

自己重力系の熱力学と宇宙の進化

東大・教養 杉 本 大一郎

現在の宇宙の内部の状況は、熱平衡状態からはずれているように見える。実際に、宇宙では熱平衡状態から非平衡状態が発生したという証拠がある。そのような秩序発生の原因は、緩和時間に比べて十分に速い宇宙膨張と、自己重力の作用下にある系の熱力学が示す特異性、すなわち見かけ上の比熱が負であるという事実に求められる。

1. 問題提起と結論

現在の膨張宇宙の様子は、明らかに熱平衡状態からはずれている。物質は星と薄いガスとに分かれている。星の温度は内部では 10^8 K 表面では 10^4 K、ガスの温度は場所によって 10 K $\sim$ 10^6 K の範囲にわたる。それに対し、宇宙に充滿している黒体輻射の温度は 3 K である。

このような非平衡状態が実現しているのはなぜであろうか。宇宙の状態はかつて Clausius や Boltzmann が考えたように、熱力学第二法則に従って“熱的な死”へ向かって墮落しつつあるのであろうか。そうだとすれば、宇宙は過去のある時点に、非平衡状態から出発していなければならない。しかしながら、宇宙に 3 K の“黒体”輻射が充滿していることは、過去の宇宙は熱平衡状態にあったことを意味している。だから、宇宙の中では熱平衡状態から非平衡状態が実現して来た、すなわち、宇宙の内部では秩序が形成され、進化が起こって来たとしなければならない。

そのメカニズムに 2 つの重要な過程があることを以下で論ずる。その第一は、宇宙膨張による境界条件の変化の方が熱平衡状態の緩和よりも速いときに、平衡状態から非平衡状態が生ずることである。第二は自己重力の作用する系では、エントロピーの増大に伴って、物質分布、温度分布の非一様化が起こるということである。したがって、現在の宇宙において一見熱平衡からはずれたような状態が見られるのは、熱力学第二法則とは矛盾しない。

これらの事柄に関するやや詳しい解説と総合報告は、近いうちにそれぞれ、科学（岩波書店 1981 年）と Prog. Theor. Phys. Suppl. (1981) に書く予定になっているので、それらを参照してほしい。

2. 境界条件の変化と情報の発生

まず宇宙は断熱系かどうかを論じておく必要がある。話を簡単にするために、宇宙の内部に仮想的な壁を考える。その壁に囲まれた領域 $\mathcal{Q}$ の体積 V は、その壁が宇宙膨張と共に膨張していると考えてもよい程に十分大きい、一般相対論の効果を考えなくても良い程度に十分小さいものとする。ふつうの宇宙論では、宇宙の内部は一様・等方的であるとし、これは宇宙原理と呼ばれている。それは現実の宇宙に関する第一近似であると考えてもよいが、宇宙の初期に特定の情報が無い限り、一様・等方になるものと考えても良い。(特異点から発生した宇宙の中にある輻射場が“黒体”輻射になっているのも同じ理由による。) 宇宙原理を前提とすると、領域 $\mathcal{Q}$ が宇宙の中の他の領域 $\mathcal{Q}'$ と区別される理由は何もない。したがって $\mathcal{Q}$ からのエネルギー(熱)の流入と流出は、あるとしても、いつでも釣り合っており、その意味で $\mathcal{Q}$ は断熱壁に囲まれている系と同等である。もし $\mathcal{Q}$ に正味の熱の流出/入があれば、そのことをもとにして他の領域と区別することが出来ることになり、宇宙原理に矛盾するからである。

さて、熱力学第二法則によって、別の言い方をすれば、非可逆過程がおこるにつれて、 $\mathcal{Q}$ という領域にある全系のエントロピー $S(t)$ は時間 t と共に増大する。系が熱平衡に到達するとき、そのエントロピーは極大値 $S_{\max}$ になっているとする。現在の状態を非平衡であるとすれば、 $S(t) < S_{\max}$ であるが、その状態の持っている情報量 I は

$$I = [S_{\max} - S(t)] / k \ln 2, \quad (1)$$

で表される。ここで注意すべきことは、 $S_{\max}$ の値は境界条件、たとえば、後に示すように、系の体積などによるということである。そこで、非可逆過程が起こって S が増大する速さ dS/dt よりも速く、系の境界条件を変えて $S_{\max}$ を増大させれば($dS_{\max}/dt > dS/dt$ ならば)、熱平衡状態($I = 0$)から出発しても、非平衡状態($I > 0$)が生まれ得るわけである。つまり、熱平衡に対応する状態の変化について行ける程に非可逆過程は速く進行せず、系は“落ちこぼれ”たことになる。

