

移流分散方程式の数値解析

岩佐 義朗・綾 史郎・小門 武

NUMERICAL ANALYSIS OF DISPERSIVE PROCESSES IN NATURAL STREAMS

By *Yoshiaki IWASA, Shirou AYA and Takeshi KOKADO*

Synopsis

In this study, the dispersive behaviours of a solution injected at the upper boundary in forms of a square wave in natural streams are studied by means of numerical and analytical methods.

In uniform flow, the response functions for the square wave are classified into three types by the Péclet Number and the dimensionless duration time of a square wave, and the each response function is also characterized by the Péclet Number and the dimensionless duration time by means of the analytical method.

Through comparison of the both results of the numerical analysis in natural streams and the analytical model, it is verified that the dispersive characteristics of natural streams can be expressed by the use of classification methods in uniform flow.

1. 緒 論

従来から、開水路流れにおける保存物質や沈降性物質について、その伝播特性に関する多くの研究がおこなわれてきているが、それらは主としてその機構の理論的究明に焦点をあてられていた。等流状態の流れにおける分散機構はほぼ明らかにされ、いわゆる移流分散方程式の適用がなされ、式中のパラメータである移流分散係数に関する詳細な研究も行なわれてきた。

しかしながら、開水路流れにおける移流分散理論の主たる応用分野と考えられる河川内での汚染物質や濁質の伝播特性を対象とすると、水の流れは、不等流、不定流として取り扱われなければならないことが多く、このような流れの場での機構は、ほとんどわかっていないのが現状であるといつて過言ではなからう。この場合においても、現在までのところ、適用される基礎方程式は質量保存則としての乱流拡散方程式に一次元解析法を適用した移流分散方程式が用いられるのが普通である。しかしながら、式中のパラメータとしての移流分散係数は、流れが複雑なため正確に把握されえず、等流状態の値を参考にして解析されている。その詳細な把握については、理論的研究ならびに実際河川での観測資料の収集がきわめて重要となることはいうまでもないが、ここでは若干視点をかえ、移流分散係数の評価が現実の濃度分布形の伝播にどの程度の影響を与えるかについて、解析的ならびに数値計算的な検討を行なった。

2. 移流分散方程式による濃度の伝播特性

2.1 移流分散方程式の解析解

移流分散方程式は、質量保存則としての乱流拡散方程式に一次元解析法を適用して

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(DA \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{1}{A} (C' - C)q \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

で示される。¹⁾ここに、 C ：濃度、 u ：流速、 A ：流積、 D ：移流分散係数、 q ：単位長さあたりの横流出入流量（流入を正）、 C' ：横流出入水の濃度、 x ：距離、 t ：時間である。

流速, 流積が未知な場合には, 流れの運動方程式, 連続式を連立して解き, さらに (2.1) 式を濃度 C について解くと, 濃度の伝播特性が明らかにされることになる。(2.1) 式の誘導過程から明らかなように, 移流分散係数は, 未知なパラメータであり, この係数値を理論的に求めようとする試みは, 従来からしばしばなされてきた。^{2), 3)}

本章では, 移流分散係数 D の理論的誘導法についてはさておき, 移流分散係数の評価が濃度の伝播特性にどのような影響を与えるかについて, 現象のスケール, 生起場のスケールとの関係において考察する。

すなわち, (2.1) 式に対して, 以下の初期条件, 境界条件が与えられる場合を考える。

初期条件

$$C_0(x, 0) = 0 \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

上流端境界条件

$$x=0 \quad \text{で} \quad C(0, t) = F(t) \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

下流端境界条件

$$x \longrightarrow \infty \quad \text{で} \quad \partial C / \partial x \longrightarrow 0 \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

ここで, (2.1) 式を初期値, 境界値の混合問題として扱うのは, 我々が観測し得る値は, 固定点における濃度の時間的変化であることが多いからであり, また汚染物質の分散過程を考えると, 上流端において, 投入量が与件として与えられるからである。

簡単のため, (2.1) 式においては, 横流出入はないものとし, また水の流れは等流, 分散係数は定数と仮定する。代表量として, 流速 u , 流下距離 L , 濃度 C_0 を用いて (2.1) ~ (2.4) 式を無次元化すると,

$$\frac{\partial C^*}{\partial \tau} + \frac{\partial C^*}{\partial \xi} = \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2 C^*}{\partial \xi^2} \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

$$C^*(\xi, 0) = 0 \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

$$\xi = 0 \quad \text{で} \quad C^*(0, \tau) = F(\tau) \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

$$\xi \longrightarrow \infty \quad \text{で} \quad \frac{\partial C^*}{\partial \xi} \longrightarrow 0 \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

