

31. カイラル相転移と繰り込み群

阪大・教養 川村 光

2次相転移にはユニバーサリティという顕著な特質がある。たとえばバルク ($d=3$) の強磁性体の場合にはスピンの成分数 n で各ユニバーサリティクラスが分類され、これは n 成分のハイゼンベルクユニバーサリティクラスと呼ばれている。具体的には $n=1, 2, 3, \dots, \infty$ がそれぞれイジング、XY、ハイゼンベルク、 $\dots$ スフェリカル・モデルに対応しており、特にシリーズの最初の3つは磁性体の相転移現象に於て実験的に観測されている。(物理的には各々容易軸的磁気異方性、容易面的磁気異方性、等方的な場合に対応している。) ウィルソンに始まる繰り込み群の理論によりこれら n 成分ハイゼンベルクモデルの臨界現象は、対応するハイゼンベルク固定点によって支配されている事が明らかにされた。従来 $O(n)$ 対称性を持つ系の相転移は基本的にはこのハイゼンベルク・クラスで尽くされる——

換言すると各ユニバーサリティクラスはスピンの成分数 n で完全にラベルされると考えられてきた。しかし筆者は近年ヘリカル磁性体、層状3角格子反強磁性体、ヘリウム3のA相等、秩序状態が noncollinear なスピン配列 (あるいはオーダーパラメーターの構造) を持つような $O(n)$ 不変な系の相転移は従来のハイゼンベルク・クラスとは異なった新しいユニバーサリティ系列—— $O(n)$ カイラル・クラス——に属することを明らかにした。(1)-(4)

ヘリカル磁性体・層状3角格子反強磁性体 (図1参照) の場合には $n=2, 3$ であり、ヘリウム3の場合は $n=3$ 、一般的に noncollinear なスピン配列が可能なのは $n \geq 2$ である。また $n \rightarrow \infty$ の極限は厳密に解け、この極限のみは通常のハイゼンベルクの場合と同様スフェリカルモデルと同等になる。

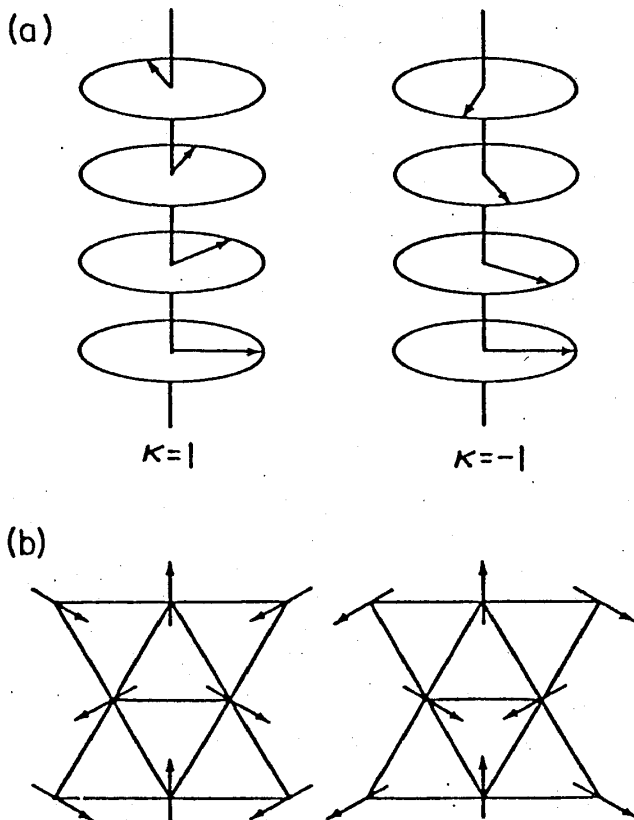


図1 ヘリカル磁性体(a)、層状3角格子反強磁性体(b)に於けるスピンの秩序構造。

これら noncollinearな秩序化に伴う新しい相転移 —カイラル相転移— が繰り込み群の枠内でどう記述されるかは大変興味深い問題である。0(n)ハイゼンベルクモデルの場合には通常以下のギンツブルク-ランダウ-ウィルソン (GLW) ハミルトニアン (ψ^4 モデル) が出発点となる。

$$H = \frac{1}{2} \{ (\nabla \psi)^2 + r_0 \psi^2 + u \psi^4 \} \quad (1)$$

ここに ψ は n 成分のベクトル場で u は正である。これに対しカイラル・クラスを記述する GLW ハミルトニアンは以下で与えられる。

$$H = \frac{1}{2} \{ (\nabla \vec{a})^2 + (\nabla \vec{b})^2 + r_0 (\vec{a}^2 + \vec{b}^2) + u (\vec{a}^2 + \vec{b}^2)^2 + v [(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 - \vec{a}^2 \vec{b}^2] \} \quad (2)$$