この“落ちこぼれ”過程のうちで重要なものは、宇宙における元素合成と関係している。宇宙が膨張するにつれて、その輻射場の温度 T_r は領域 $\mathcal{Q}$ の大きさのスケール(半径) R に逆比例して減少した($T_r \propto R^{-1}$)。宇宙膨張の最初の3分間以前には $T_r \geq 10^{10}$ Kで物質(その温度 T_m は T_r に等しかった)は陽子と中性子であるのが熱平衡状態であった。しかし宇宙が膨張して $T_r \sim 10^{10}$ Kになると、結合状態である ${}^4\text{He}$ になっているのが熱平衡状態である。そこで核反応(非可逆過程)が起こって ${}^4\text{He}$ になろうとするが、その反応が途中までしか進まないうちに温度が下がってしまい、反応は停止してしまった。現在の宇宙($T_m \ll 10^{10}$ K)では、原子核

種は、最もエネルギーの低い結合状態、すなわち ^{56}Fe であるのが熱平衡状態である。しかし「落ちこぼれ」の結果、軽い原子核が多く残っている。現在、星の内部核反応が起こり、鉄が合成されて行きつつあるが、それは宇宙初期に起こった「落ちこぼれ」を取戻して行く過程なのである。

3. 重力熱力学のカタストロフィー

過去の宇宙におけるもう一つの大切な落ちこぼれは、 $T_r \simeq 10^4 \text{ K}$ のときに起こった、輻射と物質の遊離である。それ以後は $T_r \neq T_m$ となった。こうして輻射と物質が別々に振舞うようになると、重力熱力学のカタストロフィーが起こり、自己重力による物質の凝集が始まるようになる。

ここでは一般の自己重力系を考えよう。球形の断熱壁に囲まれたガスを考える。その中心における密度を ρ_c 、壁のすぐ内側における密度を ρ_1 で表す。両者の比を

$$D \equiv \rho_c / \rho_1, \quad (2)$$

とし、密度コントラストと呼ぶ。重力の効果が大きいと D は大きい。それに対し、ふつうの熱力学は $D=1$ の場合にあたる。

この系の熱平衡状態を考える。ガスに運動はないであろう。運動があると散逸が起こるからである。したがってガスは重力平衡状態にある。すなわち、系は壁に囲まれた星のようなものであり、その内部では重力によって収縮しようとする力と、ガスの圧力勾配とが釣り合っている。次に系の内部の温度分布は等温であろう。温度勾配があると熱が流れるという非可逆過程が起こるからである。

そのような系で、内部のある点1から外部のある点2へ熱を仮想的に移したとする。すると点1の温度は、まず熱を取られたために下がる。すなわち $\delta T_1^a < 0$ 、点2ではその逆で $\delta T^a > 0$ (以下同様)。しかし点1の圧力が下がり、そのためにガスが重力に押されて収縮し、その(断熱)圧縮のために点1の温度が上がる。すなわち $\delta T_1^b > 0$ 。温度の全変化は

$$\delta T_1 = \delta T_1^a + \delta T_1^b, \quad (3)$$

である。そのようなレスポンスを線形理論で調べれば、 $D > 709$ のときには δT_1^a よりも δT_1^b すなわち重力の効果が効き、 $\delta T_1 > 0$ ($\delta T_2 < 0$) となることがわかる。すなわち見掛け上の比熱が負になっていることになる。(これに対し、重力の比較的弱い $D < 709$ の場合には $\delta T_1 < 0$ となり、ふつうの熱力学に一致する。)

このように、摂動によって $\delta T_1 > 0$, $\delta T_2 < 0$ となれば、その後は熱は点1から2へ向かってますます流れることになる。すなわち系は熱の移動に対して不安定である。それに伴って中心部は重力によってますます収縮し、外側の領域は膨張して密度が低くなる。この不安定は重力熱力学のカタストロフィーと呼ばれる。この系の最初の状態は、 $D > 709$ の場合には、エントロピーの極小値にあったことがわかる¹⁾。