ここに, $Pe = uL/D$, $\xi = x/L$, $\tau = tu/L$, $C^* = C/C_0$ である (以下, C^* の上添字 $*$ を省略する)。

(2.5) 式を, 条件 (2.6) ~ (2.8) 式のもとで解くと濃度の伝播特性がわかる。すなわち, ラプラス変換により解を求めると,

$$\bar{C} = F(s) \exp \left[-\frac{1}{2} \xi (Pe - \sqrt{4Pe^2 + Pes}) \right] \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

ここに, $\bar{C} = \mathcal{L}\{C\} = \int_0^\infty C e^{-st} dt$, $\bar{F} = \mathcal{L}\{F\} = \int_0^\infty F e^{-st} dt$ である。

(2.9) 式を逆変換すると,

$$\begin{aligned} C(\xi, \tau) &= \mathcal{L}^{-1}\{\bar{C}\} \\ &= \frac{\xi}{2} \sqrt{\frac{Pe}{\pi}} \int_0^\tau F(\tau - \tau') \exp \left[-\frac{Pe(\xi - \tau')^2}{4\tau'^2} \right] \frac{1}{\tau'^{3/2}} d\tau' \quad \dots\dots\dots (2.10) \end{aligned}$$

が得られる。

(2.10) 式のままで, 式の見通しが悪いので, (2.9) 式の逆変換について, 鞍点法⁴⁾により近似的に積分を行なうと,

$$C(\xi, \tau) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Pe}{\pi\tau}} \bar{F} \left\{ \frac{Pe}{4} (m^2 - 1) \right\} \exp \left[-\frac{\tau}{4} Pe (m^2 - 2m - 1) \right] \quad (\tau \rightarrow \infty) \quad \dots\dots\dots (2.11)$$

となる ($m = \xi/\tau$)。 (2.11) 式より, ξ を固定して, 濃度分布のピーク値およびその生起時刻を求めると,

$\tau = \xi$ のとき,

$$C_p = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Pe}{\pi\tau}} \int_0^\infty F(\tau') d\tau' \quad \dots\dots\dots (2.12)$$

となる。これをもとの次元量にもどすと,

$t = x/u$ のとき,

$$\frac{C_p}{\int_0^\infty F(t') dt'} = \frac{1}{2} \frac{L}{\sqrt{\pi D}} \cdot \frac{1}{\sqrt{t}} \quad \dots\dots\dots (2.13)$$

であり, 投入後, 時間が十分経過したときには, 投入濃度の総量で規格化されたピーク濃度は, 平均流速 u で伝播し, そのピーク値は, 経過時間 t および分散係数値 D の平方根に反比例することとなる。

つぎに上流端境界条件として, 下のような矩形波を考える (Fig. 1)。

$$\left. \begin{array}{ll} \tau < 0 & F(\tau) = 0 \\ 0 \leq \tau \leq \tau_0 & F(\tau) = 1 \\ \tau_0 < \tau & F(\tau) = 0 \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.14)$$

このとき, (2.10) 式はつぎのように変形される。

$$C = \frac{1}{2} \left\{ e^{Pe\xi} \operatorname{erfc} \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{Pe}{\tau}} (\xi + \tau) \right] + \operatorname{erfc} \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{Pe}{\tau}} (\xi - \tau) \right] - e^{Pe\xi} \operatorname{erfc} \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{Pe}{\tau - \tau_0}} (\xi + \tau - \tau_0) \right] - \operatorname{erfc} \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{Pe}{\tau - \tau_0}} (\xi - \tau + \tau_0) \right] \right\} \quad \dots\dots\dots (2.15)$$

ここに, $\operatorname{erfc}[x] = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ である。

無次元距離 ξ を固定すると, 濃度分布形は, 投入の継続時間 τ_0 およびペクレ数 $Pe (= uL/D)$ によって示されることとなる。

(2.15) 式は, 電子計算機を用いて, 容易に計算され, 種々のペクレ数 Pe , 継続時間 τ_0 について, 数値計算されることにより, 上流端境界条件が矩形波である場合における濃度の伝播特性が明らかにされる。

2.2 矩形波の伝播特性

Fig. 2 は, (2.15) 式において $\xi = 1$ とおいた場合の計算結果の一部を示すものである。 $\xi = 1$ における伝播波形として, ペクレ数 Pe , 継続時間 τ_0 の組合せにより, つぎの3種の波形を考えることができる。

