

非定期点検を伴う 2 ユニット並列システムの保全問題

Maintenance Problem for 2-unit Parallel System with Non-Periodic Inspection

鳥取大学工学研究科 * 藤原 智裕 (Tomohiro Fujiwara)

鳥取大学工学部 ** 佐藤 毅 (Takashi Satow)

河合 一 (Hajime Kawai)

*: Graduate School of Engineering, Tottori University

**: Faculty of Engineering, Tottori University

1. はじめに

システム故障には、直ちに故障だと確認できる場合とできない場合がある。前者は故障が確認されると直ちに修理や取替などの保全を実施することができる。しかし、後者はシステムの状態を把握するために点検が必要となる。システム保全の研究において、点検は「定期点検」、「非定期点検」および「状態依存型点検」の 3 種類に分類することができる。定期点検とは、あらかじめ定めた一定時間毎に点検を実施する形態であり、最も一般的に普及していると考えられる。定期点検を伴う保全の場合、点検周期を長く設定するとシステム劣化を把握する機会が減り、長時間故障状態のまま放置される可能性がある。一方、点検間隔を短くすると、点検回数増加に伴う点検費用増加が起り、無駄な費用を費やす可能性が増す。非定期点検とは、上記定期点検の欠点を解消するべく、一定の点検周期を設定せず点検を実施する形態である。点検時期は、システム運用当初に劣化過程を予測し、その予測に基づき点検実施計画を立てる。しかし、実際の劣化過程が当初予測した劣化過程と異なる特徴を示したとき、根拠のない点検が実施されることとなる。さらに、点検時のシステム状態を次点検時期決定の情報として活用する状態依存型点検が提案された。状態依存型点検モデルは、非定期点検モデルの欠点である環境変化にも対応できるモデルとして注目を集めている。状態依存型点検に関する研究において、Christer と Wang (文献 [1]) は、点検時にシステム劣化状態を完全に把握できるとした仮定のもと、次期点検時刻を決定する点検問題の考察を行った。Grall, Dieulle 等 (文献 [2]) は、準再帰特性を用いたシングルユニットシステムの保全問題について考察を行った。多くの保全・点検問題では、評価規範として単位時間当たりの期待総保全費用を用いている。一般に、単位時間当たりの期待総保全費用は、再生報酬定理 (文献 [4]) を用いることにより、1 サイクルあたりの期待保全費用を期待 1 サイクル長で割った値として導出する。しかし、状態依存型点検問題の場合、期待 1 サイクル長の導出が容易ではなく、先の評価規範の下における研究が進んでいない状態であった。しかし、Grall, Dieulle 等は準再帰特性を用いた定式化を試み、コンポーネントの取り替えと点検費用を考慮した単位時間当たりの期待総保全費用を導出した。さらに、数値実験により、予防取替を実施すべきシステム損傷の閾値についても考察した。また、Grall, Castanier 等 (文献 [3]) は、先の研究を受け、2 ユニット直列システムへの拡張を行っている。

本研究では, Grall 等 (文献 [3]) の研究を基礎にし, 状態依存型点検を伴う 2 ユニット並列システムの保全問題について考察を行う。システム劣化状態に着目し, システム予防保全レベル, 故障レベル, 機会取替レベルを考慮したうえで, 単位時間当たりの期待保全費用を導出する。

2. モデルの設定

コンポーネント i の劣化過程を表す確率過程を $X^{(i)} = (X_k^{(i)})_{k \in N}$ ($i = 1, 2$) とする。 k 回目の点検時刻を t_k とするとき, t_k から t_{k+1} までの時間間隔におけるコンポーネント i の劣化量は非負であり, パラメータ α_i をもつ確率変数 $\Delta_{(k,k+1)} X^{(i)}$ によりモデル化される。コンポーネント i における劣化増分の確率密度関数は $f_i(x) = \alpha_i e^{-\alpha_i x}$ で記述される。関数 $f_i^{(l)}$ は f_i の l 重たたみ込みを表す。コンポーネント i は, 劣化量が L_i を超えると直ちに故障となる。コンポーネント故障は直接把握できず, 点検によってのみ認識できる。直列構造の場合とは異なり, 両コンポーネントが故障した場合にシステムは故障となる。システム全体の劣化は, 確率過程 $(X_k)_{k \in N} = (X_k^{(1)}, X_k^{(2)})_{k \in N}$ によりモデル化される。システム取替には, 取替コストとセットアップコストが必要となる。セットアップコストは, 同時刻で 2 つのコンポーネントの取替が行われたとしても 1 度しか必要としない。 k 回目の点検時刻 t_k におけるコンポーネント i の劣化量 $X_k^{(i)}$ を $X_k^{(i)} = x_i$ として考察を進める。また, コンポーネント i の保全に関する閾値を $\xi_k^{(i)}$ ($k = 0, \dots, n_i$) として表す ($\xi_0^{(i)} = 0$)。予防取替レベルを $\xi_{n_i}^{(i)}$ と設定した場合, システム保全は以下の 3 段階により構成される。