$\vec{a}, \vec{b}$ は 2 つの n 成分ベクトル場で u, v はともに正でかつ $v < 4u$ である。(ちなみに $u > 0, v < 0$ の場合は sinusoidal ないしはスピン密度波に対応する。)(1)と比較すると、n 成分場が 2 つになり 4 次のカップリングが (u, v) の 2 つになっている。磁性体の場合、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は波数ベクトル $\vec{Q}$ のヘリックス (ないしは 120° 構造) のコサイン・サイン成分に対応しているとみなせる。

$$\vec{S}(\vec{r}) = \vec{a}(\vec{r}) \cos(\vec{Q} \cdot \vec{r}) + \vec{b}(\vec{r}) \sin(\vec{Q} \cdot \vec{r}) \quad (3)$$

ところでカイラル・ハミルトニアン (2) は以下の 2 種類の対称性で完全に特徴付けられる事が判る。

- (i) 0(n) 不変性: $\vec{a}' = R\vec{a}, \vec{b}' = R\vec{b} \quad (R \in O(n))$
- (ii) 0(2) 不変性: $\vec{a}' = \cos \theta \vec{a} - \sin \theta \vec{b}, \vec{b}' = \pm (\sin \theta \vec{a} + \cos \theta \vec{b}) \quad (4)$

(i) は n 成分のスピン空間での回転対称性から (ii) は (3) で基底を選ぶ際の位相の任意性から直ちに導かれる。結局、対称性の観点からは (2) はスピンと位相の自由度に伴う $O(n) \times O(2)$ という対称性で特徴付けられる事になる。(2) から出発して標準的な手法により可能な固定点、種々の臨界指数やクロスオーバー指数、スケーリング変数等を計算することが出来る。図 2 に ε 展開によって求めた (u, v) 面での流れ図を示す。カイラル・クラスを記述する固定点は $v > 0$ の領域に出るはずであるが、その様な固定点 (カイラル固定点) が安定に存在する領域は $\varepsilon = 4-d$ として

$$\begin{aligned}
 n &\geq 12 + 4\sqrt{6} - [(36 + 14\sqrt{6})/3] \varepsilon + O(\varepsilon^2) \\
 &\simeq 21.8 - 23.4 \varepsilon + O(\varepsilon^2)
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

で与えられる。物理的に重要な点、即ち $d=3$ かつ $n=2, 3$ でカイラル固定点が安定に存在するかどうかは最も興味深い点である。勿論、低次の $[O(\varepsilon^2)] \varepsilon$ 展開からのみは決定的な事は言えないが ε に関して単純な外挿を行なうと安定になる（図3参照）。いずれにしろカイラル固定点が安定な時には種々の臨界指数を通常の手法で計算出来る。たとえばオーダー帯磁率の指数 γ は

$$\gamma = 1 + \frac{n(n^2+n+48) + (n+4)(n-3)\sqrt{n^2-24n+48}}{4(n^3+4n^2-24n+144)} \varepsilon + O(\varepsilon^2)
 \tag{6}$$

と求まりこれは対応する $O(n)$ ハイゼンベルクの γ より小さい値を与える。又 $1/n$ 展開によって得られた γ は $2 < d < 4$ で

$$\gamma = \frac{2}{d-2} \left(1 - 9 \frac{S_d}{n}\right) + O\left(\frac{1}{n^2}\right)
 \tag{7}$$

でありこれも対応するハイゼンベルクの値より小さくなる。一方層状三角格子反強磁性体に対するモンテカルロ計算では $d=3$ で $n=2, 3$ ともに単一の2次転移が観測されており、 $n=2$ では⁽⁴⁾ $\alpha=0.40 \pm 0.10$, $\beta=0.25 \pm 0.02$, $\gamma=1.1 \pm 0.1$, $\nu=0.53 \pm 0.03$; $n=3$ では⁽³⁾ $\alpha=0.34 \pm 0.10$, $\beta=0.28 \pm 0.02$, $\gamma=1.1 \pm 0.1$, $\nu=0.55 \pm 0.03$ が得られている。得られた γ は通常のハイゼンベルクの場合に比べ明らかに小さく、繰り込み群の計算結果とコンシスタントである。

カイラルハミルトニアン(2)の内蔵する豊富な対称性の為、カイラル固定点では通常の強磁性体の場合には対応物がない様な諸量がスケール変数として存在する。代表的なものとして所謂カイラリティがあげられる。（図1参照）。良く知られている様に $n=2$ の場合にはカイラリティはイジング的なスカラー量になるが、これは $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で書くと $\kappa = a_x b_y - a_y b_x$ で与えられる。一般の n 成分系に対してはカイラリティは2階の反対称テンソルとして

$$\kappa_{\lambda\mu} = a_\lambda b_\mu - a_\mu b_\lambda \quad (1 \leq \lambda, \mu \leq n)
 \tag{8}$$