- 1) 濃度の継続時間 τ_0 が十分長く, $0 \leq \xi \leq 1$ において, ほぼ濃度分布が同一となる場合 (Type 1)。
- 2) 濃度分布は, $0 \leq \xi \leq 1$ において, 同一にはならないが, $\xi = 1$ におけるピーク濃度の低減がない場合 (Type 2)。
- 3) 濃度の継続時間 τ_0 が短く, $\xi = 1$ におけるピーク濃度が著しく低下する場合 (Type 3)。

現実的な問題としては, 1) については, 濃度フロントの伝播速度, 2) については, 濃度フロントの伝播速度ならびにピーク濃度の継続時間, 3) については, ピーク濃度の値およびピーク濃度の生

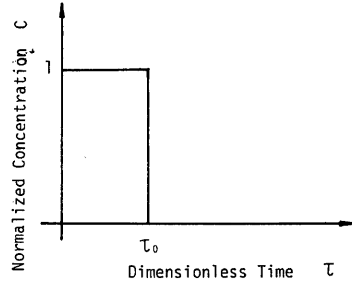


Fig. 1. Boundary condition at upper boundary.

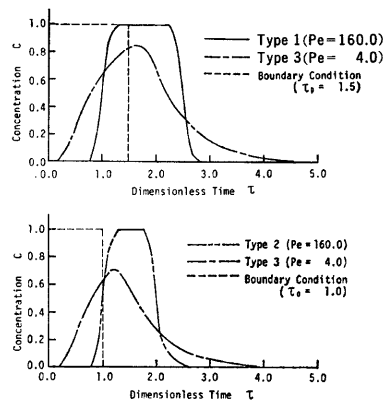


Fig. 2. Typical concentration — time curves at $\xi = 1$.

起時刻が重要であろう。

Fig. 3 は、ペクレ数 Pe 、継続時間 τ_0 によって、上述の 3 種の波形のうちのいずれがあらわれるかの領域を示したもので、1) については、投入濃度 C_0 の 95% の濃度 (C_{95}) が生起する時刻 τ_{95} が継続時間 τ_0 より小さいものを、ほぼ定常状態に達したものとみなし記入している。つぎに、2) については、 C_{95} が生起し、 $\tau_0 < \tau_{95}$ のものとし、最後の 3) については、 C_{95} が $\xi=1$ において、生起していないものを記入してある。

図中の実線は、ピーク濃度が投入濃度の 95% (C_{95}) ~ 99% (C_{99}) をとるものとそうでないものとを区別するために数値計算結果より引いたものであり、その勾配は、約 $-1/2$ である。

Fig. 4 は、1) の波形について、投入濃度 C_0 の 5% の濃度および 95% の濃度の到達時刻をペクレ数 Pe との関係として表わしたものであって、 $\tau=1$ の直線が移流のみを考えた場合を示すが、 Pe 数が大きくなるにしたがい、濃度波形の先端が、急峻になることがわかる。また、 $Pe \geq 80$ ではあまり変化しないこともみられよう。

つぎに、Fig. 5 は、2) の波形に対し、投入時間 τ_0 をパラメータとして、 $C > C_{95}$ の継続時間についてペクレ数との関係をみたものであって、たとえば、 $\tau_0=1$ のとき、すなわち、濃度の投入継続時間が移流時間

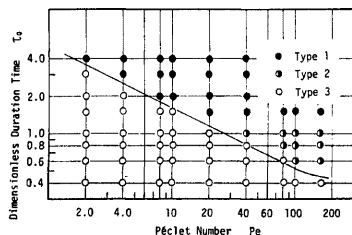


Fig. 3. Domain of a type of response function.

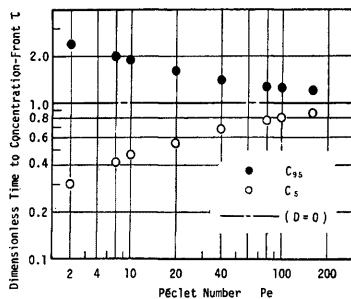


Fig. 4. Propagation time of concentration front (Type 1).

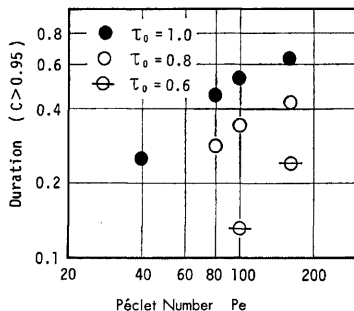


Fig. 5. Duration time of $C > 0.95$ (Type 2).