(1) コンポーネントレベル

個々のコンポーネント劣化量を独立して考えた場合, コンポーネント i の劣化量が $x_i \in [0, \xi_{n_i}^{(i)})$ なら点検のみ, $x_i \in [\xi_{n_i}^{(i)}, L_i)$ なら予防取替, さらに $x_i \in [L_i, \infty)$ なら事後取替が行われるべき領域にあることを示している。ただし, 実際の取り替え実施はシステムレベルでの判断を待つことになる。(図 1 参照)

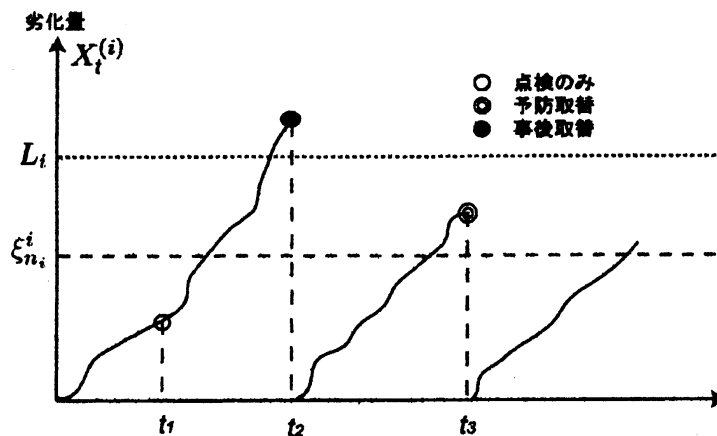


図 1: コンポーネントレベル保全概略図

(2) システムレベル

機会取替レベル $\xi_{n_i-r_i}^{(i)}$ を設定する。コンポーネント i の損傷量が $x_i \geq L_i$ で故障状態にあり、コンポーネント $j (j \neq i)$ の損傷量が $x_j \in [\xi_{n_j-r_j}^j, \xi_{n_j}^j)$ ならば、予防保全レベルには達していないが、近いうちに保全レベルに至ると考え機会予防取替を実施する。記号 $r_j (\leq n_j)$ は、管理者が決定することのできる機会取替レベルの調整項である。無論、コンポーネント i が故障状態であり、コンポーネント $j (j \neq i)$ の損傷量が $x_j \in [\xi_{n_j-r_j}^j, L_j)$ の場合においては、予防取替を実施する。また、コンポーネント i, j がそれぞれ $x_i \in [\xi_{n_i}^i, L_i), x_j \in [\xi_{n_j}^j, L_j)$ なら予防取替が行われる。さらに、コンポーネント i, j がそれぞれ $x_i \geq L_i, x_j \geq L_j$ で故障状態にある場合、事後取替が行われる。コンポーネントの損傷量が予防保全レベル未満である場合、機会取替以外においてはその運用は継続されシステムレベルでの再生は発生しない。図2における記号 R_j は、 j 回目のシステムレベル再生点を示している。