この不安定が有限振幅に成長して行く様子は、恒星（壁を無限遠へ追いやったもの、したがって $D \rightarrow \infty$ ）の重力収縮に対応し、数値計算によって調べることが出来る²⁾。その結果、中心部のエントロピーは減少し、外側の層のエントロピーは増大することがわかる。星が重力収縮をする場合には、星のエントロピーは減少するが、星を取巻く空間に光を捨てるので、その空間の輻射場のエントロピーは増大する。それらを全部断熱壁で取囲んで考える時、その壁の内部にある全エントロピーはもちろん増大して行く。この意味で、熱力学第二法則とは何等の矛盾もない。しかしエントロピー増大に伴って、物質の局在化はますます進行することになる。

このように“常識的熱力学”との差異が現れる根本原因は、重力の相互作用は力の到達距離が無大であること、そのために“自己”重力のエネルギーは extensive な量ではなくてむしろ質量の2乗に比例することにある。

4. カタストロフィーの終着点とブラック・ホール

有限振幅の重力熱力学のカタストロフィーはどこまで進行するのであろうか。非相対論すなわちニュートン力学で考えると、それは無限に進行する。しかしながら前節に述べた系で中心部の収縮が進むと、ついには中心部はブラック・ホール（BH）になるので、一般相対論的效果を考慮しなければならない。BHは物を吸込むという点のみがふつうは強調されている。しかし重力場は古典論でも物質場を量子化すれば、真空中におかれたBHはエネルギーを輻射して蒸発する。こうしてBHと外界とのエネルギーのやりとりがあるわけで、それに対応して、BHの熱力学が作られている³⁾。

BHの輻射に対応する温度は

$$T_{\text{BH}} = \frac{m_g c^2}{8\pi k} \frac{m_g}{M_{\text{BH}}} \sim 10^{-7} K \left(\frac{M_\odot}{M_{\text{BH}}} \right), \quad (4)$$

である。ここで m_g は Planck mass

$$m_g = (\hbar c/G)^{1/2} = 2 \times 10^{-5} \text{ g} \quad (5)$$

M_{BH} はブラックホールの、 $M_\odot$ は太陽の質量である。BHのエントロピーは

$$S_{\text{BH}} = 4\pi k \left(\frac{M_{\text{BH}}}{m_g} \right)^2 \sim 10^{20} k \left(\frac{M_{\text{BH}}}{m_N} \right) \left(\frac{M_{\text{BH}}}{M_{\odot}} \right), \quad (6)$$

と表され、準静的変化に対するエネルギーの出入りは

$$dq = c^2 dM_{\text{BH}} = T_{\text{BH}} dS_{\text{BH}}, \quad (7)$$

を満たす。ここで m_N は核子の質量である。太陽質量程度以上の BH が持つエントロピーの絶対値が非常に大きい事は、BH が形成されると、簡単には元に戻せないことを意味する。なお S_{BH} も extensive な量ではないことに注目されたい。

体積 V の断熱壁に囲まれた空間の中に 1 個の BH と温度 T_r の黒体輻射場があるとする。BH を 1 個だけ考えるのは、BH が多数個あるとしてもそれらが合体して 1 個の BH になるし、またその合体の過程は式(6)からわかるように ($S_{\text{BH}} \sim M_{\text{BH}}^2$)、エントロピーが発生する非可逆過程だからである。BH のエネルギー $E_{\text{BH}} = M_{\text{BH}} c^2$ と輻射場のエネルギー $E_r = aT_r^4 V$ との和を全エネルギー E とする。 S_{BH} と輻射場のエントロピー $S_r = (4a/3)T_r^3 V$ との和を全エントロピー S とする。そこで全エネルギーに対する E_{BH} の割合、すなわち

$$x \equiv E_{\text{BH}}/E, \quad (8)$$

の関数として全エントロピーを表すと、

$$\frac{S}{E^2} \times \text{const} = x^2 + y(1-x)^{3/4}, \quad (9)$$

となる。図 1 は x に対して式(9)の右辺をプロットしたものであるが、その曲線の様子は

$$y \equiv \left[\left(\frac{m_g c^2}{3\pi k} \right)^4 aV \frac{1}{E} \right]^{1/4} \left(\frac{m_g c^2}{E} \right), \quad (10)$$