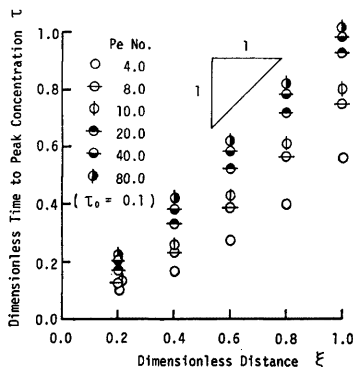


Fig. 6. Propagation time of peak concentration (Type 3).

と等しいとき、 $\xi=1$ において $C>0.95$ となる時間が Pe 数によって、どの位継続するかを示したものである。

Fig. 6 は、3) の波形について、ピーク濃度の伝播速度をペクレ数との関係として表わしたものであって、 $\tau_0=0.1$ の場合の図である。 Pe 数が小さい程、分散項の影響によりピーク濃度の伝播が早く、 Pe 数が 80 程度で、その伝播速度は移流速度に等しくなることがわかる。

同様に、Fig. 7 は、1) ~ 3) の各波形について、 $\xi=1$ におけるピーク濃度を、 Pe 数をパラメータとして、継続時間と関連づけてみたものであって、 Pe 数 80 以上では、継続時間が 0.8 以上となると、ほとんど濃度の減衰がないことがわかる。また継続時間 0.8 以下では、 Pe 数の値にかかわらず、ピーク濃度の減衰は大きい。

さらに、Fig. 8 は、3) の波形に関し、継続時間 $\tau_0=0.1$ の場合について、ピーク濃度と経過時間との関

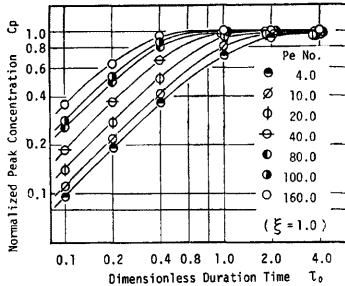


Fig. 7. Decrease of peak concentration.

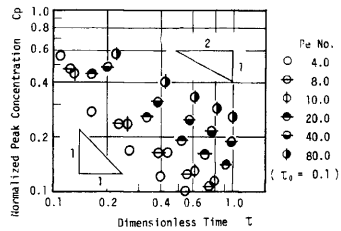


Fig. 8. Relation between peak concentration & dimensionless time (Type 3, $\tau_0=0.1$).

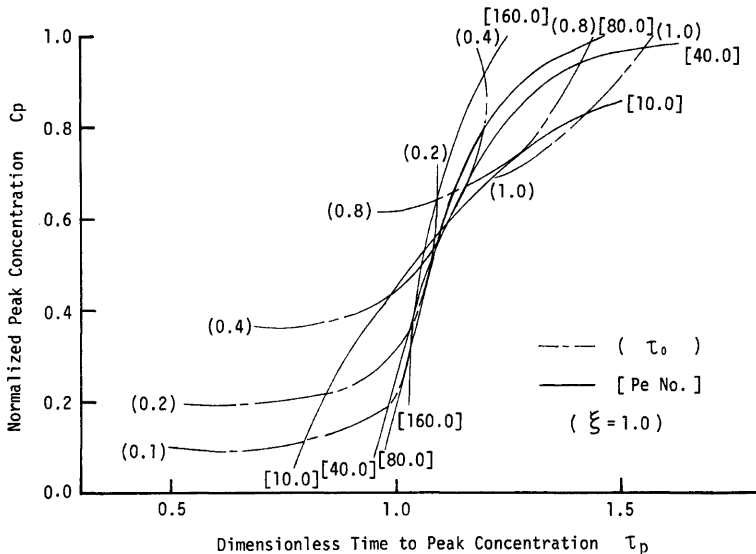


Fig. 9. Peak concentration — occurrence time curves at $\xi=1$ (Type 3).

係を, Pe 数をパラメータとしてみたものであって, Pe 数が小さいほど, 分散項の影響により減衰が大きくなり, Pe 数80のとき, ほぼ投入開始後0.2以上で経過時間の平方根に反比例するようになる。一方, Pe 数が小さくなるほど (2.12) 式への漸近は緩慢なことがわかる。

Fig. 9 は, $\xi=1$ において, ピーク濃度の生起時刻とピーク濃度が Pe 数と投入継続時間によってどのように変わるかをみたものであって, $\tau_0=0.1\sim 0.8$ の範囲では, Pe 数によって著しくピーク濃度が異なるが, その生起時刻には, さほど影響を及ぼさないこともわかる。