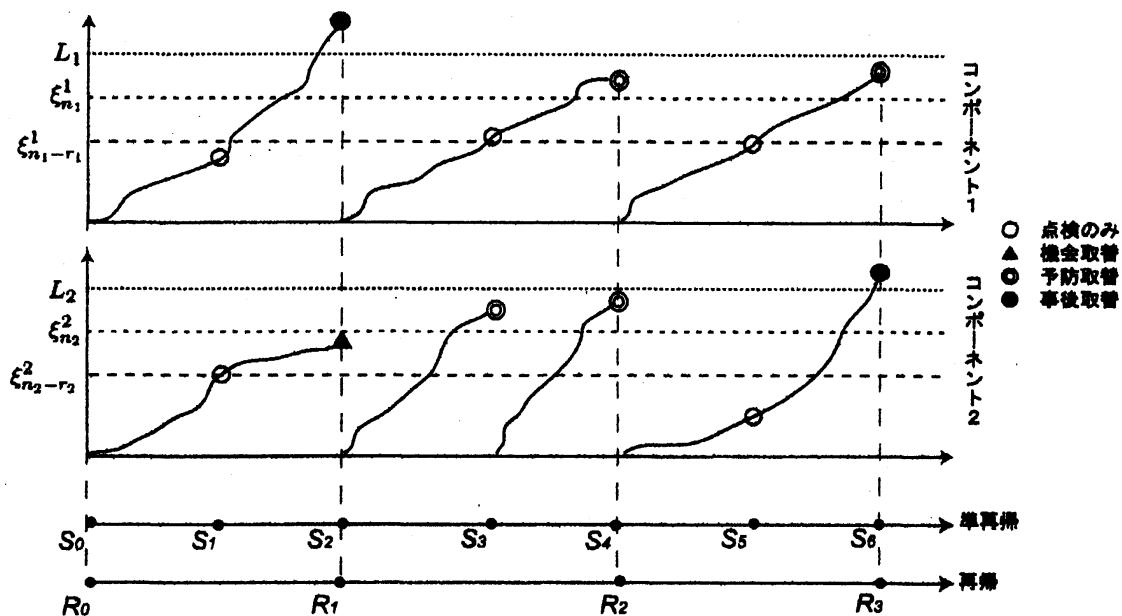


図2: システムレベル保全概略図

(3) 次期点検時刻の決定

最後に行った点検実施直後における劣化量 x_i^+ に基づいて、コンポーネント i の次期点検時刻を決定する。ある点検直後のコンポーネント i の劣化量が $x_i^+ \in [\xi_k^{(i)}, \xi_{k+1}^{(i)}) (k = 0, \dots, n_i - 1)$ ならば、 $n_i - k$ 期間後に次期点検が実施される。このコンポーネントレベルでの時期点検時刻をもとに、システムレベルでの時期点検時刻を決定する。システムの次期点検時刻は、危険回避の立場から各コンポーネントにおける次期点検時刻の最小値を採用するものと仮定し、 $x_1^+ \in [\xi_k^{(1)}, \xi_{k+1}^{(1)})$, $x_2^+ \in [\xi_l^{(2)}, \xi_{l+1}^{(2)})$ ならば、 $\min(n_1 - k, n_2 - l)$ 期間後に点検が実施される。

3. システム劣化過程

取替時刻を再生時刻とする再生過程を用いて、システム劣化過程の考察を行う。取替後の劣化過程は0に再帰し、再帰後の劣化過程は過去に依存しないものとする。 r 回目の点検時におけるシステム状態はマルコフ連鎖 $(Y_r)_{r \in \mathbb{N}}$ で表され、定常確率 π で特徴づけられる。定常確率密度は準再帰サイクル上における、起こりうる全てのケースを考慮することにより得られる。(図3参照) ここで、 (y_1, y_2) , (x_1, x_2) はそれぞれ連続する点検時のシステム劣化量を表す。

ケース1 下記状態のとき両コンポーネントは取り替えられ、次の点検は $\min(n_1, n_2)$ 期間後である。次の点検までの各コンポーネントの劣化則はそれぞれ $f_1^{(\min(n_1, n_2))}(x_1)$, および $f_2^{(\min(n_1, n_2))}(x_2)$ に従う。

$$\begin{aligned} \text{領域 D: } & \{\xi_{n_1}^1 \leq y_1 < L_1, \xi_{n_2}^2 \leq y_2 < L_2\}, \\ \text{領域 E: } & \{y_1 \geq L_1, y_2 \geq L_2\}, \\ \text{領域 F: } & \{y_1 \geq L_1, \xi_{n_2-r_2}^2 \leq y_2 < L_2\}, \{\xi_{n_1-r_1}^1 \leq y_1 < L_1, y_2 \geq L_2\}. \end{aligned} \quad (1)$$