の値、すなわち曲線が縦軸を切る値によって異なる。図に見られるように、 $y < 1$ 、 $1 < y < 1.4$ 、 $1.4 < y$ のそれぞれの場合によってエントロピーの極値が 4 個、4 個、2 個現れる。ただし x の両端に対応する点も極値とする。

式を調べてみればわかるように、 x の両端以外のエントロピーの極値のところでは $T_{\text{BH}} = T_r$ となっており、BH と輻射場は熱平衡にある。他の場所では $T_{\text{BH}} > T_r$ かまたは $T_{\text{BH}} < T_r$ となっており、図に矢印で示したようにそれぞれ BH が蒸発して x が減少して行くか、BH が輻射を吸収して x が増加して行くかになっている。このときに、図に見られるように、当然ながら全エントロピーは増大する。

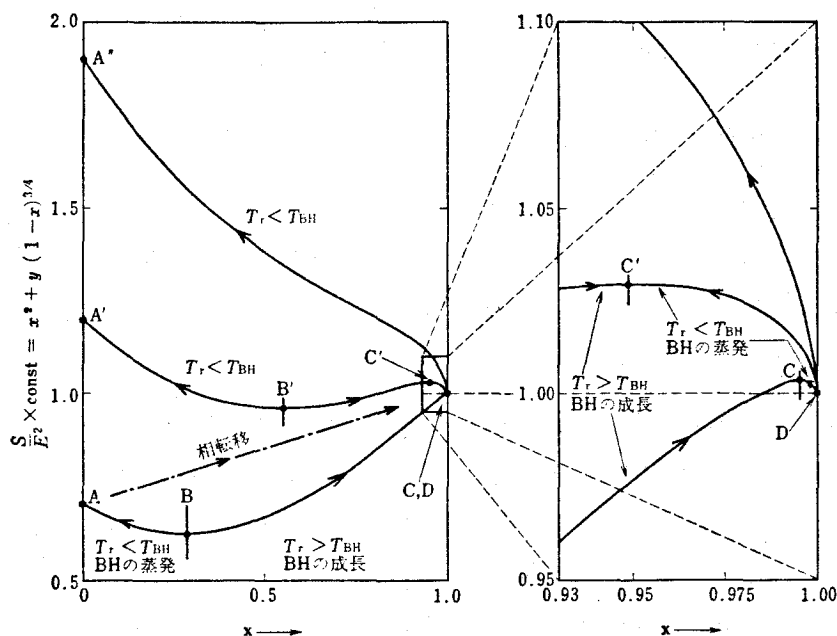


図1 ブラック・ホールと輻射場からなる系のエントロピー。右側の図は左側の図の一部を拡大したもの。(杉本大一郎, 現代天文学講座7, 星の進化と終末, 杉本大一郎編, 恒星社, 1980年, p. 235 による。)

膨張宇宙の状況では $y \ll 1$ であるから、図では一番下の曲線が対応する。宇宙はその曲線のA点 ($x=0$)、すなわち輻射場のみの状態から始まった。この状態よりもエントロピーの高い状態C点があるが、系はエントロピーを連続的に増大させながらC点という熱平衡状態に移ることは出来ない。したがってC点へ移るには、不連続的な変化が必要になる。これは次のように考えてもよい。すなわちA点はBHで過飽和になった状態である。そこでBHが凝集するのは、水蒸気で過飽和の大気に水滴ができるような相転移である。宇宙の場合には凝集の核となるべきものは、系外から供給されることはない。しかしながら、前節で述べた重力熱力学のカタストロフィーとして、その相転移を実現させる機構が宇宙に内包されているのである。

このように解釈すると、宇宙はそのはじまりのときから、C点とA点のエントロピー差に相当する情報を隠し持っていたことになるし、その隠し情報を現実化させる機構をも内包していたことになる。それではどうして宇宙はA点という meta-stable な状態から始まったのであろうか。その理由は良くわからないが、一つの問題となり得る事柄である。

References

- 1) I. Hachisu and D. Sugimoto, Prog. Theor. Phys. **60** (1978), 123.
- 2) I. Hachisu, Y. Nakada, K. Nomoto, and D. Sugimoto, Prog. Theor. Phys. **60** (1978), 393.
- 3) P.C.W. Davies, Rep. Prog. Phys. **41** (1978), 1313.