3. 移流分散方程式の数値解析

2章で述べたことは, 水の流れが等流の場合における成果であったが, 現実の河川を取り扱うときには, 数値解析が有力な手法となる。本章では, 数値解析法のうち, 差分法を移流分散方程式に適用する際の問題について述べるとともに, 解析例を示す。

3.1 数値解析法

移流分散方程式の差分解析法に関する研究は, 従来から種々行なわれており^{5), 6)}, 安定性, 数値粘性, 数値逸散の概念が重要であるとされている。

本節で述べる数値計算法は, 後退差分法を基礎にしたものであり⁷⁾, 以下に示すようなものである (Fig. 10)。

すなわち, 移流分散方程式

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(D A \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{1}{A} (C' - C) q \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

を, 次のように差分する (流れは時間的に変化しないものとし, 横流出入流量もないものとする)。

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} &\approx \frac{1}{\Delta t} (C_j^{n+1} - C_j^n) \\ u \frac{\partial C}{\partial x} &\approx \theta u_j \frac{1}{\Delta x_{j-1}} (C_j^{n+1} - C_{j-1}^{n+1}) + (1-\theta) u_j \frac{1}{\Delta x_{j-1}} (C_j^n - C_{j-1}^n) \\ \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(D A \frac{\partial C}{\partial x} \right) &\approx \frac{1}{A_j} \cdot \frac{2}{(\Delta x_j + \Delta x_{j-1})} \left\{ \frac{D_{j+1} + D_j}{2} \cdot \frac{A_{j+1} + A_j}{2} \cdot \frac{C_{j+1}^n - C_j^n}{\Delta x_j} \right. \\ &\quad \left. - \frac{D_j + D_{j-1}}{2} \cdot \frac{A_j + A_{j-1}}{2} \cdot \frac{C_j^n - C_{j-1}^n}{\Delta x_{j-1}} \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

差分法の安定性と精度の検討は, 線型安定解析法および打切誤差解析法の2つの手法によって行なわれるが⁸⁾, 本研究でもその両者の方法について検討した。

いま, 簡単のため, 水の流れは等流とし, 分散係数も変化しないものとして, 打切誤差による解析法を用いると, (3.2) 式で示される差分法は, 次式に示す方程式の近似となる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = \left\{ D - \frac{1}{2} (1-2\theta) \Delta t u^2 + \frac{1}{2} u \Delta x \right\} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

ここに, $D_N = \frac{1}{2} u \Delta x - \frac{1}{2} (1-2\theta) \Delta t u^2$ は数値粘性項と呼ばれ, 見かけ上, 分散係数が増大することとなり, 解を歪ませる原因となる。

一方, 線形安定性理論において, 増幅因子より安定条件を求めれば,

$$D + \frac{1}{2} u \Delta x \leq \theta u \Delta x + \frac{1}{2} \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

となる。

ここでは, Bella らにしたがひ, 数値粘性項を実際の分散係数より差し引き, 改めて $D_L = D - D_N$ とおく

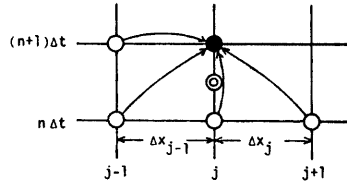


Fig. 10. Finite difference scheme.

ことにより、数値解の歪をとりぞくこととする。このとき、(3.3) 式は、みかけ上

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

となり、また安定条件式 (3.4) は、 $\theta = \frac{1}{2}$ に対し

$$D \geq \frac{1}{2} u \Delta x \quad \text{のときは,} \quad D \leq \frac{1}{2} \frac{\Delta x^2}{\Delta t}$$

また、 $D < \frac{1}{2} u \Delta x$ のときは、常に満たされている。

Fig. 11 は、上述の数値計算法を確認するために行なわれた計算の一部を示すものであり、解析解 (2.10) 式による解と、数値解とを比較したものである。数値粘性を考慮することにより、このような計算法で正しく数値計算されることが確認される。

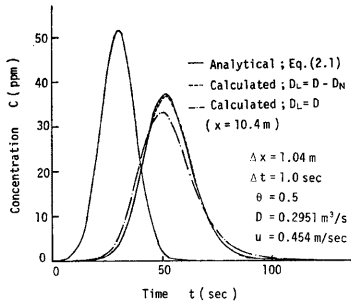


Fig. 11. Results of computation.

