

## セル・オートマトン系のソリトン

京大・理 相沢洋二, 西川郁子

東大・教養 金子邦彦

C.A. は、等方的で単純な要素が多数結合した、巨大自由度の非線形系である。CA のような単純な系で、巨大自由度系の振舞いの複雑さをある程度一般的に特徴付けておくことは、PDE 等により記述される実際の多体现象の理解にとって重要であろうと考えられる。CA を、それが時空間に描くパターンにより定量的に分類する試みが近年なされたが、ここでは中でもあるクラスに限り、スペクトル等の統計的諸量により系を特徴付けてみた。

CA の生み出す大域的パターンは、基本的な波動の組み合わせによって理解できる場合が多い。基本励起としては、一定の位置に局在する励起、それが一定速度で伝播するもの、一定速度で伝播する界面等がある。(連続的数学モデルからの類推により、それぞれを仮に、ブリーザー、ソリトン、キンクと呼ぶ。更に、周期的に無限にソリトンを生成する局在励起(核)も存在する。)以下では、基本的励起とその相互衝突過程により系全体の振舞いを記述することが可能ないくつかの例を、特にソリトン系に注目して、具体的に研究する。

系として、2状態5近傍の1次元CA系を考える。周期境界条件のもとで、初期状態を乱数で与える。CAの時間発展規則には、空間的な対象条件と、2状態(0,1)のうち0状態が静止状態となるよう静止条件を入れる。このとき最も簡単なソリトンは、空間4サイトより成る  $\overline{1011}$  或いは  $\overline{1101}$  であり、これを特解として許すCA系は、 $4096 \times 2$ 個存在する。うち、実際にソリトンが(初期状態に対する確率的な意味で)主要となるものは更に限られ、これらを調べあげることにより、特徴的な衝突過程とパターン運動の統計的性質を明らかにした。

1個のソリトンには位相の自由度はないが、2個が衝突する際には2つの位相がある。一般に  $n$  個のソリトンの衝突には、 $2^{n-1}$  個の異なる位相が考えられる。

衝突の位相に対する鋭敏さや初期状態に対する鋭敏さによって、確率的でない規則にもかかわらず大域的パターンは複雑になる。次のような統計量によって、パターン運動の特徴を把握することができた。

## ① 各時刻での1状態の密度

最も基礎的な秩序変数としてであり、ソリトンの密度ともとれる。

## ② パワースペクトル密度

(a) 空間に対する Fourier スペクトル

(b) 時間    "                      "

(a') 空間    "           Walsh スペクトル

( Walsh 関数系は, 2 状態のみをとる完全正規直交関数系。)

### ③ アラン分散

結果の概要 ;

① 低密度の初期状態より始め, 時間発展とともにほぼシグモイド的密度曲線を描いて一定の飽和密度に達し, 以後はその定常値を保つ。これは初期密度・乱数系列に依らず規則により決まる。その状態を実パターンでみると基本励起という構造を保ったまま, 不規則な衝突を繰り返す乱流的様相を示す。2 体衝突ではソリトンが安定で, 多体衝突によってのみソリトン数が増加する場合には, 十分低密度ではそのような移行はみられず可積分的 (トーラス運動) となる。トーラス運動が不安定化する臨界密度が存在する (システムサイズに依存)。

② 各種の PSD は, 定性的には同様の結果を示す。過渡的には  $k^{-\nu}$  ( 或いは  $f^{-\nu}$  ) 型スペクトルがみられ, それは同時に測ったアラン分散にも明確にみられる。これは, ソリトンの分布と, その衝突後の増殖のカスケード的機構を反映している。また, ブリーザーとソリトンが衝突により相互に変換しながら共存する系では, 定常においても  $k^{-\nu}$  スペクトルが残る。

③ 1 1 0 1 パターンに固有のスペクトルは乱流的様相においてもはっきりと残る。つまり, そのようなソリトン乱流は, ソリトンやブリーザー, キンクのような基本励起を単位として理解できることになる。