ケース2 下記状態のときコンポーネント1は取り替えられ、コンポーネント2は状態 y_2 で継続する。次の点検は $\min(n_1, n_2 - l)$ 期間後である。次の点検までの劣化則はそれぞれ $f_1^{(\min(n_1, n_2-l))}(x_1)$, および $f_2^{(\min(n_1, n_2-l))}(x_2 - y_2)$ に従う。

$$\begin{aligned} \text{領域 B1: } & \{y_1 \geq \xi_{n_1}^1, y_2 \in [\xi_l^2, \xi_{l+1}^2), l \in \{0, \dots, n_2 - r_2\}\}, \\ \text{領域 C1: } & \{y_1 \in [\xi_{n_1}^1, L_1), y_2 \in [\xi_{n_2-r_2}^2, \xi_{n_2}^2)\}. \end{aligned} \quad (2)$$

ケース3 下記状態のときコンポーネント2は取り替えられ、コンポーネント1は状態 y_1 で継続する。次の点検は $\min(n_1 - k, n_2)$ 期間後である。次の点検までの劣化則はそれぞれ $f_1^{(\min(n_1-k, n_2))}(x_1 - y_1)$, および $f_2^{(\min(n_1-k, n_2))}(x_2)$ に従う。

$$\begin{aligned} \text{領域 B2: } & \{y_2 \geq \xi_{n_2}^2, y_1 \in [\xi_k^1, \xi_{k+1}^1), k \in \{0, \dots, n_1 - r_1\}\}, \\ \text{領域 C2: } & \{y_2 \in [\xi_{n_2}^2, L_2), y_1 \in [\xi_{n_1-r_1}^1, \xi_{n_1}^1)\}. \end{aligned} \quad (3)$$

ケース4 下記状態のときコンポーネントの取り替えはない。次の点検は $\max(n_1 - k, n_2 - l)$ 期間後である。次の点検までの劣化則はそれぞれ $f_1^{(\max(n_1-k, n_2-l))}(x_1 - y_1)$, および $f_2^{(\max(n_1-k, n_2-l))}(x_2 - y_2)$ に従う。

$$\text{領域 A: } \{y_1 \in [\xi_k^1, \xi_{k+1}^1), y_2 \in [\xi_l^2, \xi_{l+1}^2), k \in \{0, \dots, n_1\}, l \in \{0, \dots, n_2\}\}. \quad (4)$$

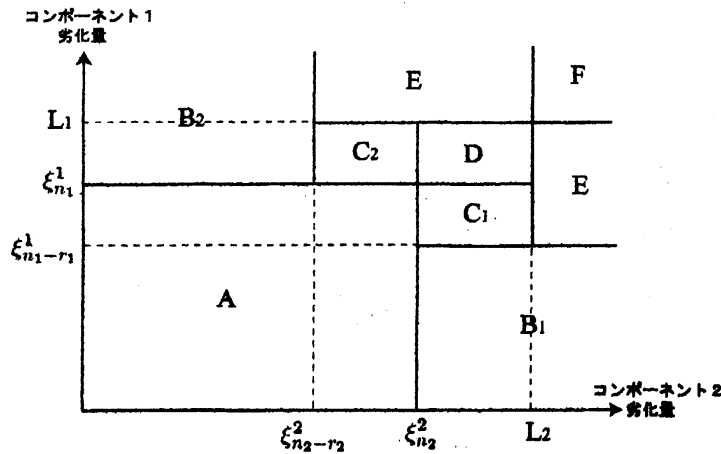


図 3: 両コンポーネント状態図

以上の全ケースを考慮した上で、保全活動時におけるシステム劣化過程の定常確率密度は次式で導かれる。

$$\begin{aligned}
 \pi(x_1, x_2) = & \left(\int_{\xi_{n_1}^1}^{\infty} \int_{\xi_{n_2}^2}^{\infty} \pi(y_1, y_2) dy_2 dy_1 + \sum_{\substack{i,j=1,2 \\ (i \neq j)}} \int_{L_i}^{\infty} \int_{\xi_{n_j-r_j}^j}^{\xi_{n_j}^j} \pi(y_i, y_j) dy_j dy_i \right) \\
 & f_1^{(\min(n_1, n_2))}(x_1) f_2^{(\min(n_1, n_2))}(x_2) \\
 & + \sum_{\substack{i,j=1,2 \\ (i \neq j)}} \sum_{l=0}^{n_j-r_j} \left(\int_{\xi_l^j}^{\xi_{l+1}^j} \left[\int_{\xi_{n_i}^i}^{\infty} \pi(y_1, y_2) dy_i \right] f_j^{(\min(n_i, n_j-l))}(x_j - y_j) dy_j \right) f_i^{(\min(n_i, n_j-l))}(x_i) \\
 & + \sum_{\substack{0 \leq k \leq n_1 \\ 0 \leq l \leq n_2}} \int_{\xi_k^1}^{\xi_{k+1}^1} \int_{\xi_l^2}^{\xi_{l+1}^2} \pi(y_1, y_2) f_1^{(\min(n_1-k, n_2-l))}(x_1 - y_1) \\
 & f_2^{(\min(n_1-k, n_2-l))}(x_2 - y_2) dy_2 dy_1. \quad (5)
 \end{aligned}$$