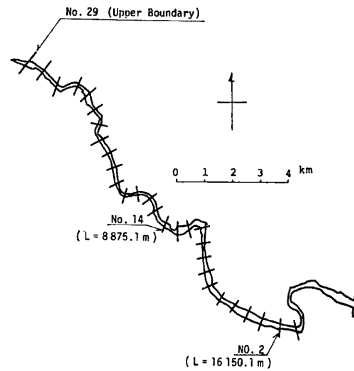


Fig. 12. Shingu River basin.

3.2 河川における移流分散の数値シミュレーション

新宮川の移流分散特性；新宮川の下流域，すなわち河口より約 25km までの河道区間について，その移流分散特性を解析した (Fig. 12)。手法としては，数種の流量について，上流側の境界端において，いくつかの濃度波形を与え，下流側の 2 地点におけるその伝播特性を調べるというものである。

数値実験を行なった条件を Table 1, 平均水理量を Table 2 に示している。

Table 1. Condition of numerical simulation.

Discharge Q (m^3/s)	153.0,	98.7,	63.8,	33.3		
Duration Time t_0 (hr)	1.0,	2.0,	4.0,	8.0,	12.0,	24.0
Dispersion Coefficient	250 hu_* ,	500 hu_*				

Table 2. Mean velocity and Péclet number.

Discharge $Q(\text{m}^3/\text{s})$		153.0	98.7	63.8	33.3
Péclet No. (500 hu_*)	(No. 14)	46.7	52.4	62.7	75.5
	(No. 2)	66.8	56.0	52.8	50.7
Mean Velocity (m/s)	(No. 14)	1.29	1.12	1.00	0.75
	(No. 2)	0.70	0.44	0.30	0.17

境界条件としては、上流端で濃度～時間曲線を与えた。これは、ピーク濃度を 100ppm とする矩形波であり、その継続時間を数種類変えた。下流端の境界条件としては、仮想的に最下流端の断面と同一な水理条件を有する水路が連続しているものとして河道を延長した。

また、水理条件には、不等流計算により求めた値を用いた。なお、流量 $153\text{m}^3/\text{s}$ は豊水量であり、 $33.26\text{m}^3/\text{s}$ は渇水量である。

分散係数値としては、種々の公式が提案されており、米国における実測例によると $(100\sim 3500)\text{hu}_*$ 程度の値であるといわれているが、本計算では 500hu_* を主として用いた。

Fig. 13 は、濃度の継続時間 t_0 が長くなるにつれて、下流で得られる濃度～時間曲線の波形がどのように異なっていくかをみたものであって、 $t_0=1$ 時間では、ピーク濃度は約 60 程度となるのに対し、 $t_0=4$ 時間では、ピークの低減は、ほとんどないことがわかる。しかし、上流端から、この地点まで、すべて同一の濃度ではなく、若干の低下があることが知られる。

また、Fig. 14 は、濃度ピークの継続時間が充分長いとき、濃度の波先の伝播がどのように異なるかをみたものであって、流量が小さいほど、伝播速度は遅く、しかもその変形も大きいことが知られる。上流端において、8 時間以上、同一濃度が継続すると、河道区間全体にわたって濃度はすべて一様となってしまうことも知られる。Fig. 15 は、このことをより明らかにするため、縦軸に上流境界濃度の 5% (C_5)、95% (C_{95}) の濃度の到達時間を取り、横軸に流量をとったものであり、 C_5 の伝播速度は、ほぼ移流速度に等しいのに対し、 C_{95} は、流量が小さくなるにつれて、遅く伝播することがわかる。

Fig. 16 は、No. 2 地点におけるピーク濃度とピークの生起時刻が、上流端境界断面における濃度継続時間により、どのように影響されるかをみたものであり、 $Q=153\text{m}^3/\text{s}$ のとき、ピーク生起時刻はさほど変わらないのに対し、ピーク濃度は著しく異なることがわかる。

Fig. 17 (1)～(3) は、これらの応答波形が分散係数によって異なる状況を示したものであって、Fig. 17 (3) の $Q=63.82\text{m}^3/\text{s}$ の No. 2 断面における値の他は、ほとんどその差異はないとみられる。