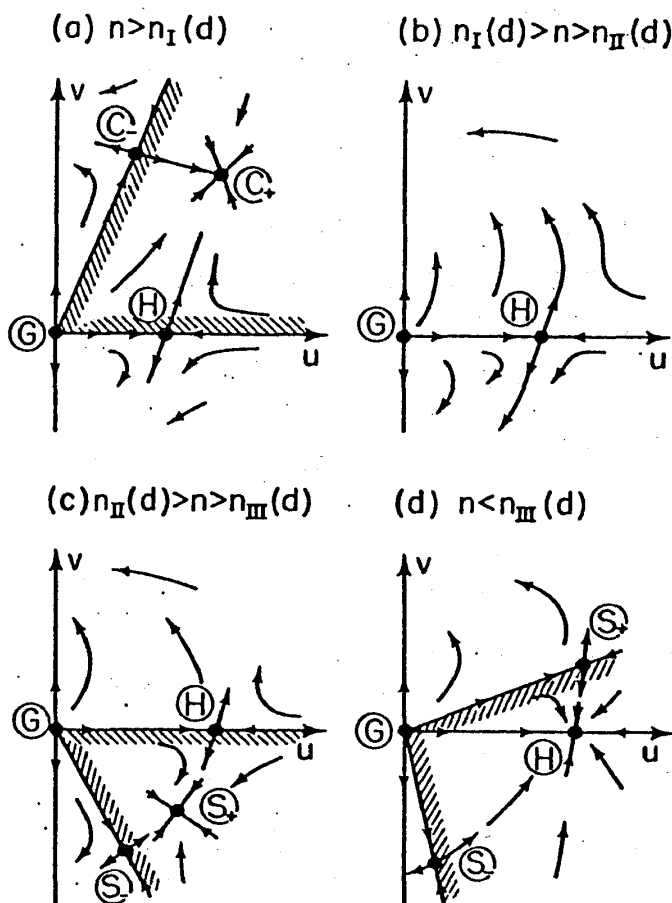


図2 ε 展開による (u, v) 面での繰り込み群の流れ図。 C_+ がカイラル固定点、 H はハイゼンベルク固定点。 $n_I(d)$ は式(5)で、 $n_{II}(d) \simeq 2.20 - 0.57 + O(\varepsilon^2)$ 、 $n_{III}(d) \simeq 2 - \varepsilon + O(\varepsilon^2)$ で与えられる。

と拡張出来るが、繰り込み群の結果によれば、 $\kappa_{\lambda\mu}$ はカイラル固定点上での新しいタイプのレレヴァントなオペレーターとなっており対応する固有値（カイラル・クロスオーバー指数）は

$$\phi_K = 1 + \frac{n^3 + 4n^2 + 56n - 96 + (n^2 - 24)\sqrt{n^2 - 24n + 48}}{4(n^3 + 4n^2 - 24n + 144)} \varepsilon + O(\varepsilon^2) \quad (9)$$

$$\phi_K = \frac{2}{d-2} \left(1 - 8 \frac{S_d}{n}\right) + O\left(\frac{1}{n^2}\right) \quad (10)$$

と計算される。特徴的なのは ϕ_K が大きい事 ($\phi_K > \gamma$) 及びカイラリティ指数がスケーリング則 $\alpha + 2\beta_K + \gamma_K = 2$, $\nu_K = \nu$ を満たす事であるが、最近の層状三角格

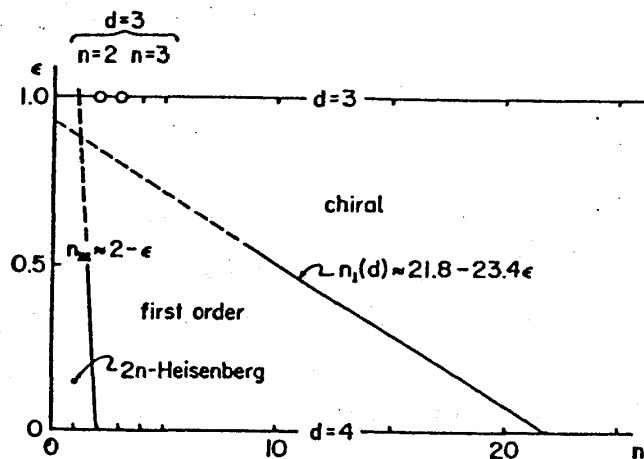


図3 カイラルな領域 ($v > 0$) を支配する安定な固定点の存在領域。

子XY反強磁性体に対するモンテカルロ計算によれば $\beta_K = 0.40 \pm 0.04$, $\gamma_K = 0.80 \pm 0.08$, $\nu_K = 0.53 \pm 0.03$ であり、上記の結果を支持している。(4) その他カイリティ以外にも種々のスケーリング変数が存在するが、詳細は文献(1)を参照されたい。またカイラルな臨界現象に関する実験的側面に関しては文献(5)を参照されたい。

文献

- (1) H. Kawamura, Phys. Rev. B 38 (1988) 4916.
- (2) H. Kawamura, J. Appl. Phys. 61 (1987) 3590.
- (3) H. Kawamura, J. Phys. Jpn. 54 (1985) 3220; 56 (1987) 474.
- (4) H. Kawamura, J. Phys. Soc. Jpn. 55 (1986) 2095;
to appear in J. Phys. Soc. Jpn. 58 (1989).
- (5) H. Kawamura, J. Appl. Phys. 63 (1988) 3086.