4. 期待保全費用

本稿において、時刻 t までの累積保全費用は次式として表す。

$$C(t) = C_I(t) + \sum_{i=1}^2 C_P^{(i)}(t) + \sum_{i=1}^2 C_C^{(i)}(t) - c_s N(t) + C_F(t). \quad (6)$$

累積保全費用は、作動費用と保全費用の和として定義する。 $C_I(t)$ は運用開始時から時刻 t までのシステム点検に関する累積費用を表す。右辺第2項、および第3項は、それぞれ両コンポーネ

ントの予防取替, 事後取替に関する累積費用を表す。つまり, $C_P^{(i)}(t)$, $C_C^{(i)}(t)$ はそれぞれ, コンポーネント i の予防取替, 事後取替に関する累積費用である。この2つの累積費用にはセットアップ費用 c_s も含まれているため, 時刻 t までの間に行われた両コンポーネントの同時取替の総数 $N(t)$ を含む第4項を引いている。また, $C_F(t)$ はシステムが故障してから経過した時間に関する累積費用である。

無限計画期間における単位時間当たりの総期待保全費用は, 式 (6), および再生報酬定理 (文献 [4]) を用いることにより, 次式として表される。

$$C_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E(C(t))}{t}. \quad (7)$$

しかし, 本モデルでは再生報酬定理を用いた導出計算は困難である。そこで準再帰特性を用い, 1 準再生サイクルの比を 1 再生サイクルの比と置き換えることにより単位時間当たりの期待保全費用を導出する (文献 [2])。 S は定常状態における 1 準再生サイクルの長さ, つまり 2 つの準再帰点間の時間間隔である。

$$C_\infty = \frac{E_\pi(C_I(S))}{E_\pi(S)} + \sum_{i=1}^2 \frac{E_\pi(C_P^{(i)}(S))}{E_\pi(S)} + \sum_{i=1}^2 \frac{E_\pi(C_C^{(i)}(S))}{E_\pi(S)} - c_s \frac{E_\pi(N(S))}{E_\pi(S)} + \frac{E_\pi(C_F(S))}{E_\pi(S)}. \quad (8)$$

$E_\pi(S)$ は定常状態における 1 準再生サイクルの期待長さ, $E_\pi(C_I(S))$ は最初の準再生サイクルの点検に必要な期待累積費用を表す。右辺第2項, および第3項はそれぞれ, 予防取替, 事後取替に必要な単位時間当たりの期待累積費用を表す。また, $E_\pi(N(S))$ はシステム全体の期待取替回数, $E_\pi(C_F(S))$ はシステムが故障状態のまま経過した時間に依存する期待損失費用である。以降, 各期待費用について導出を行う。

$E_\pi(S)$: 定常状態における 1 準再生サイクルの期待長

$$\begin{aligned} E_\pi(S) = & \sum_{\substack{i,j=1,2 \\ (i \neq j)}} \sum_{k=1}^{n_i} k \int_{\xi_{n_i-k}^i}^{\xi_{n_i-kn}^i} \int_0^{\xi_{n_j-k+1}^j} \pi(x_i, x_j) dx_j dx_i \\ & + \sum_{\substack{i,j=1,2 \\ (i \neq j)}} \sum_{k=r_i+1}^{n_i} k \int_{\xi_{n_i-k}^i}^{\xi_{n_i-k+1}^i} \int_{\xi_{n_j}^j}^{\infty} \pi(x_i, x_j) dx_j dx_i \\ & + \max\{n_i, n_j\} \left[\int_{\xi_{n_i}^i}^{L_i} \int_{\xi_{n_j}^j}^{L_j} \pi(x_i, x_j) dx_j dx_i \right. \\ & \left. + \int_{L_j}^{\infty} \int_{\xi_{n_i-r_i}^i}^{L_i} \pi(x_i, x_j) dx_j dx_i + \int_{L_j}^{\infty} \int_{L_j}^{\infty} \pi(x_i, x_j) dx_j dx_i \right]. \quad (9) \end{aligned}$$