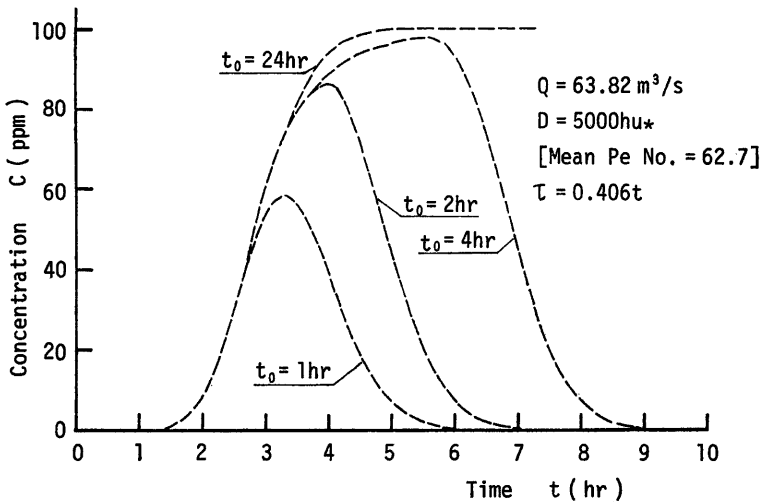


Fig. 13. Change of concentration — time curve for the duration time (No. 2).

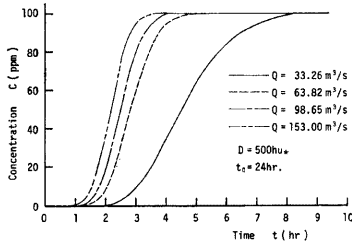


Fig. 14. Change of concentration — time curve for the discharge (No. 14).

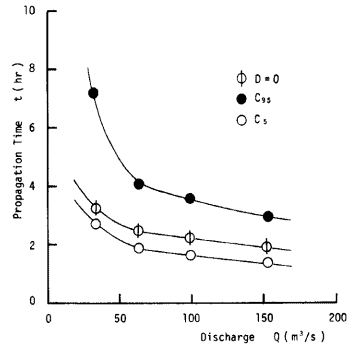


Fig. 15. Propagation time of concentration front (No. 14).

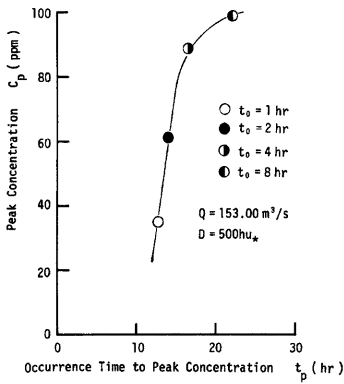


Fig. 16. Propagation time of peak concentration (No. 2).

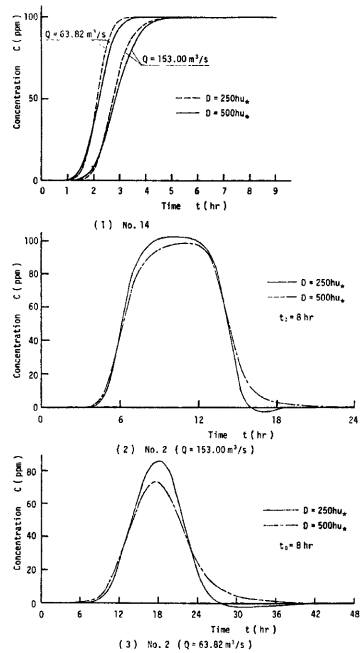


Fig. 17. Change of concentration — time curve for the dispersion coefficient.

4. 分散係数の評価が濃度波形の伝播に及ぼす影響

前述したように、河川における移流分散係数の測定例は少なく、またたとえあったとしてもその測定値は大きくばらついており、実用解析において、どのような値をとるべきかわからないことが多い。前節までに、解析の方法および数値計算において、矩形の入力波形に対する応答波形を考察し、応答波形は入力波形の継続時間スケール t_0 および流速 u 、分散係数 D 、現象の生起場の距離スケール L 、(あるいはこれらの無次元量である $\tau_0 = t_0 u / L$, $Pe = uL / D$) によって異なることが示されたが、Fig. 3, Fig. 9 のように、流れが等流の場合、 Pe 数40以上で $\tau_0 = 1.6$ 以上の場合、系は定常となり、これ以降は波形の変化は起こらない。逆に、 $\tau_0 = 0.8$ 以下の場合には、ピーク値は分散係数によって著しく異なり、分散係数の評価がきわめて重要な問題となる。

すなわち、移流分散方程式は、この場合、線形方程式であり、解の重ね合わせが可能であるから、上流端での入力波形を矩形波の重ね合わせとして考えると、その個々の矩形波の継続時間スケール τ_0 と、 Pe 数によって応答波形がどの程度変化するかが予測されることになる。等流の場合、Fig. 3, Fig. 4 より Pe 数80以上(濃度フロントの伝播速度が、移流速度の0.8~1.2以内にある)で、 τ_0 が1.5以上の場合、その応答波形の変化はほとんどないと考えられる。したがって、分散係数の予測される範囲がどの程度かを知ることにより、水理条件を既知とすると、 Pe 数の予測範囲が定まるから、応答波形についての概略の予測、ある

