V_{i|i})$ を逐次的に効率よく求めてゆく一連のアルゴリズムがカルマンフィルターである。時刻 $i-1$ までのデータから時刻 i の状態を推定する一期先予測と時刻 i までのデータから時刻 i の状態を推定するフィルターのアルゴリズムがあり、これらを交互に使いながら現在の状態まで解いてゆく。

[一期先予測]

$$x_{i|i-1} = F_i x_{i-1|i-1}$$

$$V_{i|i-1} = F_i V_{i-1|i-1} F_i^t + G_i Q_i G_i^t$$

[フィルター]

$$x_{i|i} = x_{i|i-1} + K_i(f(i) - H_i x_{i|i-1})$$

$$V_{i|i} = (I - K_i H_i) V_{i|i-1}$$

$$K_i = V_{i|i-1} H_i^t (H_i V_{i|i-1} H_i^t + R_i)^{-1}$$

An attempt to detect the volcanomagnetic variation by a Kalman filter algorithm

Wataru KANDA and Ikuko FUJII*

* Kakioka Magnetic Observatory, Japan Meteorological Agency

Synopsis

A new procedure to extract the long-period volcanomagnetic variation was developed. A time series model including a trend component, a periodic component, an external magnetic field response, and a white noise was considered and separated to each component with a Kalman filter algorithm. The method was applied to the geomagnetic total intensity data observed at Kuchierabujima volcano and worked well against the data with a long-term defect by using the data of a standard geomagnetic observatory as the reference data for the estimation of the geomagnetic field variation of external origin. The extracted trend component of each observation site revealed that thermal demagnetization is going on at depth around the Shindake active crater.

Keywords: geomagnetic variation, volcano, Kalman filter, time series model, Kuchierabujima