・最初の準再生サイクルの点検に必要な期待累積費用: $E_{\pi}(C_I(S))$

$$\begin{aligned}
 E_{\pi}(C_I(S)) = & C_i \left\{ \int_0^{\xi_{n_1}^1} \int_0^{\xi_{n_2}^2} \pi(x_i, x_j) dx_j dx_i + \int_{\xi_{n_1}^1}^{L_1} \int_0^{\xi_{n_2}^2} \pi(x_i, x_j) dx_j dx_i \right. \\
 & + \int_0^{\xi_{n_1}^1} \int_{\xi_{n_2}^2}^{L_2} \pi(x_i, x_j) dx_j dx_i + \int_{L_1}^{\infty} \int_0^{\xi_{n_2}^2 - r_2} \pi(x_i, x_j) dx_j dx_i \\
 & \left. + \int_0^{\xi_{n_1}^1 - r_1} \int_{L_2}^{\infty} \pi(x_i, x_j) dx_j dx_i \right\}. \quad (10)
 \end{aligned}$$

ここで, $\sum_{i=1}^2 [E_{\pi}(C_C^{(i)}(S)) + E_{\pi}(P_C^{(i)}(S))]$ について, 両コンポーネント同時に置き換えられる場合 $E_{\pi}^B(S)$ と, 1つのコンポーネントのみ置き換えられる場合 $E_{\pi}^P(S)$ に分けて定式化する。つまり,

$$\sum_{i=1}^2 \{E_{\pi}(C_C^{(i)}(S)) + E_{\pi}(P_C^{(i)}(S))\} = E_{\pi}^B(S) + E_{\pi}^P(S). \quad (11)$$

・両コンポーネント同時に置き換えられる期待累積費用

$$\begin{aligned}
 E_{\pi}^B(S) = & (C_S + C_C^{(1)} + C_C^{(2)}) \int_{L_1}^{\infty} \int_{L_2}^{\infty} \pi(x_1, x_2) dx_2 dx_1 \\
 & + \sum_{\substack{i,j=1,2 \\ (i \neq j)}} (C_S + C_C^{(i)} + C_P^{(j)}) \int_{L_i}^{\infty} \int_{\xi_{n_j}^j - r_j}^{L_j} \pi(x_i, x_j) dx_j dx_i \\
 & + (C_S + C_P^{(1)} + C_P^{(2)}) \int_{\xi_{n_1}^1}^{L_1} \int_{\xi_{n_2}^2}^{L_2} \pi(x_1, x_2) dx_2 dx_1. \quad (12)
 \end{aligned}$$

・1つのコンポーネントのみ置き換えられる期待累積費用

$$\begin{aligned}
 E_{\pi}^P(S) = & \sum_{\substack{i,j=1,2 \\ (i \neq j)}} (C_S + C_P^{(i)}) \int_{\xi_{n_i}^i}^{L_i} \int_0^{\xi_{n_j}^j} \pi(x_i, x_j) dx_j dx_i \\
 & + \sum_{\substack{i,j=1,2 \\ (i \neq j)}} (C_S + C_C^{(i)}) \int_{L_i}^{\infty} \int_0^{\xi_{n_j}^j - r_j} \pi(x_i, x_j) dx_j dx_i. \quad (13)
 \end{aligned}$$

・システム全体の期待取替回数: $E_{\pi}(N(S))$

$$\begin{aligned}
 E_{\pi}(N(S)) = & \int_{\xi_{n_1}^1}^{\infty} \int_{\xi_{n_2}^2}^{\infty} \pi(x_1, x_2) dx_2 dx_1 + \int_{\xi_{n_1}^1}^{\xi_{n_1}^1 - r_1} \int_{L_2}^{\infty} \pi(x_1, x_2) dx_2 dx_1 \\
 & + \int_{L_1}^{\infty} \int_{\xi_{n_2}^2 - r_2}^{\xi_{n_2}^2} \pi(x_1, x_2) dx_2 dx_1. \quad (14)
 \end{aligned}$$