いは逆に、生起場のスケールと継続時間のスケールとの関係により、分散係数値の予測の必要な精度を推定することも可能であろう。

以上は、等流の場合の議論であったが、不等流の場合に、前章での新宮川における数値シミュレーションにおいて分散係数をかえて、数値計算した結果から考察すると、この場合も等流の場合とほぼ同様であり、平均的 Pe 数と継続時間 τ_0 とにより区分され、Fig. 3 中の実線より上の部分の範囲では、波形の変化はほとんどみられないことがわかる。

Fig. 18 は、洪水に伴う濁度の伝播について、那賀川における数値計算例の一つで、この場合、分散係数は、全河道区間で同一の値、 $D = 436 \text{ m}^2/\text{sec}$ および $3052 \text{ m}^2/\text{sec}$ として計算されている。分散係数の相違による解の相違は、ほとんどみられない。入力波形は、ほぼ4時間ピッチの矩形波で近似されると考えると、無次元継続時間 $\tau_0 = 1.52$ 程度であり、平均ペクレ数は、それぞれ114.6, 16.4となる。

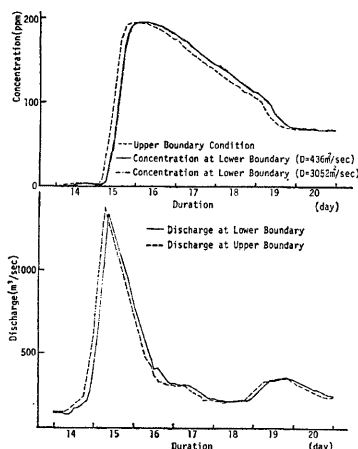


Fig. 18. Concentration—duration curves in River Naka.

5. 結 語

河道における濁質や汚染物質の巨視的挙動を把握することを目的として、上流端の境界条件に矩形波を与えた場合、解析的手法および数値計算によりその特性を検討した。得られた結果を要約すれば以下のようである。

流れを等流とし、解析的手法を用いて検討したが、無次元継続時間 $\tau_0 (= t_0 u / L)$ およびペクレ数 $Pe (= uL / D)$ により、分散特性の大意が明らかにされた。

つぎに、同様な境界条件のもとで、河川の濃度～時間曲線の応答波形の特性について、新宮川における数値計算によって調べた。

不等流や不定流における移流分散の詳細は、観測や精細な数値計算を行わなければ、知ることができないが、新宮川ならびに那賀川を対象とした数値計算例では、応答波形の概要は、流速、摩擦速度等を知ることにより、ほぼ可能であることがわかった。

また、分散係数の予測で必要とされる精度についても現象の長さのスケール l 、および生起場の場所的スケール L 、流速 u により、取り扱われうることがわかった。

今後の課題としては、他の河川における適用性ならびに無次元継続時間をどの程度に選ぶことにより、出力波形の再現性が期待できるかについて検討する必要があるだろう。

最後に本研究を進めるにあたって、御助力頂いた京都大学工学部土木工学教室井上和也助教授ならびに同河川工学研究室大学院生藤田乾一、細田尚君を始めとする学生諸氏に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Iwasa, Y.: Mathematical Aspect of One-Dimensional Equations of Unsteady Flow in Open Channels, Proc. International Symposium on Unsteady Flow in Open Channels, 1976, pp. D2-13-D2-24.
- 2) Elder, J. W.: The Dispersion of Marked Fluid in Turbulent Shear Flow, J. of Fluid Mechanics, vol. 5, 1959, pp. 544-560.
- 3) Fischer, H. B.: Longitudinal Dispersion in Laboratory and Natural Streams, Report No. KH-R-12, California Institute of Technology, 1966.
- 4) 数学ハンドブック編集委員会編：理工学のための数学ハンドブック，丸善，1971，p. 125.
- 5) 村岡浩爾・中辻啓二：河川流の非定常拡散解析における数値誤差の評価，土木学会論文報告集第213号，1973，pp. 7-16.
- 6) 田中伸和：数値シミュレーションを用いた開水路水理解析法に関する基礎的研究，京都大学学位論文，1978.
- 7) 土木学会編：土木工学における数値解析／流体解析編，サイエンス社，1974，pp. 59-66.
- 8) 矢嶋信男・野木達夫：発展方程式の数値解析，岩波書店，1977.