・システム故障による期待損失費用: $E_\pi(C_F(S))$

はじめに,

$$E_\pi(C_F(S)) \equiv c_d E_\pi(D_U(S)) \quad (15)$$

と与えられる。ここで, $E_\pi(D_U(S))$ は, 時間区間 $(0, S]$ 上における期待システム故障時間を表す。関数 $D_U^{(i)}(S)$ をコンポーネント i のサイクル長 S における故障継続時間としたとき, $D_U^{(i)}(S)$ を $\bar{D}_U^{(i)}(S)$ で近似して求める。もし, コンポーネント i の故障が $t \in (t_k, t_{k+1}]$ で発生した場合, $D_U^{(i)}(S)$ を次式として近似する。

$$D_U^{(i)}(S) \approx \bar{D}_U^{(i)}(S) = S - t_k. \quad (16)$$

さらに, $E_\pi(D_U(S)) \approx E_\pi(\bar{D}_U(S))$ と考え,

$$\begin{aligned} E_\pi(\bar{D}_U(S)) &= \sum_{k=1}^{\min(n_1, n_2)} k P(\bar{D}_U(S) = k) \\ &= \sum_{k=1}^{\min(n_1, n_2)} \sum_{r=k}^{\min(n_1, n_2)} \left[\sum_{i=1}^2 P(\bar{D}_U^{(i)}(S) = r) - P(\bar{D}_U^{(1)}(S) = r, \bar{D}_U^{(2)}(S) = r) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

確率 $P_{ab}^{(i)}(r)$ は, コンポーネント i, j が状態 a, b であり, $\bar{D}_U^{(i)}(S) = r$ である確率を表す。ここで,

$$a = \begin{cases} 0: \text{コンポーネント } i \text{ は取り替えられた} \\ 1: \text{コンポーネント } i \text{ は取り替えられていない} \end{cases} \quad (18)$$

$$b = \begin{cases} 0: \text{コンポーネント } j \text{ は取り替えられた} \\ 1: \text{コンポーネント } j \text{ は取り替えられていない} \end{cases} \quad (19)$$

とする。また, $P_{ab}(r)$ は上事象に $\bar{D}_U^j(S) = r$ が加わった事象確率として定義される。

$$P(\bar{D}_U^{(i)}(S) = r) = P_{00}^{(i)}(r) + P_{01}^{(i)}(r) + P_{10}^{(i)}(r) + P_{11}^{(i)}(r). \quad (20)$$

$$P(\bar{D}_U^{(i)}(S) = r, \bar{D}_U^{(j)}(S) = r) = P_{00}(r) + P_{01}(r) + P_{10}(r) + P_{11}(r). \quad (21)$$

各確率を求めていく

$$P_{01}^{(i)}(r) = \sum_{l_j=r_{j-1}}^{n_j} \int_{\xi_{n_i}^i}^{\infty} \int_{\xi_{n_j-l_j}^j}^{\xi_{n_j-l_j+1}^j} \pi(y_i, y_j) dy_j dy_i H_i(r|0; \max(n_i, l_j)). \quad (22)$$

$$P_{01}(r) = \sum_{l_j=r_{j-1}}^{n_j} \int_{\xi_{n_i}^i}^{\infty} \int_{\xi_{n_j-l_j}^j}^{\xi_{n_j-l_j+1}^j} \pi(y_i, y_j) H_j(r|y_j; \max(n_i, l_j)) dy_j dy_i H_i(r|0; \max(n_i, l_j)). \quad (23)$$

$$P_{10}^{(i)}(r) = \sum_{l_i=r_{i-1}}^{n_i} \int_{\xi_{n_i-l_i}^i}^{\xi_{n_i-l_i+1}^i} \int_{\xi_{n_j}^j}^{\infty} \pi(y_i, y_j) dy_j H_i(r|y_i; \max(l_i, n_j)) dy_i. \quad (24)$$

$$P_{10}(r) = \sum_{l_i=r_{i-1}}^{n_i} \int_{\xi_{n_i-l_i}^i}^{\xi_{n_i-l_i+1}^i} \int_{\xi_{n_j}^j}^{\infty} \pi(y_i, y_j) dy_j H_i(r|y_i; \max(l_i, n_j)) dy_i H_j(r|0; \max(l_i, n_j)). \quad (25)$$

$$\begin{aligned} P_{00}^{(i)}(r) &= \int_{L_i}^{\infty} \int_{L_j}^{\infty} \pi(y_i, y_j) dy_j dy_i H_i(r|0; \max(n_i, n_j)) \\ &+ \int_{L_i}^{\infty} \int_{\xi_{n_j-r_j}^j}^{L_j} \pi(y_i, y_j) dy_j dy_i H_i(r|0; \max(n_i, n_j)) \\ &+ \int_{\xi_{n_i-r_i}^i}^{L_i} \int_{\xi_{n_j}^j}^{\infty} \pi(y_i, y_j) dy_j dy_i H_i(r|0; \max(n_i, n_j)). \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} P_{00}(r) &= \int_{L_i}^{\infty} \int_{L_j}^{\infty} \pi(y_i, y_j) dy_j dy_i \prod_{u=i,j} H_u(r|0; \max(n_i, n_j)) \\ &+ \int_{L_i}^{\infty} \int_{\xi_{n_j-r_j}^j}^{L_j} \pi(y_i, y_j) dy_j dy_i \prod_{u=i,j} H_u(r|0; \max(n_i, n_j)) \\ &+ \int_{\xi_{n_i-r_i}^i}^{L_i} \int_{L_j}^{\infty} \pi(y_i, y_j) dy_j dy_i \prod_{u=i,j} H_u(r|0; \max(n_i, n_j)). \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} P_{11}^{(i)}(r) &= \sum_{l_j=1}^{n_j} \sum_{l_i=1}^{n_i} \int_{\xi_{n_i-l_i}^i}^{\xi_{n_i-l_i+1}^i} \int_{\xi_{n_j-l_j}^j}^{\xi_{n_j-l_j+1}^j} \pi(y_i, y_j) dy_j H_i(r|y_i; \max(l_i, l_j)) dy_i \\ &+ \sum_{l_j=1}^{r_j} \int_{\xi_{n_i}^i}^{L_i} \int_{\xi_{n_j-l_j}^j}^{\xi_{n_j-l_j+1}^j} \pi(y_i, y_j) dy_j H_i(r|y_i; \max(l_i, l_j)) dy_i. \end{aligned} \quad (28)$$

$$P_{11}(r) = \sum_{l_j=1}^{n_j} \sum_{l_i=1}^{n_i} \int_{\xi_{n_i-l_i}^i}^{\xi_{n_i-l_i+1}^i} \int_{\xi_{n_j-l_j}^j}^{\xi_{n_j-l_j+1}^j} \pi(y_i, y_j) H_i(r|y_i; \max(l_i, l_j)) H_j(r|y_j; \max(l_i, l_j)) dy_j dy_i. \quad (29)$$

$H_i(k|y; l)$ は次のように定義される。

$$H_i(k|y; l) = \begin{cases} 0, & (l < k) \\ e^{-\alpha_i(L_i-y)}, & (l = k) \\ \frac{(\alpha_i(L_i-y))^{l-k}}{(l-k)!} e^{-\alpha_i(L_i-y)}, & (l > k) \end{cases} \quad (30)$$

確率 $H_i(k|y;l)$ は、コンポーネント i が最後の点検の後、 k 単位時間故障状態にある確率である。ただし、条件として最後の点検時のシステム劣化量が y であり、次の点検が l 単位時間後に計画されているものとする。

5. まとめと課題

本研究では、点検時におけるシステム劣化状態に基づいた、2ユニット並列システムの非周期点検について考察した。通常、無限計画期間における単位時間当たりの総期待保全費用の導出には再生報酬定理が用いられる。しかし、再生報酬定理を用いた導出が困難であったため、導出計算の簡易化を図り、準再帰特性を用いて無限計画期間における単位時間当たりの総期待保全費用を導出した。今後、複数のコンポーネントを対象としたマルチユニットシステムにおける状態依存型点検方策への拡張が期待される。しかし、本稿と同様な手法による定式化は非現実的であると想像され、より簡便な手法提案の必要性がある。

参考文献

- [1] A.H.Christer, W.Wang, *A Simple Condition Monitoring Model for a Direct Monitoring Process*, European Journal of Operational Research, vol.82, pp.258-269, 1995.
- [2] A.Grall, L.Dieulle, C.Berenguer, M.Roussignol, *Sequential Condition-based Maintenance Scheduling for a Deteriorating System*, European Journal of Operational Research, vol.150, pp.451-461, 2003.
- [3] B.Castanier, A.Grall, C.Berenguer, *A Condition-based Maintenance Policy with Non-periodic Inspection for a Two-unit Series System*, Reliability & System Safety, vol.87, pp.109-120, 2005.
- [4] S.M.Ross, *Applied Probability Models with Optimization Applications*, Holden-Day, San Francisco, 1991.